文章编号:1006-1355(2021)02-0241-07

基于子结构模型的平置式浮筏隔振系统功率流传递特性分析

门丽洁[1]，余桐奎[1]，龙 军[1]，刘文帅[1]，王志伟[1]，时胜国[2]

（1. 大连测控技术研究所，辽宁 大连 116013；
2. 哈尔滨工程大学 水声工程学院，哈尔滨 150001）

摘 要: 针对大型船用浮筏隔振系统的声学优化设计问题，从振动能量传递角度出发，研究浮筏隔振系统各子结构参数变化对系统隔振性能的影响，分析振动能量由设备机脚经浮筏隔振系统传至基础的传递规律。采用子结构导纳综合法，建立基于弹性基础的多激励源多自由度浮筏隔振系统动力学模型，通过仿真分析不同子结构参数条件下浮筏系统振动功率流传递特性和变化规律。仿真结果表明：平置式浮筏系统中隔振器刚度、机组和筏体质量、弹性基础板厚度等结构参数对传入基础的功率流影响较大，减小隔振器刚度、增加机组设备、增加筏体质量、增大基础板厚度均可有效降低传入基础的振动能量。

关键词: 振动与波；功率流；子结构导纳；传递特性；模型；浮筏

中图分类号: TB532　　**文献标志码:** A　　**DOI编码:** 10.3969/j.issn.1006-1355.2021.02.041

Power Flow Transfer Characteristics Analysis of Vibration Isolation Systems of Flat Floating Rafts Based on Substructure Model

MEN Lijie[1], *YU Tongkui*[1], *LONG Jun*[1], *LIU Wenshuai*[1], *WANG Zhiwei*[1], *SHI Shengguo*[2]

(1. Dalian Scientific Test and Control Technology Institute, Dalian 116013, Liaoning, China;
2. School of Underwater Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract : The acoustic optimizing design of vibration isolation systems of flat floating rafts of large scale ships was studied. From the viewpoint of vibration energy transfer, the influence of substructure's parameter of the floating raft on vibration isolation of the system was investigated. The transfer law of vibration energy from equipment seat to foundation through the floating raft was analyzed. Using substructure mobility synthesis method, the multi-excitation source and multi-DOF dynamics model of the vibration isolation floating raft system on the elastic foundation was built. The vibration power flow transfer characteristics of the floating raft system for different structure parameters were simulated and the influence of the substructure parameters on the vibration isolation system was analyzed. Results show that the parameters of the vibration isolation flat floating raft system, such as stiffness of isolator, mass of equipment and floating raft, thickness of elastic foundation plate etc., have great influence on the power flow transferring into the foundation plate. And some corresponding measures, such as decreasing the stiffness of isolators, increasing the mass of equipment or floating raft, and increasing the thickness of elastic foundation plate, are effective to reduce the vibration energy transferring into the foundation plate.

Key words : vibration and wave; power flow; substructure mobility; transfer characteristics; model; floating raft

对大型机械结构进行计算机建模仿真是研究其结构振动性能的一种常用手段。常用的机械结构系统建模方法主要包括：多刚度法、有限元法[1]、四端参数法[2-4]、机械阻抗综合法[5-6]、模态阻抗综合法、传递波法、动力缩聚法、频响函数综合法等，对于隔振系统的建模问题，目前应用比较多的是有限元法、机械阻抗综合法、模态阻抗综合法。

机械阻抗综合法简称为阻抗综合法，一些文献

收稿日期: 2020-06-13

作者简介: 门丽洁(1978-)，女，沈阳市人，硕士，主要研究方向为振动噪声、振动传递路径。
E-mail: menlijie666@163.com

称之为导纳综合法、子结构导纳综合法。该方法是一种分析组合结构动力特性的实用手段，它是动态子结构方法的一种特殊形式。机械阻抗综合法的基本思想是：先将整个系统或结构有目的地分解成若干个子系统或子结构，通过机械阻抗方法的理论计算或试验测定，分别建立每个子结构的运动方程，再根据子结构间相互联接的实际状况，确定联接面的约束条件，最后通过子结构之间的约束方程，将各个子结构的运动方程耦合起来，得到整个结构系统的运动方程和动力特性。

近年来国内外学者逐渐开展了对结构振动功率流的研究[9–13]。国内牛军川等[7]采用子结构导纳综合法和传递矩阵技术,建立了多激励多支承的全柔性隔振系统动力学模型，给出适合于不同隔振系统的传递率和功率流表达式。肖斌[8]通过建立子系统传递矩阵，利用功率流法实现被动隔振过程振动传递特性研究，分析了隔振系统主导模态、耦合和阻尼等耗散特征以及初级激扰力特征对各振动通道能量分布和传递特性的影响。这些研究从能量角度对隔振系统的设计给出了更有效的分析评价方法。

浮筏隔振系统主要由激励源设备、上下层隔振器和浮筏筏架组成，改变系统各组成部分的结构参数对浮筏隔振效果都会产生不同的影响，通过改变这些结构参数可有效改善整个系统的隔振性能，但改变哪些组件的结构参数会更有效呢？本文基于振动功率流分析，采用子结构导纳法和四端参数法，通过建立基于弹性基础的多激励多自由度平置式浮筏隔振系统的动力学模型，推导出隔振系统中传入整个系统和传入各子系统的功率流与激励力之间的数学表达式，分析不同结构参数条件下振动能量传递特性的变换规律。参考船用浮筏隔振装置实际参数，建立了三源激励平置式浮筏隔振系统的数值模型。通过对浮筏隔振系统模型中隔振器、机组、筏体及基础的结构参数进行数值仿真分析，给出了平置式浮筏各子结构参数变化引起的传入基础及其他子系统功率流的变化规律和相对量级。

1 平置式浮筏隔振系统动力学模型

1.1 平置式浮筏隔振系统动力学模型

平置式广义浮筏结构的动力学模型如图1所示。在实际工程应用时，机组和浮筏筏架的安装频率一般都会远低于主机扰动频率，且浮筏本身的刚性很大，因此将浮筏机组设备和浮筏均简化为刚体，基础板简化为四边简支薄板，整个结构关于xoz平面对称。系统由s台设备组成，第k台设备由p_k个隔振器支撑，上层隔振器共有n个，下层隔振器共有m个。

系统分为机组设备、上层隔振器、筏架、下层隔振器和基础共5个子系统。各子系统之间的动态传递关系如图2所示。定义速度正方向始终向下，每个子系统的正方向为指向各自子系统，刚体转动速度以逆时针为正向。

1.2 子系统导纳分析

对于机组子系统，根据刚体动力学理论，第k台设备的动力学平衡方程如下：

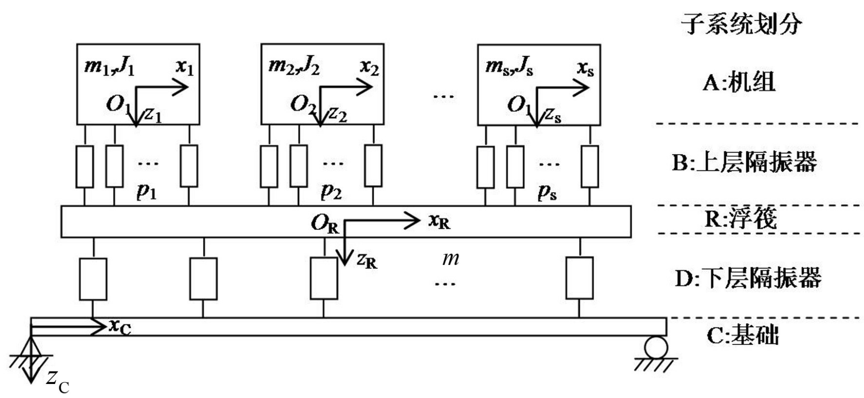


图1 平置式浮筏隔振系统动力学模型示意图

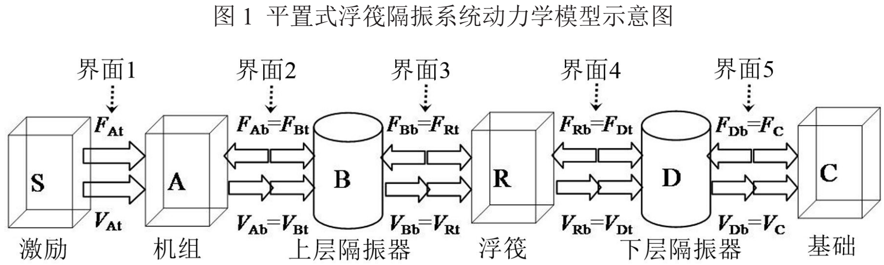


图2 浮筏隔振系统中各子系统的动态传递关系图

$$F_{A_k t} - F_{A_k 1b} - F_{A_k 2b} - \ldots - F_{A_k p_k b} = \mathrm{j}\omega m_k V_k \tag{1}$$

$$F_{A_k 1b} x_{A_k 1} + F_{A_k 2b} x_{A_k 2} + \ldots + F_{A_k p_k b} x_{A_k p_k} = \mathrm{j}\omega J_k \dot{\theta}_k \tag{2}$$

式中：m_k、J_k、$\dot{\theta}_k$ 分别为第 k 台设备的质量、转动惯量和角速度，基于刚体设备假设，与同一台设备连接的不同隔振器连接处的角速度应相等。

第 k 台设备的第 l_k 个隔振器上端运动速度为

$$V_{A_k l_k b} = V^*_{A_k l_k b} + V_k = -\left(\frac{F_{A_k 1b} x_{A_k 1}}{\bar{J}_k} + \cdots + \frac{F_{A_k p_k b} x_{A_k p_k}}{\bar{J}_k}\right) x_{A_k l_k} - \frac{F_{A_k 1b}}{\bar{M}_k} - \cdots - \frac{F_{A_k p_k b}}{\bar{M}_k} + \frac{F_k}{\bar{M}_k} \tag{3}$$

式中：$\bar{M}_k = \mathrm{j}\omega m_k$，$\bar{J}_k = \mathrm{j}\omega J_k$，$J_k = m_k(l_1^2 + l_2^2)/12$，$l_1$、$l_2$ 分别为旋转面上刚体的长和宽。$F_{A_k p_k b}$、$V_{A_k p_k b}$、$x_{A_k p_k}$ 分别为第 k 台设备与第 p_k 个隔振器连接点处的力、速度和连接点在设备上的局部坐标。

将各台设备的动力学方程写成导纳方程形式有：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{At} \\ \boldsymbol{V}_{Ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{At} \\ \boldsymbol{F}_{Ab} \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{V}_{At}$ 和 $\boldsymbol{F}_{At}$ 分别为机组 $\boldsymbol{A}$ 的耦合界面力和速度向量，$\boldsymbol{V}_{Ab}$ 和 $\boldsymbol{F}_{Ab}$ 为上层隔振器阵列 $\boldsymbol{B}$ 的耦合界面力和速度向量。式中导纳矩阵

$$\boldsymbol{A}_{11} = \mathrm{diag}\,(1/\bar{M}_1, 1/\bar{M}_2, \cdots, 1/\bar{M}_s),$$

$$\boldsymbol{A}_{12} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{A}_{12}^{(1)}, \boldsymbol{A}_{12}^{(2)}, \cdots, \boldsymbol{A}_{12}^{(s)}),$$

$$\boldsymbol{A}_{21} = -\boldsymbol{A}_{12}^T, \boldsymbol{A}_{22} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{A}_{22}^{(1)}, \boldsymbol{A}_{22}^{(2)}, \cdots, \boldsymbol{A}_{22}^{(s)}),$$

其中：

$$\boldsymbol{A}_{12}^{(k)} = \begin{bmatrix} -1/\bar{M}_k & -1/\bar{M}_k & \cdots & -1/\bar{M}_k \end{bmatrix}_{1\times p_k} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{A}_{22}^{(k)} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 1}^2}{\bar{J}_k} & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 2} x_{A_k 1}}{\bar{J}_k} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k p_k} x_{A_k 1}}{\bar{J}_k} \\ -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 1} x_{A_k 2}}{\bar{J}_k} & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 2}^2}{\bar{J}_k} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k p_k} x_{A_k 2}}{\bar{J}_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 1} x_{A_k p_k}}{\bar{J}_k} & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k 2} x_{A_k p_k}}{\bar{J}_k} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_k} - \frac{x_{A_k p_k}^2}{\bar{J}_k} \end{bmatrix} \tag{6}$$

对于上层和下层隔振器子系统，忽略隔振器质量，隔振器假设为一对大小相等、方向相反的力。上下层隔振器的复刚度矩阵可写为 $\boldsymbol{K}_B = \mathrm{diag}\,(k_{B1}^*, k_{B2}^*, \cdots, k_{Bn}^*)$ 和 $\boldsymbol{K}_D = \mathrm{diag}\,(k_{D1}^*, k_{D2}^*, \cdots, k_{Dm}^*)$。式中：$k_{Bk}^* = k_{Bk}(1 + \mathrm{j}\eta_{Bk})$ 和 $k_{Dl}^* = k_{Dl}(1 + \mathrm{j}\eta_{Dl})$ 分别表示第 k 个上层隔振器和第 l 个下层隔振器的复刚度，其中 η_{Bk} 和 η_{Dl} 分别表示第 k 个上层隔振器和第 l 个下层隔振器的阻尼损耗因子。

上层和下层隔振器的动态方程如下：

$$F_{Bt} = \bar{K}_B(V_{Bt} - V_{Bb}) \tag{7}$$

$$F_{Dt} = \bar{K}_D(V_{Dt} - V_{Db}) \tag{8}$$

式中：$\bar{K}_B = K_B/\mathrm{j}\omega$，$\bar{K}_D = K_D/\mathrm{j}\omega$。

由于很难获得四边自由薄板精确解，对浮筏筏体子系统进行导纳分析有较大难度，采用刚体来模拟筏体。刚体浮筏的动力平衡方程为

$$-\sum_{i=1}^{n} F_{Rit} x_{Rit} + \sum_{j=1}^{m} F_{Rjb} x_{Rjb} = \mathrm{j}\omega J_R \dot{\theta}_R \tag{9}$$

式中：J_R、$\dot{\theta}_R$ 表示筏体的转动惯量和角速度，与浮筏连接的不同隔振器连接处的角速度应相等。

刚性浮筏的导纳方程为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{Rt} \\ \boldsymbol{V}_{Rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12} \\ \boldsymbol{R}_{21} & \boldsymbol{R}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{Rt} \\ \boldsymbol{F}_{Rb} \end{bmatrix} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{F}_{Rt}$ 和 $\boldsymbol{V}_{Rt}$ 表示浮筏子系统上端的输入力和速度向量，$\boldsymbol{F}_{Rb}$，$\boldsymbol{V}_{Rb}$ 表示下端输入力和速度向量，并有，$\boldsymbol{R}_{12} = -\boldsymbol{R}_{21}^T$。

$$\boldsymbol{R}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t}^2}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t} x_{R1t}}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt} x_{R1t}}{\bar{J}_R} \\ \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t} x_{R2t}}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t}^2}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt} x_{R2t}}{\bar{J}_R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t} x_{Rnt}}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t} x_{Rnt}}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt}^2}{\bar{J}_R} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{R}_{21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t} x_{R1b}}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t} x_{R1b}}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt} x_{R1b}}{\bar{J}_R} \\ \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t} x_{R2b}}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t} x_{R2b}}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt} x_{R2b}}{\bar{J}_R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R1t} x_{Rmb}}{\bar{J}_R} & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{R2t} x_{Rmb}}{\bar{J}_R} & \cdots & \frac{1}{\bar{M}_R} + \frac{x_{Rnt} x_{Rmb}}{\bar{J}_R} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{R}_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R1b}^2}{\bar{J}_R} & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R2b} x_{R1b}}{\bar{J}_R} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{Rmb} x_{R1b}}{\bar{J}_R} \\ -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R1b} x_{R2b}}{\bar{J}_R} & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R2b}^2}{\bar{J}_R} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{Rmb} x_{R2b}}{\bar{J}_R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R1b} x_{Rmb}}{\bar{J}_R} & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{R2b} x_{Rmb}}{\bar{J}_R} & \cdots & -\frac{1}{\bar{M}_R} - \frac{x_{Rmb}^2}{\bar{J}_R} \end{bmatrix} \tag{13}$$

其中：$\bar{M}_R = \mathrm{j}\omega m_R$，$\bar{J}_R = \mathrm{j}\omega m_R a_R^2/12$，$m_R$、$a_R$ 分别为浮筏质量和浮筏在旋转平面上的尺度，$a_R = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$，$l_1$、$l_2$ 分别为筏体在旋转面上的长和宽。

对于基础子系统，采用四边简支矩形板来模拟弹性基础板，与弹性浮筏的微分方程和求解形式相同。可求得简谐激励 F_c 在点 $\sigma(x_0, y_0)$ 作用时板在任意一点处的速度响应为

$$\dot{w}(x,y,t)=\frac{\mathrm{j}\omega F_c}{M_b}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi_{mn}(x,y)\varphi_{mn}(x_0,y_0)}{\omega_{mn}^2(1+\mathrm{j}\delta)-\omega^2} \quad (14)$$

可以得到，在任意点$\sigma(x_i,y_i)$激励时，任意点$\sigma(x_j,y_j)$的导纳函数为[6-8]

$$C_{ij}=\frac{\mathrm{j}\omega}{\boldsymbol{M}_b}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi_{mn}(x_i,y_i)\varphi_{mn}(x_j,y_j)}{\omega_{mn}^2(1+\mathrm{j}\delta)-\omega^2} \quad (15)$$

式中：M_b为板的模态质量，$M_b=\rho h l_x l_y/4$，ρ、h分别为板的密度和厚度，l_x、l_y为基础板的长和宽，δ为损耗因子。四边自由简支薄板的振型函数为：$\varphi_{mn}(x,y)=\sin\left(m\pi x/l_x\right)\sin\left(n\pi y/l_y\right)$。

$$\omega_{mn}=\left[\left(\frac{m\pi}{l_x}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{l_y}\right)^2\right]\sqrt{\frac{D}{\rho_s}}=\left[\left(\frac{m\pi}{l_x}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{l_y}\right)^2\right]\sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)}} \quad (16)$$

其为四边简支板矩形薄板的固有频率，其中，$D=Eh^3/12(1-\nu^2)$，ρ_s为矩形板的面密度，E、ν分别为材料的杨氏模量和泊松比。装有m个隔振器的基础板子系统导纳矩阵方程为

$$\boldsymbol{V}_c=\boldsymbol{C}\boldsymbol{F}_c \quad (17)$$

式中，导纳矩阵$\boldsymbol{C}$为$m\times m$方阵，方阵中的元素为C_{ij}。

1.3 动力学传递方程

浮筏系统中各子系统之间的动力传递关系如图2所示。由式(4)、式(7)、式(8)、式(10)、式(17)可求得浮筏系统中各子系统耦合界面力和速度响应。得到激励源耦合界面1处的速度响应为

$$\boldsymbol{V}_{At}=[\boldsymbol{A}_{11}+\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}]\boldsymbol{F}_{At} \quad (18)$$

机组与上层隔振器耦合界面2处的力和速度为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_{Bt}=\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{F}_{At}\\ \boldsymbol{V}_{Bt}=[\boldsymbol{A}_{21}+\boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}]\boldsymbol{F}_{At}\end{cases} \quad (19)$$

上层隔振器与浮筏上表面耦合界面3处的力和速度为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_{Rt}=\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{F}_{At}\\ \boldsymbol{V}_{Rt}=(\boldsymbol{R}_{11}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}+\boldsymbol{R}_{12}\boldsymbol{Q}_4\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21})\boldsymbol{F}_{At}\end{cases} \quad (20)$$

浮筏下表面与下层隔振器耦合界面4处的力和速度为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_{Dt}=\boldsymbol{Q}_4\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{F}_{At}\\ \boldsymbol{V}_{Dt}=(\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_3\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}+\boldsymbol{R}_{22}\boldsymbol{Q}_4\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21})\boldsymbol{F}_{At}\end{cases} \quad (21)$$

下层隔振器与基础耦合界面5处的力和速度为

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_C=\boldsymbol{Q}_4\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{F}_{At}\\ \boldsymbol{V}_C=\boldsymbol{C}\boldsymbol{Q}_4\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{F}_{At}\end{cases} \quad (22)$$

其中：

$$\begin{cases}\boldsymbol{Q}_1=(\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{A}_{22}+\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{R}_{11})^{-1}\\ \boldsymbol{Q}_2=(\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{22}+\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{C})^{-1}\\ \boldsymbol{Q}_3=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{R}_{12}\boldsymbol{Q}_2\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21})^{-1}\\ \boldsymbol{Q}_4=(\bar{\boldsymbol{K}}_D\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1\bar{\boldsymbol{K}}_B\boldsymbol{R}_{12}+\boldsymbol{Q}_2^{-1})^{-1}\end{cases} \quad (23)$$

2 系统功率流表达式

振动功率流是功率概念在振动分析领域的延伸，指单位时间内振动的能量。假设作用于某点处的外力为$F(t)$，该点处的速度为$V(t)$，则由该点输入结构的瞬时功率为

$$P=F(t)V(t) \quad (24)$$

通常使用一段时间内的平均功率来反映外部注入结构的能量强度，并且把按时间平均的振动功率称为振动功率流，即：

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T F(t)V(t)\,\mathrm{d}t \quad (25)$$

对于实际的振动问题，振动信号往往可以用叠加后的简谐信号来表示。因此可以设激励力为$F=F\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$，那么响应速度可写为$V=V\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$，则有

$$P(\omega)=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi\omega}\mathrm{Re}\{F\}\mathrm{Re}\{V\}\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}FV \quad (26)$$

上式可写为

$$P=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{FV^{\mathrm{H}}\}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{F^{\mathrm{H}}V\} \quad (27)$$

3 平置式浮筏隔振系统参数模型

参考船用机械系统及浮筏结构参数，建立平置式浮筏隔振系统参数模型，如图3所示。考虑到模型的一般性，假设隔振系统的机组中有3台激励设备，其中2台(1号、2号)是同型设备，并且3台设备的安装位置关于x轴方向对称，具体安装位置和尺寸见俯视图。

机组设备：1、2号泵的质量均为1 000 kg，设备尺寸($Lx\times Ly\times Lz$)均为1 000 mm×700 mm×400 mm；3号泵的质量为2 000 kg，尺寸为1 000 mm×1 500 mm×400 mm。

筏体：尺寸为3 500 mm×2 000 mm×80 mm，材料密度为7 850 kg/m^3，则质量为4 396 kg。

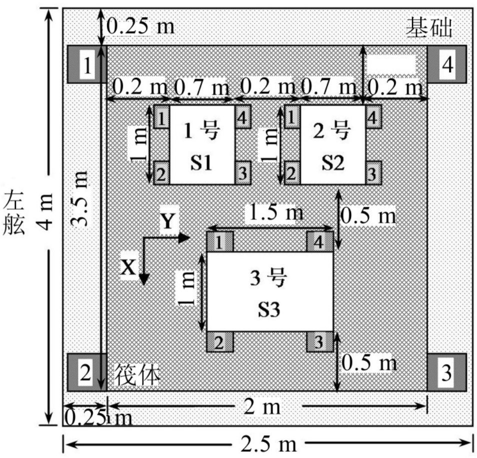
基础板：尺寸4 000 mm×2 500 mm×15 mm，材料密度为7 850 kg/m^3，则质量为1 471.875 kg。材料弹性模量E=2.1×10^{11} Pa，泊松比为0.29，阻尼因子δ=0.01。采用参考船用E型系列隔振器，上层隔振器选用E-15，Z向动刚度为450 N/mm，下层隔振器选用E-220，Z向动刚度为7 000 N/mm。

4 数值仿真

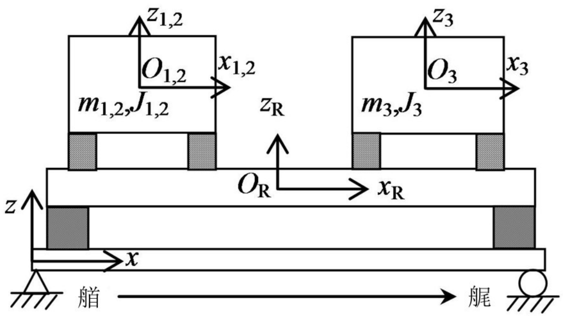
4.1 隔振器参数对功率流传递的影响

利用子结构导纳法和四端参数法建立平置式浮筏隔振系统动力学模型，通过改变上下层隔振器的刚度和阻尼，仿真分析隔振器参数变化对传入整个系统和各子系统功率流的影响。

上层隔振器刚度对传入各子结构的功率流均有



(a) 俯视图



(b) 侧视图

图3　平置式浮筏隔振系统参数模型图

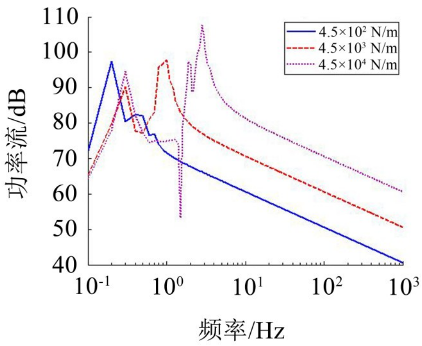
较大影响。如图4所示。

上层隔振器的刚度越小，系统的刚性模态频率越低，同时传入整个系统及传入筏体和基础的功率流也越小。刚度每减小10倍，在刚体模态频率以上频段传入整个系统和传入基础的功率流分别整体下降约10 dB和20 dB，而传入筏体的功率流平均整体下降16 dB左右。

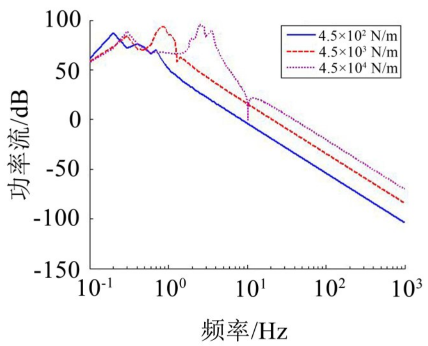
上层隔振器的阻尼变化主要对刚体模态频率处的功率流大小产生一定影响，如图5所示。阻尼因子每增大0.05，刚体模态频率（0.2 Hz）处传入各子系统功率流谱幅度均减小1 dB～2 dB；但对于传入整个系统的功率流谱，刚体模态频率以上频段功率流谱幅度随阻尼因子的增大略有增加，阻尼因子每增大0.05，功率流谱幅度增大2 dB～3 dB。

下层隔振器刚度对传入筏体和基础的功率流影响较大，而对传入整个系统功率流的影响主要体现在刚体模态频率随刚度减小略有变化。如图6所示，随着刚度的减小，在传入筏体和基础的功率流谱上，随频率快速衰减的拐点频率降低，随频率快速衰减的频段增大；刚度每减小10倍，传入筏体和基础的功率流谱在刚体模态频率以上频段分别整体减小约10 dB和20 dB。

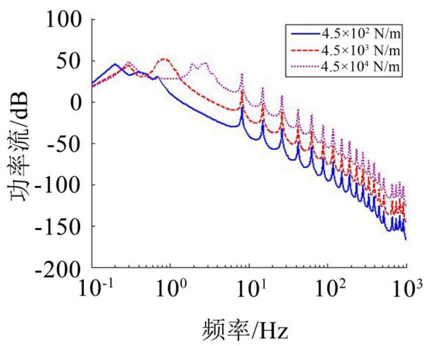
下层隔振器阻尼对传入各子系统功率流具有一定影响，主要体现在刚体模态频率附近。阻尼因子每增大0.05，传入各子系统功率流在刚体模态频率



(a) 传入系统功率流

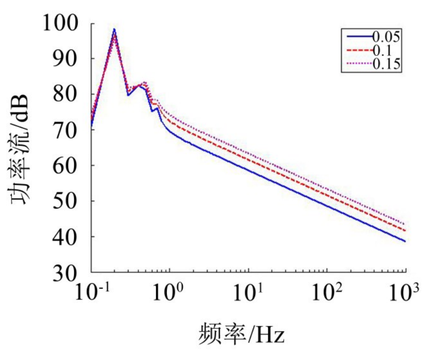


(b) 传入筏体功率流

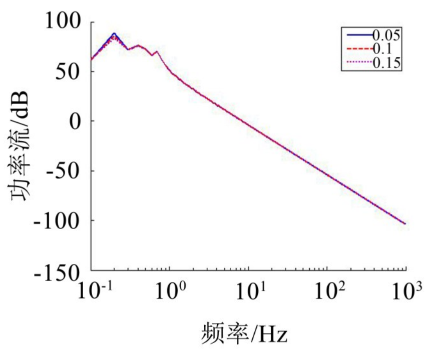


(c) 传入基础功率流

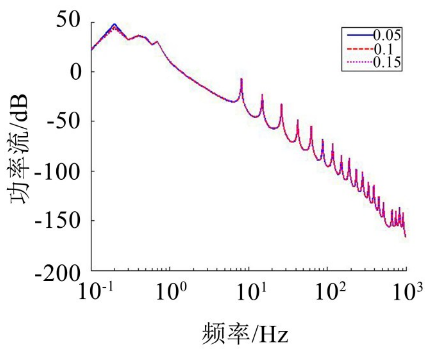
图4　上层隔振器刚度变化对传入子结构功率流的影响



(a) 传入系统功率流



(b) 传入筏体功率流



(c) 传入基础功率流

图5　上层隔振器阻尼变化对传入子结构功率流的影响

(0.2 Hz)处峰值均减小1 dB左右；但对于传入筏体的功率流谱，在刚体模态受到抑制的同时，其它频段的功率流谱幅度有1 dB～3 dB的增强。

4.2 机组参数对功率流传递的影响

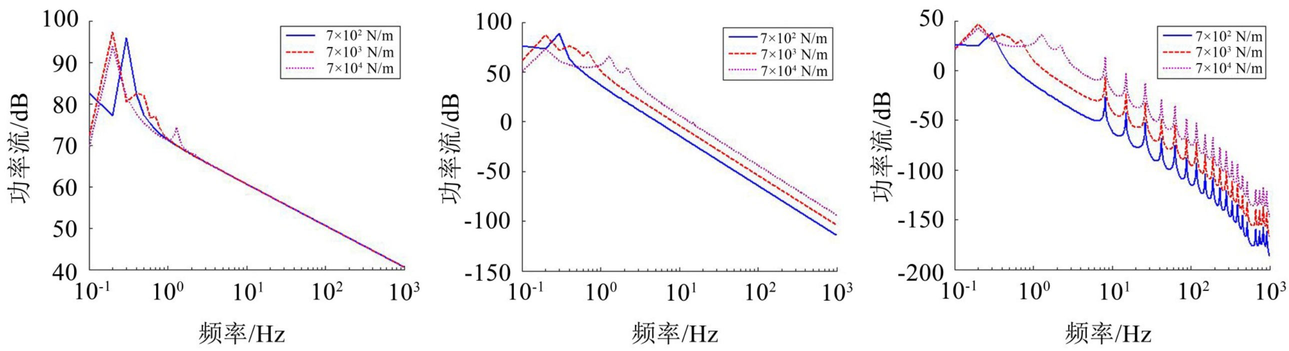
通过改变机组相关参数，分别对不同的机组质量、机组转动惯量和机组间距情况下传递的功率流进行分析，并对机组设备开启数量对传入各子系统功率流的影响进行分析。

保持机组质量的对称性，使机组质量整体变化，即机组中每台设备按相同比例变化。分别选取0.2倍、1倍和5倍机组质量进行仿真，如图7所示。结果表明，机组质量整体每增大5倍，除系统的刚体模态频率略有降低外，传入整个系统、筏体及基础的功率流均整体下降约14 dB。

分别取0.1倍、1倍和10倍机组转动惯量时仿真结果表明，机组转动惯量对称或非对称变化对传入各子系统的功率流影响很小。而减小机组间距会使传入筏体和基础的功率流总和略有降低。关闭3台设备中的1台和2台，传入整个系统的功率流总和分别降低约2 dB和5 dB，传入基础的功率流总和分别降低约3 dB和9 dB。

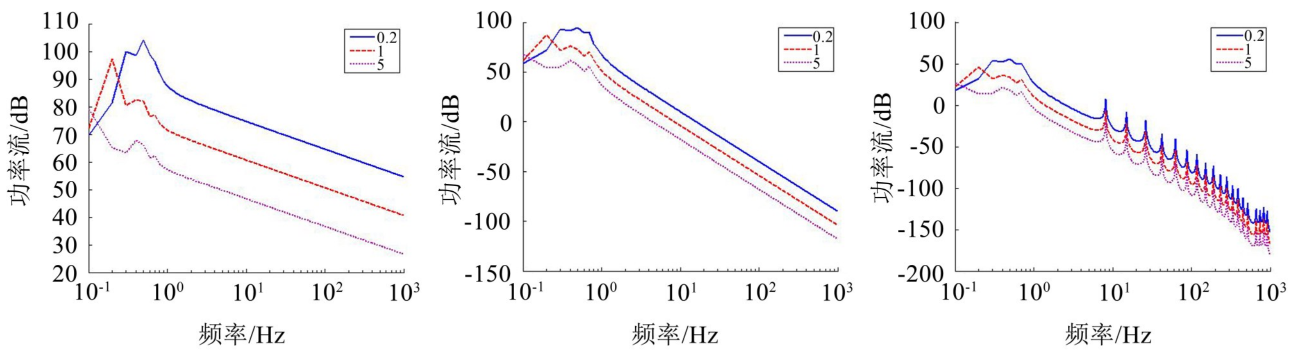
4.3 筏体参数对功率流传递的影响

在浮筏整体尺度不变的情况下，分析不同筏体质量（材料密度）对传入各子系统功率流总和的影响。仿真结果如图8所示。随着筏体密度的增大，除刚体模态频率略有降低外，传入筏体和基础的功



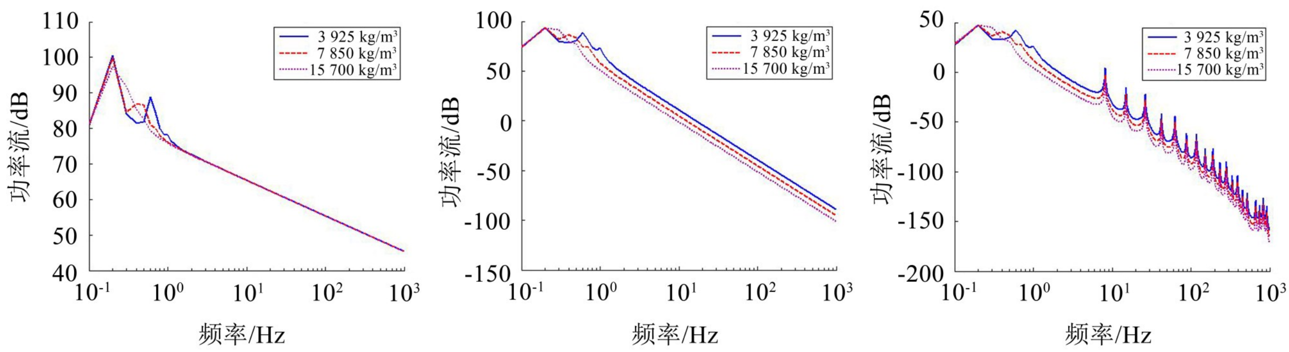
(a) 传入系统功率流 (b) 传入筏体功率流 (c) 传入基础功率流

图6 下层隔振器刚度变化对传入子结构功率流的影响



(a) 传入系统功率流 (b) 传入筏体功率流 (c) 传入基础功率流

图7 机组质量对称变化对传入子结构功率流的影响



(a) 传入系统功率流 (b) 传入筏体功率流 (c) 传入基础功率流

图8 筏体质量对传入各子系统功率流总和的影响

率流总和幅度整体降低，密度每升高一倍功率流总和幅度整体降低约6 dB。

4.4 基础板参数对功率流传递的影响

仿真结果表明，如图9所示。在其他参数不变的情况下，改变基础板的厚度对传入基础功率流的幅度和弹性模态频率均有较大影响，在10 Hz以内的弹性模态以下频段，厚度增大一倍其传入基础的功率流谱幅度就减小9 dB以上，同时随着基础板厚度的增加，各阶弹性模态频率均有所升高，各阶弹性模态频率的间隔有不同程度加大。基础板长度和宽度的变化主要影响传入基础功率流谱的弹性模态频率，长度或宽度的增加会使各阶弹性模态的频率降低，并使各阶弹性模态频率的频率间隔减小。

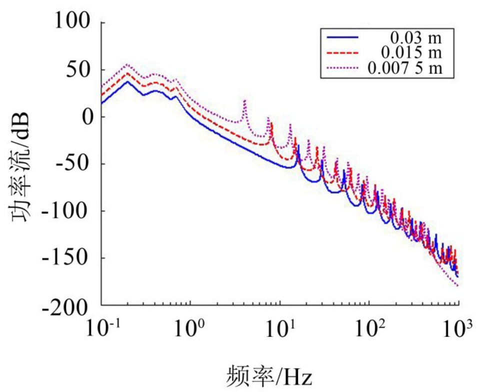


图9 基础板厚度变化对传入基础功率流的影响

5 结 语

本文通过建立基于弹性基础的多激励多自由度平置式浮筏隔振系统的振动功率流传递的动力学模型，仿真分析了隔振系统结构参数对传入基础的功率流大小的影响。结果表明：

（1）浮筏系统中上层和下层隔振器刚度对传入各子系统功率流的整体幅度影响最大，通过减小隔振器刚度，尤其是上层隔振器刚度，可使传入基础的功率流降低几十分贝。

（2）浮筏系统中设备和筏体质量对传入各子系统的功率流幅度有较大影响，在不破坏对称性的前提下，增加机组设备或筏体的质量，将使传入基础的功率流下降几分贝甚至十几分贝。但设备和筏体质量选取受实际因素的限制，调整范围有限。

（3）适当增大基础板的厚度可以使传入基础的功率流幅度下降几分贝，并使模态频率在升高的同时变稀疏；

（4）设备开启数量、隔振器间距、设备间距等参数及安装的对称性也对传入基础的功率流有一定影响。

参考文献：

[1] 张满满，骆东平，骆子夜，等. 船用辅机浮筏动态特性有限元分析[J]. 噪声与振动控制，2002，22(4)：24-26.

[2] HA J Y, KIM K J. Analysis of MIMO mechanical systems using the vectorial four pole parameter method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 180(2): 333-350.

[3] 沈建平，周璞. 基于四端参数分析的隔振器传递阻抗测量方法[J]. 噪声与振动控制，2004，24(10)：30-32.

[4] 张峰，俞孟萨. 浮筏隔振系统功率流的矢量四端参数方法[J]. 中国造船，2010，51(4)：118-126.

[5] GARDONIO P, BRENNAN M J. On the origins and development of mobility and impedance methods in structural dynamics[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 249(3): 557-573.

[6] GARDONIO P, ELLIONTT S J, PINNINGTON R J. Active isolation of structural vibration on a multiple-degree-of-freedom system, Part I: The dynamics of the system[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 207(1): 61-93.

[7] 牛军川，宋孔杰. 多激励多支承全柔性隔振系统的传递特性分析[J]. 机械工程学报，2011，47(7)：59-64.

[8] 肖斌. 基于功率流法双层隔振系统振动传递[J]. 机械工程学报，2011，47(5)：106-113.

[9] CHOI W J, XIONG Y P, SHENOI R A. Power flow analysis for a floating sandwich raft isolation system using a higher-order theory[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319: 228-246.

[10] JIN YANA, JUAN ZHANG. Power flow and sound radiation of a submerged cylindrical shell with internal structural[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012. 105-107: 321-325.

[11] 许树浩，桂洪斌. 浮筏系统隔振性能的功率流评价指标[J]. 船舶力学，2012，16(5)：567-572.

[12] 王骁，王敏庆，王婷，等. 一种多支撑隔振系统传递功率流测试方法[J]. 噪声与振动控制，2019，39(1)：235-237+242.

[13] 安晨亮，马金玉，张青松，等. 液压管路振动功率流传递路径分析[J]. 噪声与振动控制，2018，38(6)：30-36.