

文章编号:1006-1355(2022)05-0066-08

# 基础激励下转子-轴承-支座系统动力学特性研究

徐敬岗<sup>1,2</sup>, 邓景珊<sup>1</sup>, 李 峰<sup>3</sup>

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200444;  
2. 常州工程职业技术学院 智能制造学院, 江苏 常州 213164;  
3. 江苏理工学院 电气信息工程学院, 江苏 常州 213001)

**摘要:**针对基础激励影响转子轴承系统动力学特性问题,提出基于有限元和集中质量法的转子系统耦合动力学模型,分析基础激励对系统动力学特性的影响规律。模型中,转子采用梁单元离散建立有限元模型,滚动轴承考虑非线性接触力和间隙影响,支承阻尼环采用 Kelvin-Voigt 线性力学模型表征其力学特征。通过 Runge-Kutta 数值方法研究基础位移激励对系统动力学行为的影响规律;在此基础上,基于遗传算法对支承阻尼环的动力学参数进行优化设计。结果表明:基础在水平或垂直方向上的位移激励不仅对该方向转子振动有影响,对其他方向振动也存在一定影响;基础激励频率不等于滚动轴承 VC(Varying Compliance)频率或其谐波频率时,系统中出现了组合共振现象;同时,经优化设计后,基础激励对系统动力学行为的影响显著降低。研究结果为基于基础振动下转子轴承系统的动力学分析提供了理论支撑。

**关键词:**振动与波;基础激励;动力学;有限元;轴承系统

中图分类号:O241.82

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2022.05.011

## Study on Dynamic Characteristics of Rotor-bearing-support Systems under Foundation Excitation

XU Jinggang<sup>1,2</sup>, DENG Jingshan<sup>1</sup>, LI Feng<sup>3</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China;  
2. School of Intelligent Manufacturing, Changzhou Vocational Institute of Engineering, Changzhou 213164, Jiangsu, China;  
3. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, Jiangsu, China)

**Abstract :** Influence of the foundation excitation on the dynamic characteristics of rotor bearing systems was studied. The dynamic model of complex rotor system based on finite element and lumped mass methods was established. In this model, the rotor was discretized by beam elements. The influences of nonlinear contact force and clearances were considered in rolling bearing analysis. The support damping ring was characterized by Kelvin-Voigt linear mechanical model. Finally, the influence of the base displacement excitation on the dynamic behavior of the system was investigated by the Runge-Kutta numerical method. On this basis, the dynamic parameters of the support damping ring were optimized based on the genetic algorithm. The results show that the vibration of the foundation in the horizontal or vertical direction affects the vibration of the rotor not only in this direction, but also in the other directions. When the foundation vibration frequency is not equal to the rolling bearing varying compliance (VC) frequency or its harmonic frequency, the combined resonance phenomenon of the system will occur. Meanwhile, the influence of the foundation excitation on the dynamic behavior of the system was significantly reduced after the optimization design. This paper provides a theoretical support for the analysis of the dynamics of rotor bearing systems under foundation vibration excitation.

**Key words :** vibration and wave; foundation excitation; dynamics; finite element; bearing system

收稿日期:2021-08-26

基金项目:江苏省自然科学基金资助项目(BK20191035)

作者简介:徐敬岗(1982-),男,江苏省徐州市人,博士生,专业方向为旋转超声自动检测技术、非线性动力学

研究。

E-mail: xjgczie@163.com

通信作者:邓景珊,男,博士生导师,专业方向为核电站运行和维护技术、无损检测技术研究。

E-mail: dengjs@snpsc.com

旋转机械广泛应用于汽车、船舶以及航空航天等领域。一些旋转机械,其基础是运动的,难免会遇到外部激励的情况。例如爆炸冲击和波浪作用的舰船燃气轮机,地震时地面上的旋转机械以及行驶汽车上的传动轴系,当前,基础激励下转子系统的振动问题是学术研究的热点方向之一。

Dakel 等<sup>[1-2]</sup>通过有限元法研究了偏心质量和基础运动耦合作用对轴系临界转速和轴心轨迹的影响规律。Duchemin 等<sup>[3]</sup>通过理论和实验综合研究了轴系在临界转速附近时基础运动对系统稳定性的影响规律。Fawzi 等<sup>[4]</sup>分别研究了线性和非线性支承下基础激励对转子耦合系统动力学响应的影响规律。Edwards 等<sup>[5]</sup>通过试验分析了柔性转子系统在基础激励下的动态特性,获得了基础激励参数对系统响应的影响规律。Yan 等<sup>[6]</sup>选取了 Jeffcott 转子系统为研究对象,考虑了基础位移载荷,通过集中质量法研究了转子系统的动力学响应特性。颜文忠等<sup>[7]</sup>基于转子-支撑-基础系统试验装置,研究了基础振动幅值和频率对转子横向振动行为的影响规律。祝长生<sup>[8]</sup>通过带有主动电磁轴承转子试验台,研究了电磁轴承基础振动对电转子系统动力学特性的影响规律。张欢<sup>[9]</sup>基于有限元法分别研究了基础简谐转动、横向简谐运动、基础冲击激励对转子系统动力学响应的影响规律。倪德等<sup>[10]</sup>研究了直升机在非惯性坐标系下尾传动轴的横向弯曲振动特性。Wang 等<sup>[11]</sup>在基础上施加地震波和正弦激励,研究了水平转子系统在基础激励下的非线性动态响应。综上所述,目前国内针对转子系统基础振动问题进行了较多研究,但动力学模型一般都较为简单,对于综合考虑柔性转轴、非线性滚动轴承效应以及支座耦合系统的振动特性以及基础振动对系统影响的研究尚不多见。

本研究综合考虑滚动轴承非线性弹性支承效应、滚动轴承和阻尼环之间的耦合效应、阻尼环与轴承座之间的耦合效应,建立起基础激励下转子系统的耦合动力学模型。并通过数值方法分析了基础激励对系统动力学行为的影响规律;在此基础上,以转子振动位移最小为目标,对支承阻尼环的刚度系数和损耗因子进行优化设计,以减小基础激励对系统动力学特性的影响。

## 1 数学模型

本研究的转子轴承系统主要由转轴、滚动轴承、滚动轴承外的橡胶阻尼环、轴承座组成,其中支座固定在基础上,系统三维模型如图1所示。对模型简化,构建其力学模型,如图2所示。假设滚动轴承和

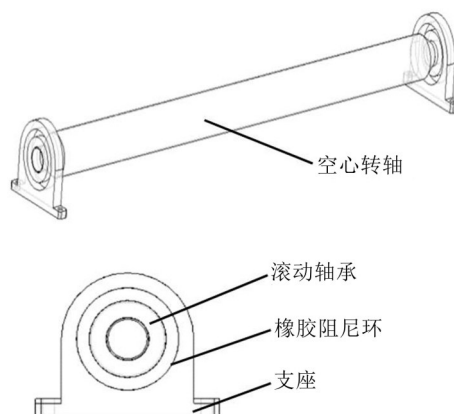


图1 系统物理模型

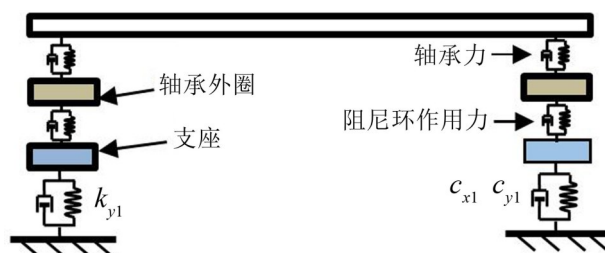


图2 系统力学模型

橡胶阻尼环均周向对称。 $m_{be1}$ 和 $m_{ber}$ 分别为左右轴承外圈质量; $m_{bs1}$ 和 $m_{bsr}$ 分别为左右支座质量; $k_{x1}$ 和 $k_{y1}$ 分别表示水平和竖直方向支座与基础之间的刚度, $c_{x1}$ 和 $c_{y1}$ 分别表示相应方向上支座与基础之间的阻尼。

## 2 系统方程组

### 2.1 转轴系统动力学方程

转轴采用 Timoshenko 梁单元建立其有限元模型,主要考虑横向振动,每个节点具有四个自由度。根据文献[12-13],可以求得转轴单元质量矩阵 $\mathbf{M}_e$ 、刚度矩阵 $\mathbf{K}_e$ 、陀螺矩阵 $\mathbf{G}_e$ 和重力矩阵 $\mathbf{Q}_e$ ;阻尼采用瑞雷阻尼,即 $\mathbf{C}_e = \alpha\mathbf{M}_e + \beta\mathbf{K}_e$ 。

滚动轴承滚动体数为 $N$ ,转轴角速度为 $\omega_\phi$ ,轴承外圈和内圈半径分别为 $R$ 和 $r$ 。根据滚动轴承的运动学定理可得滚动体的角速度 $\omega_{cage}$ :

$$\omega_{cage} = \frac{\omega_\phi r}{r + R} \quad (1)$$

滚动轴承旋转时,即使是新轴承也会产生振动。因为轴承在受到径向载荷时,滚珠载荷是轴承外圈角位移的函数,同时轴承的总刚度连续变化,从而导致VC振动现象<sup>[14]</sup>,即:

$$\omega_{VC} = N\omega_{cage} = \omega_\phi \left( \frac{r}{R + r} N \right) = \omega_\phi B_N \quad (2)$$

式中: $B_N$ 为VC振动频率与转频的比值。

假设 $x_{w1}(t)$ 、 $y_{w1}(t)$ 、 $x_{wr}(t)$ 和 $y_{wr}(t)$ 为左、右端滚动轴承外圈在 $x$ 和 $y$ 方向横向振动位移, $F_{kx1}$ 、 $F_{ky1}$ 、

$F_{kxbr}$  和  $F_{kybr}$  分别为左、右端轴承对滚动轴承外圈在  $x$  和  $y$  方向的作用力。令  $x = x_r(0, t) - x_{w1}$ 、 $y = y_r(0, t) - y_{w1}$ , 可求得左端轴承力  $F_{kxbl} = F_{kxb} \setminus F_{kybl} = F_{kyb}$ ; 令  $x = x_r(L, t) - x_{wr}$ 、 $y = y_r(L, t) - y_{wr}$ , 可求得右端轴承力  $F_{kxbr} = F_{kxb} \setminus F_{kybr} = F_{kyb}$ 。

转轴受到的非线性轴承力包括非线性弹性力和线性阻尼力, 即:

$$\begin{cases} F_{xb} = F_{kxb} + F_{cxb} \\ F_{yb} = F_{kyb} + F_{cyb} \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$\begin{cases} F_{cxb} = c\dot{x} \\ F_{cyb} = c\dot{y} \end{cases}; \begin{cases} F_{kxb} = k_p \sum_{i=1}^N (w_{\theta i})^{3/2} \cdot H(w_{\theta i}) \cdot \cos\theta_i \\ F_{kyb} = k_p \sum_{i=1}^N (w_{\theta i})^{3/2} \cdot H(w_{\theta i}) \cdot \sin\theta_i \end{cases}$$

其中:  $k_p$  为接触刚度;  $H$  为亥维塞函数, 视滚珠与滚道的法向接触变形量  $w_{\theta i}$  之正负而取 1 或 0,  $w_{\theta i}$  表征了轴承游隙所引起的分段非线性, 可以表示为:

$$\begin{aligned} w_{\theta i} &= x \cos\theta_j + y \sin\theta_j - \gamma_0 \\ \theta_i &= \omega_{\text{cage}} t + \frac{2\pi(i-1)}{N} \end{aligned}$$

将转轴各个梁单元进行组装, 并将滚动轴承力集成到相应的节点上, 即:

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_r - \omega \mathbf{G}_r) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_r \mathbf{q} = \mathbf{Q}_r + \mathbf{F}_b \quad (4)$$

式中:  $[\mathbf{M}_r]$ 、 $[\mathbf{C}_r]$ 、 $[\mathbf{K}_r]$  和  $[\mathbf{G}_r]$  分别为转轴质量矩阵、阻尼、刚度和陀螺矩阵;  $[\mathbf{Q}_r]$  为转轴外力向量;  $\mathbf{F}_b$  为相应节点的滚动轴承力。

## 2.2 轴承外圈动力学方程

本文采用 Kelvin-Voigt 线性力学模型给出复支承度<sup>[15-16]</sup>, 因此可将橡胶阻尼环的复支承力  $F_s$  表示为:

$$F_s = k^* u = k_1 (1 + i\eta) \cdot u \quad (5)$$

式中:  $k^*$  和  $u$  分别为橡胶阻尼环的复支撑刚度和振动位移,  $\eta$  为橡胶阻尼环的损耗因子。

不计橡胶阻尼环振子的小转角位移, 则振动位移可表示为:  $u = x^* + iy^*$ , 则:

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} F_{xs} \\ F_{ys} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \cdot \eta \\ k_1 \cdot \eta & k_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中:  $x^*$  和  $y^*$  为阻尼环在水平和垂直方向变形。

分析可知, 轴承外圈受到滚动轴承的反作用力和阻尼环的作用力。假设左、右端支座在  $X$  方向和  $Y$  方向横向振动位移变量分别为  $x_{bl}(t)$ 、 $y_{bl}(t)$ 、 $x_{br}(t)$  和  $y_{br}(t)$ ;  $F_{xsl}$ 、 $F_{ysl}$ 、 $F_{xsr}$  和  $F_{ylr}$  分别为左、右端橡胶阻尼环对滚动轴承外圈在相应方向的作用力。基于牛顿第二定理, 轴承外圈的运动微分方程组为:

$$\begin{cases} m_{bw1} \ddot{x}_{w1} + F_{xsl} + F_{cxb1} = F_{kxbl} \\ m_{bwr} \ddot{x}_{wr} + F_{xsr} + F_{cxb1} = F_{kxbr} - m_{bw1} g \\ m_{bw1} \ddot{y}_{w1} + F_{ysl} + F_{cyb1} = F_{kybl} - m_{bw1} g \\ m_{bwr} \ddot{y}_{wr} + F_{ysr} + F_{cyb1} = F_{kybr} - m_{bwr} g \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{cases} F_{cxb1} = c(\dot{x}_{w1} - \dot{x}_r(0, t)) \\ F_{cyb1} = c(\dot{y}_{w1} - \dot{y}_r(0, t)) \\ F_{cxb1} = c(\dot{x}_{wr} - \dot{x}_r(L, t)) \\ F_{cyb1} = c(\dot{y}_{wr} - \dot{y}_r(L, t)) \end{cases}; \begin{cases} F_{xsl} = k_1(x_{w1} - x_{bl}) - k_1\eta(y_{w1} - y_{bl}) \\ F_{ysl} = k_1\eta(x_{w1} - x_{bl}) + k_1(y_{w1} - y_{bl}); \\ F_{xsr} = k_1(x_{wr} - x_{br}) - k_1\eta(y_{wr} - y_{br}); \\ F_{ysr} = k_1\eta(x_{wr} - x_{br}) + k_1(y_{wr} - y_{br}) \end{cases}; \begin{cases} F_{xsl} = k_1(x_{w1} - x_{bl}) - k_1\eta(y_{w1} - y_{bl}) \\ F_{ysl} = k_1\eta(x_{w1} - x_{bl}) + k_1(y_{w1} - y_{bl}) \\ F_{xsr} = k_1(x_{wr} - x_{br}) - k_1\eta(y_{wr} - y_{br}) \\ F_{ysr} = k_1\eta(x_{wr} - x_{br}) + k_1(y_{wr} - y_{br}) \end{cases}。$$

## 2.3 支座动力学方程

支座受到阻尼环的反作用力、与基础之间的弹性力和阻尼力、基础的激励作用。假设  $x_s(t)$  和  $y_s(t)$  为基础同时对左右支座在  $X$  和  $Y$  方向上的位移激励。通过牛顿第二定理, 支座的运动微分方程组为:

$$\begin{cases} m_{bs1} \ddot{x}_{b1} + k_{x1}(x_{b1} - x_s) + c_{x1}(\dot{x}_{b1} - \dot{x}_s) = F_{xsl} \\ m_{bs1} \ddot{y}_{b1} + k_{y1}(y_{b1} - y_s) + c_{y1}(\dot{y}_{b1} - \dot{y}_s) = F_{ysl} - m_{bs1} g \\ m_{bs1} \ddot{x}_{br} + k_{x1}(x_{br} - x_s) + c_{x1}(\dot{x}_{br} - \dot{x}_s) = F_{xsr} \\ m_{bs1} \ddot{y}_{br} + k_{y1}(y_{br} - y_s) + c_{y1}(\dot{y}_{br} - \dot{y}_s) = F_{ysr} - m_{bs1} g \end{cases} \quad (8)$$

如果基础固定不动, 即  $x_s(t) = y_s(t) = 0$ 。

## 2.4 系统动力学方程组

结合方程组(4)、式(7)和式(8)可以建立转轴-滚动轴承-阻尼环-支座耦合动力学方程:

$$[\mathbf{M}] \ddot{\mathbf{X}} + ([\mathbf{C}] - \omega [\mathbf{G}]) \dot{\mathbf{X}} + [\mathbf{K}] \mathbf{X} = [\mathbf{Q}] \quad (9)$$

式中:  $[\mathbf{M}]$ 、 $[\mathbf{C}]$ 、 $[\mathbf{K}]$  和  $[\mathbf{G}]$  为耦合系统质量、阻尼、刚度和陀螺矩阵;  $[\mathbf{Q}]$  为耦合系统广义力矩阵。

为保证计算精度, 对系统进行无量纲化处理。通过以下代换:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}}{\gamma_0}, \tau = \omega t, \dot{\bar{\mathbf{X}}} = \frac{d\bar{\mathbf{X}}}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \bar{\mathbf{X}}' \omega, \ddot{\bar{\mathbf{X}}} = \bar{\mathbf{X}}'' \omega^2$$

式(9)可以转化为:

$$[\bar{\mathbf{M}}] \bar{\mathbf{X}}'' + [\bar{\mathbf{C}}] \bar{\mathbf{X}}' + [\bar{\mathbf{K}}] \bar{\mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{Q}}] \quad (10)$$

式中:  $[\bar{\mathbf{M}}] = [\mathbf{M}] \gamma_0 \omega^2$ ,  $[\bar{\mathbf{C}}] = ([\mathbf{C}] - \omega [\mathbf{G}]) \gamma_0 \omega$ ,  $[\bar{\mathbf{K}}] = [\mathbf{K}] \gamma_0$ 。

## 3 转子-轴承-支座耦合动力学响应分析

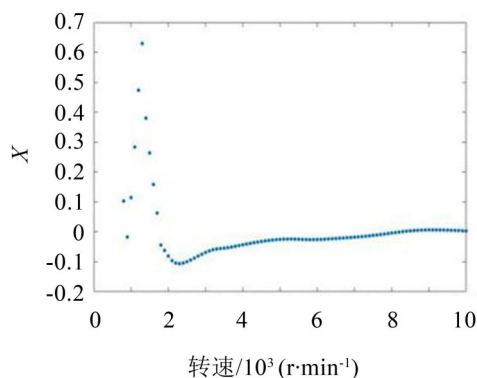
采用龙格-库塔法计算耦合系统的数值解。系统动力学求解初始参数选取<sup>[16]</sup>, 如下所示:

$$L = 1 \text{ m} \quad , \quad E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa} \quad , \quad \mu = 0.3 \quad ,$$

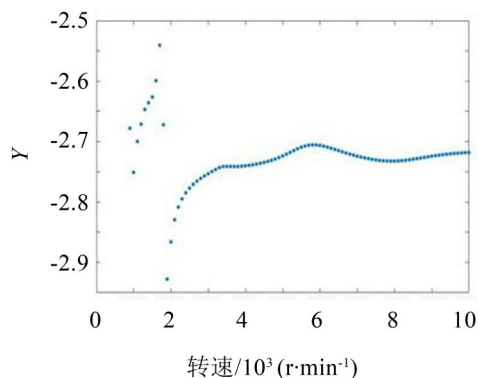
$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ 、 $n_r = 4000 \text{ r/min}$ 、 $k_1 = 4 \times 10^6 \text{ N/m}$ 、 $k_{x1} = k_{y1} = 2 \times 10^8 \text{ N/m}$ 、 $k_p = 7.05 \times 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$ 、 $c = 1000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $c_{x1} = c_{y1} = 1000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $\gamma_0 = 15 \mu\text{m}$ 、 $r = 0.006 \text{ m}$ 、 $R = 0.01 \text{ m}$ 、 $N = 13$ 、 $\eta = 0.15$ 、 $m_{bw1} = m_{bwr} = 0.05 \text{ kg}$ 、 $m_{bs1} = m_{bsr} = 0.2 \text{ kg}$ 。

### 3.1 无基础振动时耦合系统动力学响应分析

无基础振动时转子系统安装在固定基础上,首先,计算获得转轴中心节点处振动响应随转速的分岔图,如图3所示。分析可知,转速在 $1000 \text{ r/min} \sim 10000 \text{ r/min}$ 范围内 $X$ 方向中心节点的响应在Poincare截面上存在唯一点与之对应;在转速 $1800 \text{ r/min}$ 附近出现峰值,表明转轴出现共振,频率约为 $3.2 \text{ Hz} \times 30 \text{ Hz} = 96 \text{ Hz}$ 。

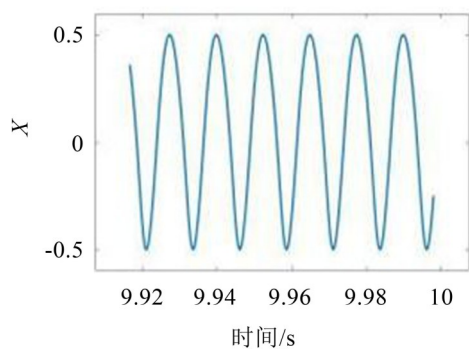


(a)  $X$ 向随转速变化的位移分岔图

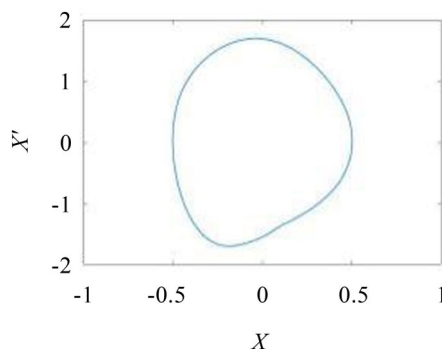


(b)  $Y$ 向随转速变化的位移分岔图

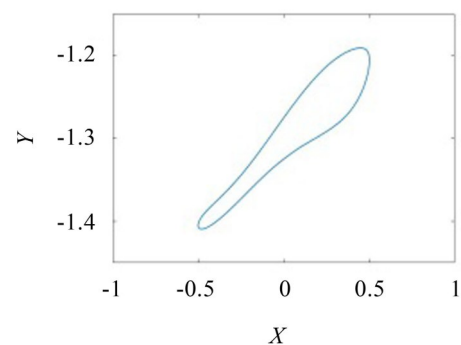
图3 振动响应的随转速变化的分岔图



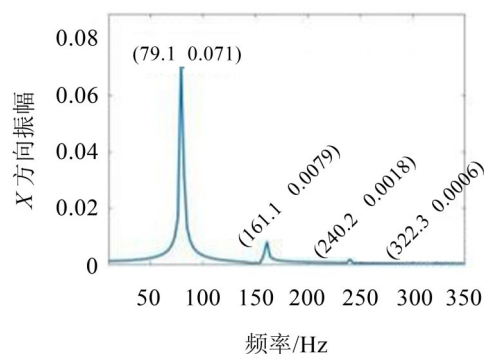
(a) 时间历程图



(b) 相平面图



(c) 轴心轨迹



(d) FFT频谱图

图4 转轴中心节点 $X$ 方向上的响应( $1500 \text{ r/min}$ )

为了进一步分析不同转速下系统的运转状态,图4和图5分别给出了 $1500 \text{ r/min}$ 和 $5000 \text{ r/min}$ 转速下转轴中心节点 $X$ 方向振动位移响应的时历程图、相平面图、轴心轨迹和FFT频谱图。由图可知,时历程图呈现周期性的波动,相平面图和轴心轨迹都是椭圆,频谱图中频率成分为相应转速下滚动轴承VC频率及其谐波频率。

### 3.2 基础振动对耦合系统动力学特性影响分析

为研究基础振动对耦合系统动力学特性的影响规律,取转速 $1000 \text{ r/min} \sim 8000 \text{ r/min}$ 范围内,在 $Y$ 向施加加速度基础激励 $\ddot{Y}(t) = A \sin(W_{\text{base}} * t)$ ,研究不同转速下耦合系统的动态响应,其中 $A$ 为基础激励幅值, $W_{\text{base}}$ 为基础运动角速度,分别取

$A = 0.8 \text{ m/s}^2$ ,  $W_{\text{base}} = 1000 \text{ rad/s}$ , 则基础激励相应的频率为  $f_{\text{base}} = 159.2 \text{ Hz}$ 。

### (1) 基础振动对系统X方向动力学特性影响

为研究Y方向的基础振动对耦合系统X方向振动响应的影响规律, 分别求得有无基础振动下, X方向振动响应的瀑布图, 具体如图6所示。可知, 无基础振动时三维频谱图中频率成分主要为随转速变化的滚动轴承VC频率( $f_{\text{vc}}$ )。在低转速时, 可以观察到明显的谐波; 有Y方向的基础振动时, X方向随转速变化的频谱图不仅有滚动轴承VC频率及其谐波, 在低转速下可以观察到明显的基础振动频率成分( $f_{\text{base}}$ )和新的频率成分( $f$ )。由于滚动轴承VC频率显著大于其它频率成分, 为了清楚研究在不同转速下转轴的频率成分, 汇总1500 r/min和5000 r/min

转速下响应的时间历程图、相平面图、轴心轨迹、FFT频谱图进行详细地分析, 分别见图7和图8。

对比图4和图7可知, 转速1500 r/min下, Y方向的基础振动不改变系统X方向的运动, 响应的时间历程图、相平面图、轴心轨迹大小、FFT频谱图几乎不变。此外, 对比图5和图8可知, 转速5000 r/min时, Y向的基础振动使系统X向由周期运动变为概周期运动, 轴心轨迹由稳定的椭圆变为复杂的椭圆, 基础振动下响应的频率不仅包含滚动轴承VC频率(107.4 Hz)及其谐波频率, 还有基础振动频率(156.2 Hz)和基础振动频率与滚动轴承VC频率之差(263.7 Hz)。基础振动下X方向不同转速下响应的频率成分及对应关系, 具体如表1所示。

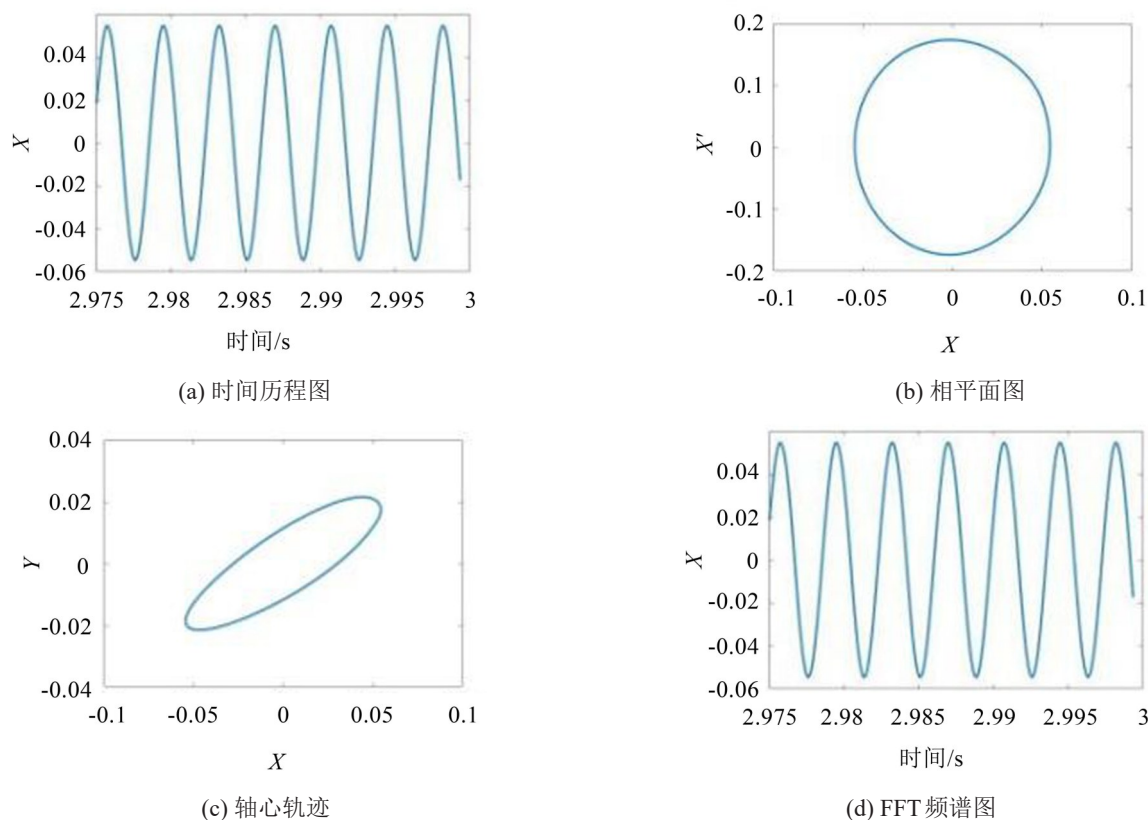


图5 转轴中心节点X方向上的响应(5000 r/min)

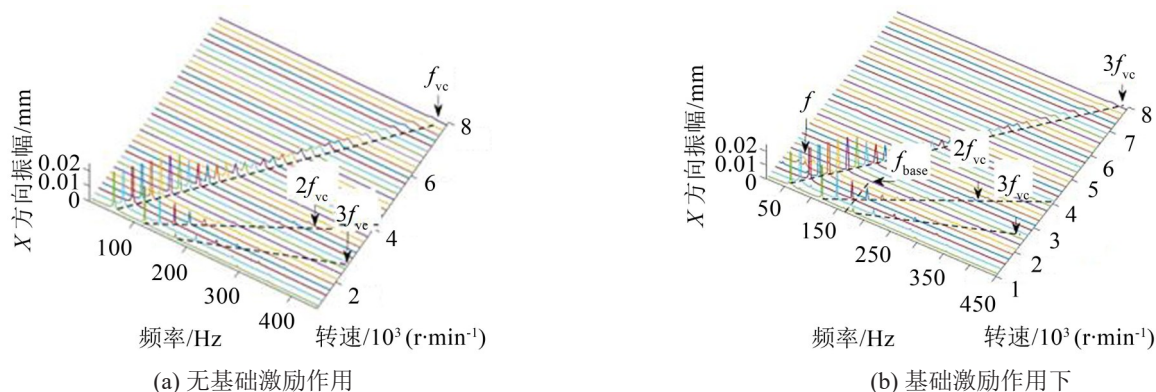
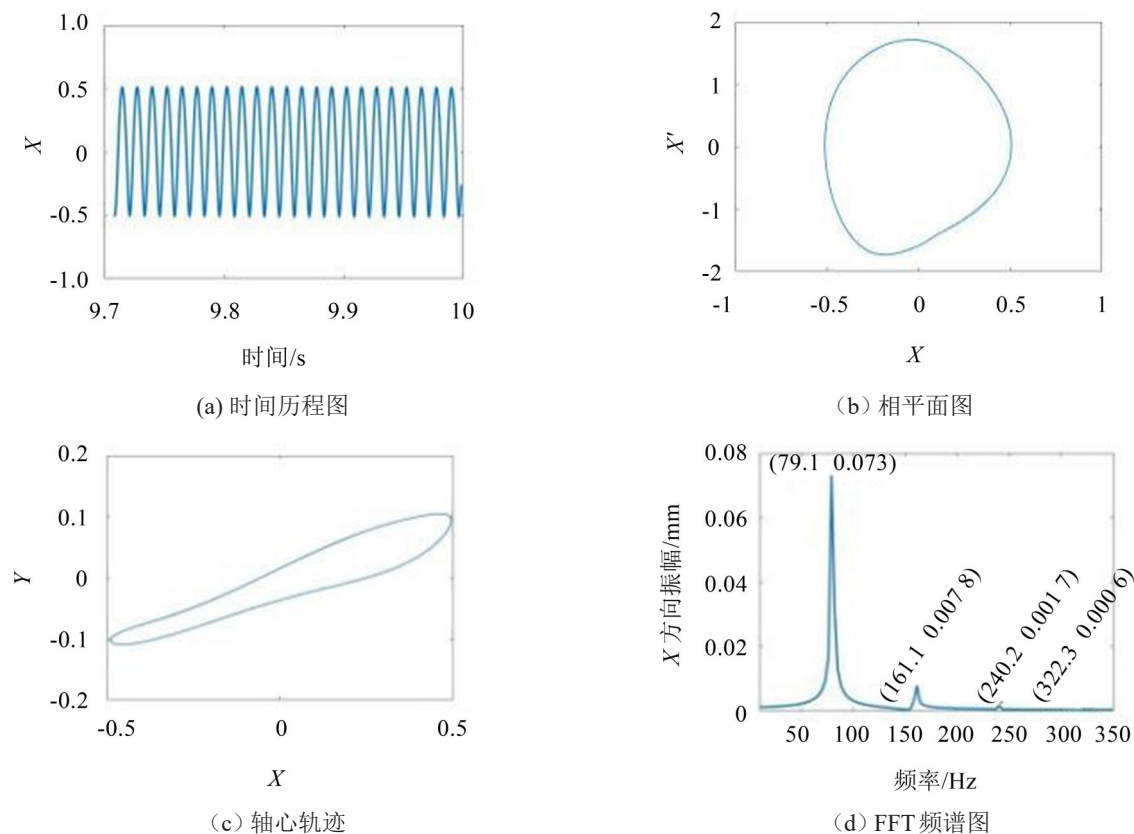
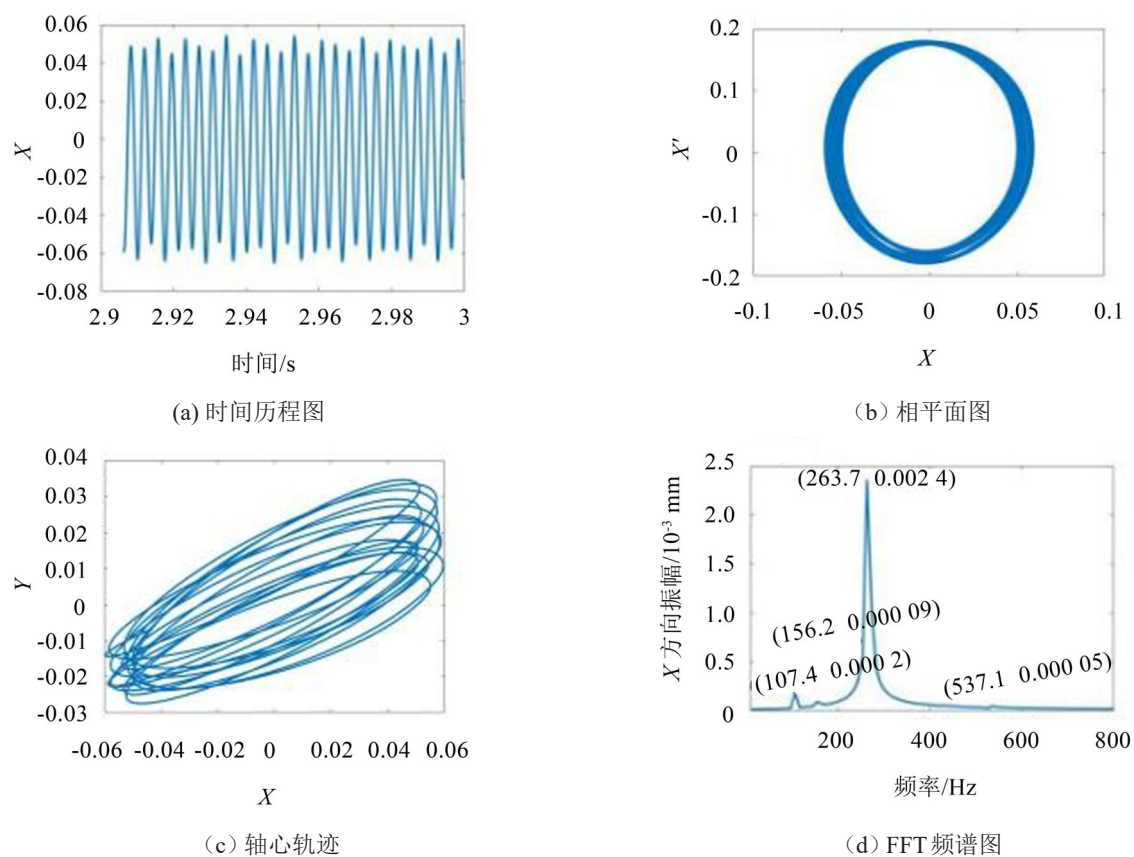


图6 不同转速下X方向上的振动响应的瀑布图

图7  $X$ 方向上的响应(1 500 r/min)图8  $X$ 方向上的响应(5 000 r/min)

## (2) 基础振动对 $Y$ 方向动力学特性影响

同样为了观察  $Y$  方向基础振动对耦合系统  $Y$  方向的影响,分别求得有无基础振动下,  $Y$  方向振动响

应的瀑布图,具体如图9所示。施加加速度基础激励时,  $Y$  方向随转速变化的频谱图中除了滚动轴承变刚度频率及其谐波,在整个转速范围内还可以观

表1 转轴中心节点在X向上频率成分及对应关系

| 转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 频率成分/Hz                 | 对应关系   |
|---------------------------|-------------------------|--|
| 1 500                     | 79.1、161.1、240.2、322.3  | $f_{vc}$ 、 $2f_{vc}(f_{base})$ 、 $3f_{vc}$ 、 $4f_{vc}$ |
| 5 000                     | 107.4、156.2、263.7、537.1 | $f_{vc}$ 、 $f_{base}$ 、 $f_{base}-f_{vc}$ 、 $2f_{vc}$  |

观察到明显的基础激励频率成分。

Y方向基础振动对耦合系统Y方向的影响与对X方向影响相似,转速1 500 r/min时,基础振动不改变系统Y向的运动状态;然而,转速5 000 r/min时,基础振动使系统Y方向由周期运动变为概周期运动。基础激励下不同转速在Y方向振动响应的频率成分及对应关系,具体如表2所示。

综上所述,Y方向上基础振动对耦合系统X和Y方向上的动力学特性都有影响。当基础振动频率等于滚动轴承VC频率或其谐波频率时,不影响耦合系统的运动;当基础振动频率不等于滚动轴承VC频率或其谐波频率时,会呈现出组合共振现象,组合共振的频率包括多个成分,可以表示为整数倍的滚动轴承VC频率与基础激励频率的代数和。

#### 4 转子轴承系统动力学参数优化设计

在设计中,要求各转速下转子轴承系统位移振

动响应受到基础激励的影响尽可能减小。通过文献[15-16]研究可知,阻尼环参数 $k_1$ 、 $\eta$ 对系统动力学行为有着重要的影响。因此,本文将 $k_1$ 、 $\eta$ 作为设计变量,并构建设计空间。分别1 500 r/min和5 000 r/min转速下X和Y方向基础激励对转子振动位移幅值加权作为目标函数,通过方程式(5)、式(10)建立优化数学模型如方程式(11):

$$\begin{aligned} \min F(k_1, u) &= \sum_{i=1}^m (\omega_i X_i + \omega_i Y_i) \\ \text{subject to} \quad & \begin{cases} F_s = \begin{bmatrix} F_{xs} \\ F_{ys} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \cdot \eta \\ k_1 \cdot \eta & k_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} \\ [\bar{M}] \bar{X}'' + [\bar{C}] \bar{X}' + [\bar{K}] \bar{X} = [\bar{Q}] \end{cases} \quad (11) \end{aligned}$$

式中: $\omega_i$ 为权重, $X_i$ 、 $Y_i$ 分别为对应转速的X和Y方向基础激励频率影响下的转轴中间节点FFT幅值。

采用遗传算法进行优化设计,求得最优解为:

$$k_1 = 6 \times 10^6, \eta = 0.21$$

对优化后参数进行计算,获得基础频率下转轴中间节点最大幅值,可以得到表3优化前振动响应的频率及各方向最大幅值以及表4优化后振动频率及各方向最大幅值的对比。

通过上述分析可知,在1 500 r/min和5 000

表2 不同转速下Y方向振动响应的频率成分及对应关系

| 转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 频率成分/Hz                       | 对应关系   |
|---------------------------|-------------------------------|--|
| 1 500                     | 79.1、158.2、240.2、319.3        | $f_{vc}$ 、 $2f_{vc}(f_{base})$ 、 $3f_{vc}$ 、 $4f_{vc}$                     |
| 5 000                     | 107.4、156.2、263.7、371.1、537.1 | $f_{vc}$ 、 $f_{base}$ 、 $f_{base}-f_{vc}$ 、 $2f_{vc}-f_{base}$ 、 $2f_{vc}$ |

表3 优化前振动响应的频率及幅值

| 转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | X向基振/Hz | X向幅值/mm | Y向基振/Hz | Y向幅值/mm |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 500                     | 161.1   | 0.071   | 158.2   | 0.073   |
| 5 000                     | 156.2   | 0.002 4 | 156.2   | 0.002 4 |

表4 优化后振动响应的频率及幅值

| 转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | X向基振/Hz | X向幅值/mm | Y向基振/Hz | Y向幅值/mm |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 500                     | 180.3   | 0.057   | 181.2   | 0.058   |
| 5 000                     | 181.6   | 0.001 9 | 181.8   | 0.001 8 |

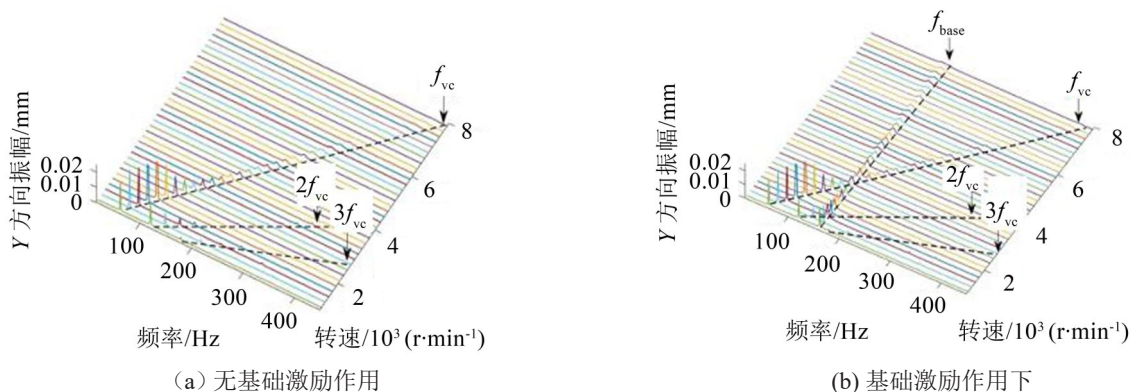


图9 不同转速在Y方向上的振动响应的瀑布图

r/min 转速下  $X$  和  $Y$  向幅值分别降低了 19.72 %、20.83 % 及 20.54 %、25 %。显然,设计方法优化后,基础激励对转子轴承系统的振动响应影响得到显著减小。

## 5 结 语

针对具有基础激励的转子轴承系统,建立了转轴-轴承-支座耦合动力学模型,模型中转轴采用梁单元离散,考虑了滚动轴承非线性弹性支承效应、滚动轴承与阻尼环间影响、阻尼环与支座之间的耦合效应;最后采用数值积分方法求解系统微分方程组,对耦合系统振动响应进行动力学分析,获得如下结论:

(1) 对于滚动轴承支承的转子耦合系统,在水平或垂直方向上的基础激励不仅对该方向转子的振动有影响,对其他方向上的振动也有影响。

(2) 当基础振动频率等于滚动轴承 VC 频率或其谐波频率时,不影响系统的运动状态;当基础振动频率不等于滚动轴承 VC 频率或其谐波频率时,会呈现出组合共振现象,振动响应的频率包括多个成分,为整数倍的滚动轴承激励频率与基础激励频率的代数和。

(3) 以转子振动位移最小为目标,对支承阻尼环的刚度系数和损耗因子进行优化设计,可减小基础激励对系统动力学特性的影响。

### 参考文献:

- [1] DAKEL M, BAGUET S. Steady-state dynamic behavior of an on-board rotor under combined base motions[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(15): 2254-2287.
- [2] DAKEL M, BAGUET S, DUFOUR R. Nonlinear dynamics of a support-excited flexible rotor with hydrodynamic journal bearings[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(10): 2774-2799.
- [3] DUCHEMIN M, BERLIOZ A, FERRARIS G. Dynamic behavior and stability of a rotor under base excitation[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2006, 128(5): 576-585.
- [4] FAWZI M A, FRED S. Dynamics of a rigid rotor linear/nonlinear bearings system subject to rotating unbalance and base excitations[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2010, 16(3): 403-438.
- [5] EDWARDS S, LEES A, FRISWELL M. Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearing-foundation system from a single run-down[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 232(5): 963-992.
- [6] YAN W, SHAPOSHNIKOV K, YU P, et al. Experimental investigation and numerical analysis on influence of foundation excitation on the dynamics of the rotor system [C]// *Proceedings of the ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition*, 2015. 7A: 1-12.
- [7] 颜文忠, Konstantin Shaposhnikov, 张大义, 等. 基础振动对转子系统动力特性影响的试验研究[J]. *推进技术*, 2016, 37(11): 2157-2164.
- [8] 祝长生. 基础横向振动对电磁轴承转子系统特性影响的实验研究[J]. *航空动力学报*, 2004, 25(2): 168-171.
- [9] 张欢. 考虑基础运动的转子系统动力学特性分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [10] 倪德, 朱如鹏, 靳广虎, 等. 机动飞行时直升机尾传动轴的横向振动建模与特性[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(7): 215-220.
- [11] WANG R, GUO X, WANG Y. Nonlinear analysis of rotor system supported by oil lubricated bearings subjected to base movements[J]. *Mechanical Engineer Science*, 2016, 230(4): 543-558.
- [12] FRISWELL M I, PENNY J E T, GARVEY S D, et al. *Dynamics of rotating machines*[M]. London: Cambridge University Press, 2010: 35-43.
- [13] FEI Z X, TONG S G, WEI C. Investigation of the dynamic characteristics of a dual rotor system and its start-up simulation based on finite element method[J]. *Journal of Zhejiang UnivSciA (Appl Phys and Eng)*, 2013. 14(4): 268-280.
- [14] 宋传冲, 南国防, 楼剑阳. 滚动轴承-裂纹转子系统动力学特性分析[J]. *噪声与振动控制*, 2021, 41(6): 56-62.
- [15] ZHU H M, CHEN W F, ZHU R P, et al. Dynamic analysis of a flexible rotor supported by ball bearings with damping rings based on FEM and lumped mass theory [J]. *Journal of Central South University*, 2020, 27: 3684-3701.
- [16] 宣海军. EORD 支承转子动力学特性分析及其在超高速旋转机械中的应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2004.