

文章编号:1006-1355(2021)02-0200-06

含分数阶惯容器隔振系统的临界阻尼设计

陈炎冬^{1,2}, 徐俊², 王芃², 陈宁²

(1. 无锡太湖学院 机电工程学院, 江苏 无锡 214064;
2. 南京林业大学 机械电子工程学院, 南京 210037)

摘要: 为了研究用含分数阶导数描述的液力惯容器的非线性隔振系统特性,建立无量纲动力学模型。在无阻尼控制时,通过对比力传递率特性指标讨论参数对隔振系统性能的影响。结果表明分数阶惯容器能够反映液力式惯容器的多相特性,既有惯性作用又有一定阻尼作用,相比整数阶惯容器在隔振效果上有一定优势,但同样不能有效抑制非线性效应。在忽略非线性项的前提下,考虑系统含分数阶导数的特殊情况,详细介绍分数阶临界阻尼设计过程。仿真试验结果表明,所设计临界阻尼可以保证系统在自由振动时单调递减,而且考虑非线性项后,相比整数阶惯容器能够更好地抑制非线性效应。

关键词: 振动与波;分数阶惯容器;力传递率;非线性隔振系统;临界阻尼;反馈控制

中图分类号:TB535⁺.1

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2021.02.034

Critical Damping Design of Vibration Isolation Systems with Fractional Order Inerter

CHEN Yandong^{1,2}, XU Jun², WANG Peng², CHEN Ning²

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Wuxi Taihu University,
Wuxi 214064, Jiangsu, China;

2. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University,
Nanjing 210037, China)

Abstract : The dimensionless dynamic model is established to analyze the nonlinear vibration isolation system characteristics of the hydraulic inerter with fractional derivatives. In the case of undamped control, the influence of the parameters on the performance of the vibration isolation system is compared and discussed through the specific index of force transmissibility. The results show that the fractional order inerter can reflect the multiphase characteristics of the hydraulic inerter, namely it has both inertia and damping effects. Compared with the integral order inerter, it has some advantages in vibration isolation effect, but it can't effectively suppress the nonlinear effect either. Considering the special case of the system with fractional derivatives, the design process of fractional order critical damping is introduced in detail. The simulation results show that the designed critical damping can ensure the monotonic decrease of free vibration of the system, and the nonlinear effect can be better suppressed than that of the integer order inerter when the nonlinear term is considered.

Key words : vibration and wave; fractional order inerter; force transmissibility; nonlinear vibration isolation system; critical damping; feedback control

惯容器目前主要有3种基本结构,分别是齿轮齿条式、滚珠丝杆式和液压式^[1-4],其中前两种机械式惯容器理想的惯性力为惯性系数和相对速度导数

的乘积,惯容系数一般取常数,而其阻尼作用基本都忽略不计。而对于液力惯容器则不能忽略阻尼作用,一般采用并联的复合形式^[5-7],即惯容器的输出力用惯性力和阻尼力之和来表示,即液力惯容器的输出特性类似于多相介质(例如软物质、气体和固体的混合物等)的力学行为,采用经典模型描述并不准确^[8]。而从分数阶微分方程建模的观点看,Westerlund^[9]建议采用一个统一的分数阶导数项来描述既有惯性又有阻尼作用的多相特性,参数更少,例如采用分数阶描述黏弹性材料本构关系已经有很多成功的案例^[10-11]。从文献[1-7]可知惯容器的作用主要是

收稿日期:2020-04-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272159);江苏省高校自然科学研究资助项目(18KJD460006);江苏高校“青蓝工程”资助项目

作者简介:陈炎冬(1983-),男,浙江省金华市人,博士研究生,主要研究方向为分数阶微积分理论与应用、非线性动力学等。

E-mail: chengyangdong@126.com

输出惯性力,不管哪一种形式阻尼力占比相对均较小,因此隔振系统包含分数阶惯性容器且有非线性时,还需配合阻尼控制来提升其性能^[12]。文献[13–14]针对含分数阶项时的2阶系统讨论了其特征方程解的形式,指出在0到 2π 范围内不存在负实数的特征根,其形式都是具有负实部的共轭复数。文献[15]则把分数阶2阶系统作为非传统的2阶微分方程处理,把幅角范围从 2π 拓展到无穷大,得到了具有数学意义的负实数特征根。因此本文在此基础上研究具有用含分数阶导数描述的惯容器的二阶非线性隔振系统及其阻尼控制器设计。

1 隔振系统建模

研究对象为如图1所示隔振平台^[16],U型结构为隔振平台基座,其在垂直方向由弹簧、惯容器和阻尼控制器组成,水平方向由左右对称的一对弹簧组成,图中 m 为隔振对象质量, k_v 为垂直弹簧刚度, k_h 为水平弹簧刚度, b 为惯容系数, l_0 为水平弹簧初始长度, l 为弹簧水平时的长度, u 为阻尼控制器输出力, z 为隔振对象的位移。

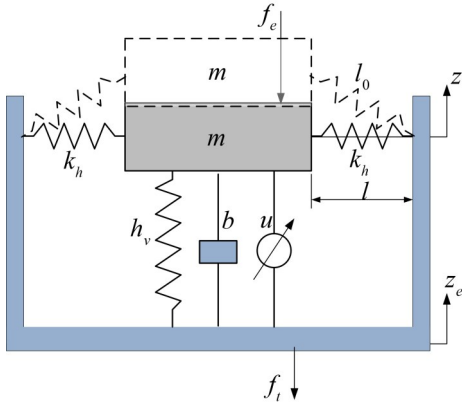


图1 隔振平台示意图

本文只讨论系统垂直方向振动,隔振系统有隔力型和隔幅型两种,限于篇幅,只讨论第一种情况,即假定地基是刚性的,这使得隔振平台基座的位移 $z_c=0$ 。在隔振对象上作用激励力 f_e , f 为传递到基座上的力。假设隔振对象在隔振平台处于实线状态时所处位置为静平衡位置,虚线状态对应弹簧未变形时的初始位置,可以得到静位移表达式为

$$z_0 = mg/k_v = \sqrt{l_0^2 - l^2} \quad (1)$$

垂直方向的弹簧力、惯容器的输出力可以分别表示为

$$f_k = k_v z + 2k_h \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{z^2 + l^2}}\right) z \quad (2)$$

$$f_b = b D^\mu z, \quad \mu \in (1, 2) \quad (3)$$

式中: μ 为分数阶导数的阶次,从式(2)看出水平弹簧在垂直方向上可以起到负刚度的作用,可以使整个

系统的线刚度接近于零。

由牛顿第二定律和对式(2)进行泰勒级数展开,且忽略高阶项,得到系统的动力学方程:

$$m \ddot{z} + b D^\mu z + \left(k_v + 2k_h \left(1 - \frac{l_0}{l}\right)\right) z + \frac{2k_h l_0}{l^3} z^3 = u + F_e \cos(\omega t) \quad (4)$$

其中阻尼反馈控制力 $u = -ck$,令等效线性刚度 $k = k_1 + 2k_h \left(\frac{l-l_0}{l}\right)$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\tau = \omega_0 t$, $\Omega = \omega/\omega_0$, $L = l/l_0$, $K = k_h/k_v$, $Z = z/z_0$, $F_0 = F_e/kz_0$ 。变量记为 Z ,以示区别,导数用“ $'$ ”表示。对上式进行无量纲变换,得系统的无量纲动力学方程为

$$Z'' + \xi_\mu D^\mu Z + K_1 Z + K_3 Z^3 = U + F_0 \cos(\Omega \tau) \quad (5)$$

其中: $U = -2\xi_\mu Z'$, $K_1 = 1$, $K_3 = \frac{2K(1-L^2)}{L^3 + 2K(L-1)L^2}$,

$\xi_\mu = \frac{b\omega_0^\mu}{k}$, $\xi_\alpha = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$ 。显然,弹簧力是非线性的,当

$K=1$ 时, $k = k_v \left[1 + 2\left(1 - \frac{1}{L}\right)\right]$,当 $L=2/3$ 时, $k=0$, $\omega_0=0$,

而 $K_3 \rightarrow \infty$; $L < 0.67$ 时, k 小于0, K_3 也小于0, ω_0 为虚数,这两种情况都不符合实际,因此,后面 L 将在 $2/3$ 至1之间进行讨论。显然,水平弹簧有两个作用:它们降低等效线性刚度 k ,使其小于 k_v ,从而降低线性部分的固有频率 ω_0 ,同时引入了对系统不利的非线性立方刚度项 K_3 。

2 力传递率

2.1 无阻尼控制时的力传递率

先讨论无阻尼控制时的情况,即 $U=0$ 时,在简谐激励作用下,假设式(5)的近似解为 $Z(\tau) = a \cos(\Omega \tau - \varphi)$,采用谐波平衡法,对式(5)进行化简,忽略1阶以上的谐波后,得到以下关系式:

$$\frac{F_0^2}{a^2} \left[1 - \Omega^2 + \frac{3}{4} k_3 a^2 + \xi_\alpha \Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 + \left[\xi_\alpha \Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 = 1 \quad (6)$$

$$\tan \varphi = \frac{\xi_\alpha \Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2}}{1 - \Omega^2 + \frac{3}{4} k_3 a^2 + \xi_\alpha \Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2}} \quad (7)$$

由式(4)可写出无量纲化后的输出力为

$$F_{out} = \xi_\mu D^\mu Z(\tau) + Z(\tau) + K_3 Z^3(\tau) \quad (8)$$

令隔振平台输出力为简谐输出,即 $F_{out} = F_t \cos(\Omega \tau - \varphi_F)$,应用谐波平衡法,可得:

$$\frac{F_t^2}{a^2} = \left[1 + \frac{3}{4} k_3 a^2 + \xi_\mu \Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 + \left[\xi_\mu \Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 \quad (9)$$

根据力传递率定义^[16],由式(6)和式(9)得到力传递率表达式:

$$T_F = \left| \frac{F_T}{F_0} \right| = \sqrt{\frac{\left[1 + \frac{3}{4} k_3 a^2 + \xi_\mu \Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 + \left[\xi_\mu \Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} \right]^2}{\left[1 - \Omega^2 + \frac{3}{4} k_3 a^2 + \xi_\mu \Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2} \right]^2 + \left[\xi_\mu \Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} \right]^2}} \quad (10)$$

根据式(10)可知当 $\mu=2$ 时, $\xi_\mu \Omega^\mu \sin(\mu\pi/2)=0$; 而当 $1 < \mu < 2$ 时 $\xi_\mu \Omega^\mu \sin(\mu\pi/2) \neq 0$, 所以当 $1 - \Omega^2 + 3k_3 a^2 / 4 + \xi_\mu \Omega^\mu \cos(\mu\pi/2) = 0$ 时, 第二种情况下 T_F 不会像整数阶时那样趋向于无穷大, 即起到了类似于阻尼的作用。另外根据式(10)绘制了不同参数下的力传递率对比曲线(图中细的点线为不同情况下由于非线性引起的共振峰“弯曲”或叫“跳跃”现象曲线), 如图2(a)至图2(d)所示。

从图2(a)图2(b)可以看出, 在相同条件下: (1) 不管是整数阶($\mu=2$)还是分数阶($\mu=1.8$), 惯容系数 b 的增大共振频率都是明显降低, 而且效果差不多, 说明取分数阶不会改变其惯性特性; (2) 分数阶时共振峰的“弯曲”程度和共振峰值明显比整数阶时小, 说明取分数阶可以抑制非线性特性且使惯容器起到一定的阻尼作用; (3) 整数阶时有明显的反共振位置, 而分数阶时几乎没有, 从隔振的角度看, 没有反共振是需

要的。从图2(c)可以看出, 在相同条件下, 随着 μ 增大, 共振峰的“弯曲”程度增大, 同时降低共振频率, 稳态时的力传递率值增大。从图2(d)可以进一步看出, 在相同条件下, 随着 L 的增大, 共振峰弯曲的程度降低, 同时共振频率降低, 稳态传递率幅值基本不变, 所以综合来看 L 取大一点好。

2.2 有阻尼反馈控制时的力传递率

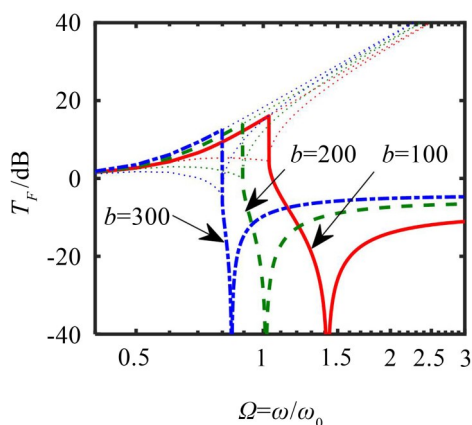
从上面的分析可以看出虽然含有惯性容器, 提高惯容器系数可以明显降低共振频率, 且采用分数阶导数来描述的惯容器还起到一定阻尼作用, 可以降低共振幅值, 符合液力惯容器的多相力学特性, 但是不能完全解决非线性的“跳跃”问题。因此在前面的基础上引入可调的阻尼控制器, 通过阻尼力反馈控制来提升隔振效果。根据式(5)可写出有阻尼反馈控制时隔振平台的输出力为

$$F_{out1} = \xi_\mu D^\mu Z(\tau) + Z\Omega + k_3 Z^3(\tau) + 2\xi_\mu Z'(\tau) \quad (11)$$

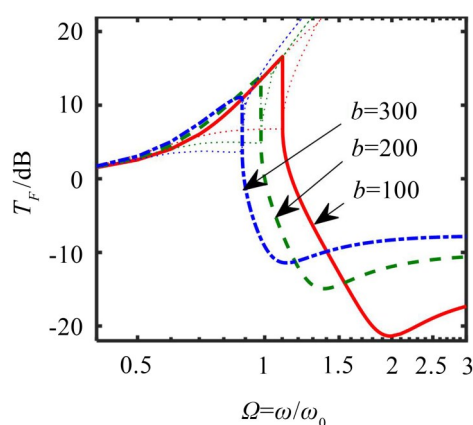
同样假设此时隔振平台输出力具有简谐形式, 即:

$$F_{out1} = F_{r1} \cos(\Omega\tau - \varphi_{F1}) \quad (12)$$

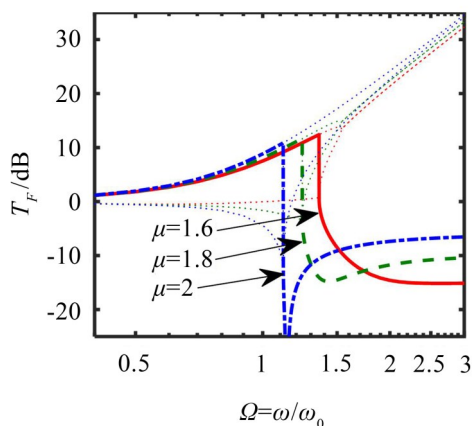
然后采用谐波平衡法, 化简得到有阻尼控制时



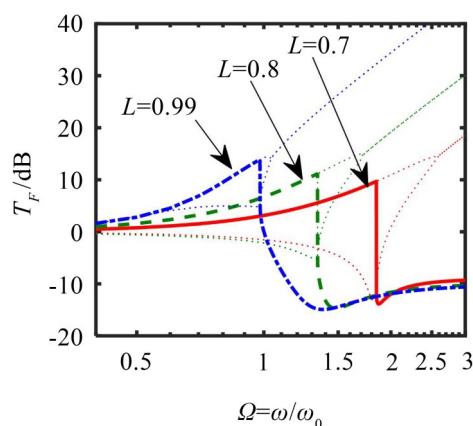
(a) 不同惯容系数 ($\mu=2$, $L=0.99$)



(b) 不同惯容系数 ($\mu=1.8$, $L=0.99$)



(c) 不同分数阶阶次 ($b=200$)



(d) 不同长度系数 ($\mu=1.8$, $b=200$)

图2 力传递率对比曲线 ($m=200$, $k_r=18\,000$)

的力传递率:

$$T_{F1} = \left| \frac{F_{r1}}{F_0} \right| = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{3}{4}k_3a^2 + \xi_\mu\Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2}\right)^2 + \left(\xi_\mu\Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} + 2\xi_\alpha\Omega\right)^2}{\left(-\Omega^2 + 1 + \frac{3}{4}k_3a^2 + \xi_\mu\Omega^\mu \cos \frac{\mu\pi}{2}\right)^2 + \left(\xi_\mu\Omega^\mu \sin \frac{\mu\pi}{2} + 2\xi_\alpha\Omega\right)^2}} \quad (13)$$

从式(13)看出其比前面无阻尼控制时多了一项 $2\xi_\alpha\Omega$, 其中阻尼系数 ξ_α 是下面设计的重点。为了抑制非线性项的影响, ξ_α 具体选多少合适呢?

3 分数阶临界阻尼设计

对于传统的二阶线性系统当阻尼比为临界阻尼比时, 系统响应单调递减, 系统全局稳定, 那在含有分数阶导数项时是否也有临界阻尼比呢? 是否能克服非线性项的影响, 或可以抑制多大的非线性?

3.1 特征根在 s 平面负半轴上的条件

为了讨论和设计临界阻尼比, 首先将忽略非线性项的自由振动方程作为讨论对象, 即式(5)可以改写为

$$\ddot{Z}\tau + \xi_\mu D^\mu Z(\tau) + 2\xi_\alpha \dot{Z}\tau + Z\tau = 0 \quad (14)$$

本文分数阶导数采用 Caputo 定义^[8], 对上式进行拉氏变换, 可得特征方程:

$$s^2 + \xi_\mu s^\mu + 2\xi_\alpha s + 1 = 0 \quad (15)$$

拉氏因子 s 是任意复数, 可表示为 $s = re^{i\theta} = r\cos\theta + r\sin\theta i$, 其中模 r 为正实数, 代入式(15), 并根据等式两边实部、虚部分别为 0, 有如下关系式:

$$\begin{cases} r^2 \cos 2q + \xi_\mu r^\mu \cos \mu\theta - 2\xi_\alpha r \cos \theta + 1 \\ r^2 \sin 2q + \xi_\mu r^\mu \sin \mu\theta + 2\xi_\alpha r \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (16)$$

由经典振动理论可知, 只有特征根为负实数时系统响应才能单调递减, 系统处于全局稳定。参考文献[13-14]中在 $0 \sim 2\pi$ 讨论了特征值的存在情况, 证明当 μ 取分数时特征值只有负实部的共轭复数解, 显然在传统理论下是不存在临界阻尼概念的。那是否说明含分数阶导数项的二阶系统的响应就不会单调下降了吗? 很显然结果是否定的, 事实证明分数阶系统响应单调下降情况是普遍存在的。参考文献[15]将视野拓宽, 在幅角为 0 至 ∞ 范围内讨论所有在数学上满足特征根为负实数的情况。具体需要满足什么条件, 才能找到负实数的特征根呢?

下面将详细介绍, 首先记在 s 平面负半轴上的特征根为 $-r$, 即 $\sin\theta=0, \cos\theta=-1$, 可得 $\theta=(2k_1-1)\pi$, k_1 为整数且 $k_1 \neq 1$, 此时式(16)可简化为

$$\begin{cases} r^2 + \xi_\mu r^\mu \cos \mu(2k_1-1)\pi - 2\xi_\alpha r + 1 = 0 & (17(a)) \\ \xi_\mu r^\mu \sin \mu(2k_1-1)\pi = 0 & (17(b)) \end{cases}$$

下面来讨论满足式(17)的条件。当 $\mu=2$ 时由式(15)可以直接求得特征根为

$$s_{1,2} = \frac{\xi_\alpha \pm \sqrt{\xi_\alpha^2 - (1 + \xi_\mu)}}{1 + \xi_\mu} \quad (18)$$

其临界阻尼为 $\xi_\alpha = \sqrt{1 + \xi_\mu}$ 。当 μ 为分数时, 基于以下两点考虑, 都使得 $\cos(2k_1-1)\mu\pi=1, \sin(2k_1-1)\mu\pi=0$ 。首先式(17)能够退化到整数阶次情况, 必须满足 $\cos(2k_1-1)\mu\pi=1, \sin(2k_1-1)\mu\pi=0$; 其次由于 ξ_μ, ξ_α, r 都为正数, 考虑如果 $\cos(2k_1-1)\mu\pi=-1$ 的话惯容器起到的作用与理论分析刚好相反。从而同时满足式(17)的分数阶阶次需要满足:

$$\mu = \frac{2k_2}{2k_1 - 1} \quad (19)$$

其中: k_1, k_2 都为整数 $(2, 3, 4, \dots)$, $\mu \in (1, 2)$ 。很明显满足该条件的分数阶阶次普遍存在, 但须满足分母为奇数、分子为偶数时(如 $14/9, 16/9, 16/11, 18/11, 20/11, 22/11$ 等), 才能使特征根在 s 平面负半轴上。此时化简式 17(a) 可得阻尼系数表达式为

$$\xi_\alpha = \frac{r^2 + \xi_\mu r^\mu + 1}{2r} \quad (20)$$

很显然, 从以上分析看出, 满足负实数特征根的特征根是普遍的, 那何时是临界状态呢?

3.2 分数阶临界阻尼和仿真验证

从式(20)可以看出阻尼不仅和结构参数 μ, ξ_μ 有关, 还与特征值幅值 r 有关。要在选定 μ, ξ_μ 后, 能够有一个最佳的阻尼系数使系统单调递减, 显然应取其所有可取值的最小值即临界阻尼, 因此将式(20)对 r 一次求导得:

$$\frac{d\xi_\alpha}{dr} = \frac{r^2 + \xi_\mu(\mu-1)r^\mu - 1}{2r} \quad (21)$$

令式(21)等于 0, 可得 ξ_α 为极小值时对应的 r 值, 解出 r 后代入式(20)可得分数阶临界阻尼, 记其为 ξ_c 。当 $\mu=2$ 时, ξ_c 的极小值为 $\sqrt{\xi_\mu + 1}$, 此时, 将其代回式(15), 得到的特征值与式(18)一致。根据式(20)和式(21)绘制分数阶阶次不同时阻尼系数随特征值幅值 r 变化的曲线, 如图 3 所示。结果表明其和理论预测一致。满足特征值为负实数的 r 和阻尼系数 ξ_α 很多, 但是希望满足系统阻尼器工作时提供能量最少。图中圆圈为阻尼系数各自的最小值, 该值即为保证系统单调下降时可选阻尼范围的临界位置即对应临界阻尼, 大于该值为过阻尼, 小于该值为欠阻尼。同时发现随着 μ 增大, 临界阻尼也相应增大。

为了验证计算出的阻尼是否是临界阻尼, 运用 MATLAB/Simulink 对式(14)进行建模和数值计算, 其中分数阶算子采用 Oustloup 近似算法^[8]求解, 得到不同分数阶阶次($\xi_\mu=0.8$)时和不同倍数临界阻尼($\xi_\mu=$

0.8, $\mu=18/11$)时的有阻尼自由振动位移响应,如图4所示。从图4(a)中可以看出阶次小于1时,其单调下降的速度明显比大于1时慢,说明导数阶次小于1时阻尼明显起了作用,而从另外3条曲线看出系统受到的影响不大,总的规律是导数阶次越大越好。从图4(b)中可以看出,和整数阶时情况一样,小于临界阻尼时曲线会发生震荡,大于临界阻尼时为过阻尼状态,曲线收敛很慢。

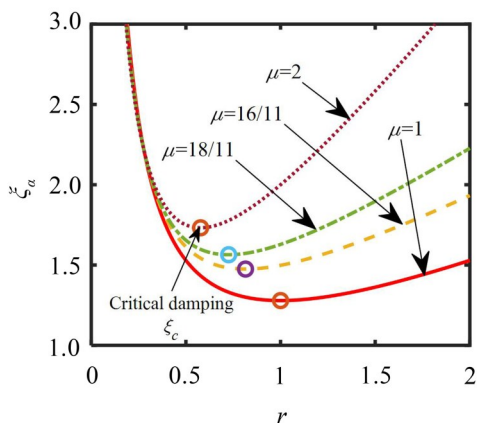
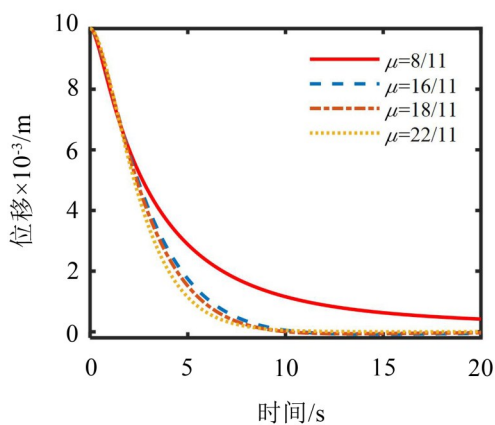
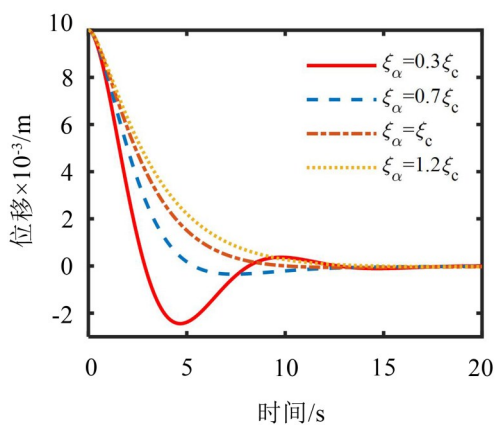


图3 分数阶阶次不同时阻尼系数随特征值幅值 r 变化的曲线($\xi_\mu=0.8$)

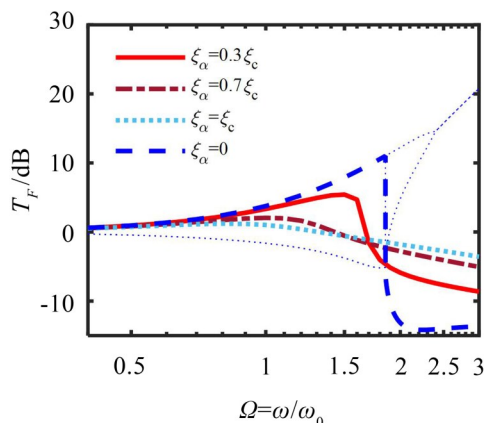


(a) 不同分数阶阶次 ($\xi_\mu=0.8$)

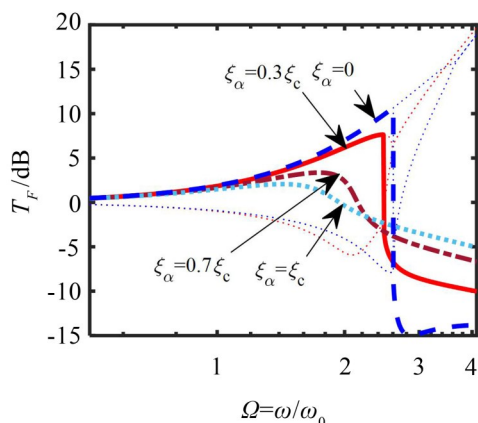


(b) 不同倍数临界阻尼 ($\xi_\mu=0.8, \mu=18/11$)

图4 有阻尼自由振动位移响应



(a) $K_3=10$



(b) $K_3=100$

图5 分数阶阶次不同时力传递率曲线($\xi_\mu=0.8$)

图5为临界阻尼倍数($\xi_\mu=0.8, \mu=18/11$)不同时的力传递率曲线(其中图5(a)中非线性项系数 $K_3=10$, 图5(b)中 $K_3=100$)。从图中可以看出只有分数阶惯容器($\xi_\alpha=0$)时,曲线“弯曲”程度很大,基本没有抑制非线性影响能力,而有阻尼器且选取临界阻尼时不管非线性项系数大还是小,都可以有效抑制非线性的影响。此外,选取欠阻尼时抑制非线性能力相对较差。

4 结语

本文所提出采用分数阶导数(阶次在1到2之间)描述输出特性介于惯性和阻尼之间的液力惯容器是合理的,理论分析和仿真结果表明,改变分数阶阶次的大小可以调节惯性和阻尼特性的占比,因此可以描述不同结构形式的液力惯容器,这为研究人员提供了一种新的惯性容器建模思路。含有非线性时,阻尼作用不可简单用惯性容器替代,而可通过增加阻尼控制来对其进行抑制。参考2阶系统临界阻尼的思想,设计出含分数阶导数项时的分数阶临界阻尼,验证了在惯容器参数等其他结构参数确定后对应的满足特征值为负时的阻尼只有一个极小值,且

能够保证系统响应单调递减,由此证明了其为系统的临界阻尼。同时通过对比验证了考虑非线性项作用时,根据该方法得到的分数阶临界阻尼反馈控制相对无阻尼、欠阻尼时可以更有效降低振幅和抑制非线性的影响。

参考文献:

- [1] SMITH M C. Synthesis of mechanical networks: The inerter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1648-1662
- [2] SMITH M C, WANG F C. Performance benefits in passive vehicle suspensions employing inerters[J]. Vehicle System Dynamics, 2004, 42(4): 235-257.
- [3] SHEN Y, CHEN L, YANG X, et al. Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 361: 148-158.
- [4] 陈龙,任皓,汪若尘,等. 液力式惯容器力学性能仿真与试验研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(12): 87-92.
- [5] SWIFT S J, SMITH M C, GLOVER A R, et al. Design and modelling of a fluid inerter[J]. International Journal of Control, 2013, 86(11): 2035-2051.
- [6] SUN X Q, CHEN L, WANG S H, et al. Analysis of vibration isolation performance for nonlinear inerter-spring-damper suspension[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2013, 29(23): 38-45.
- [7] ZHANG X L, GAO Q, NIE J. The mem-inerter: A new mechanical element with memory[J]. Advances in Mechanical Engineering 2018, 10(6) 1-13
- [8] 陈文,孙洪广,李西成. 力学与工程问题的分数阶导数建模[M]. 北京:科学出版社,2010.
- [9] WESTERLUND S. Causality[R]. Report No. 940426, University of Kalmar,1994.
- [10] Bagley R L. Power law and fractional calculus model of viscoelasticity[J]. AIAA Journal, 1989, 27(10): 1412-1417.
- [11] ADOLFSSON K, ENELUND M, OLSSON P. On the fractional order model of viscoelasticity[J]. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2005, 9(1): 15-34.
- [12] 刘树勇,位秀雷,王基,等. 非线性隔振系统反馈控制动力学特性研究[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(2): 11-17.
- [13] WANG Z H, HU H Y. Stability of a linear oscillator with damping force of the fractional-order derivative[J]. Science China, 2010(2): 158-165.
- [14] BUROV S, BARKAI E. Fractional Langevin equation: Overdamped, underdamped, and critical behaviors[J]. Physical Review E, 2008, 78(3): 031112.
- [15] WANG P, WANG Q Y, CHEN N, et al. Fractional critical damping theory and its application in active suspension control[J]. Shock and Vibration, 2017: 1-8.
- [16] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P, et al. Force and displacement transmissibility of a nonlinear isolator with high-static-low-dynamic-stiffness[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 55(1): 22-29.

(上接第183页)

表8 舱室噪声预报对比

舱室	修改前/ dB(A)	修改后/ dB(A)	规范值/ dB(A)
医务室	57.98	53.92	55
健身房	60.48	59.71	60
苏伊士船员间	56.63	54.12	55

了舱室噪声的预报分析研究。运用 VA One 分别建立了全船的统计能量模型和混合模型,考虑了舱室内损耗因子和吸声系数的影响,对主机、发电机、风机等噪声源进行加载,应用统计能量法和混合法对船舶舱室进行了全频段的舱室噪声预报。计算得到大部分舱室的噪声预报值都符合 MSC. 337(91)的限值要求,仅医务室、健身房和苏伊士船员间3个房间噪声预报值不满足规范要求,对3个舱室进行噪声能量输入分析,分别找出噪声超标原因并提出相应的降噪措施,最终使该船的舱室噪声均满足规范要求。

参考文献:

- [1] International Marine Organization (IMO). IMO Resolution MSC. 337(91): Code on noise levels on board ships[S]. 2012.
- [2] 邱斌. 高速船全频段噪声预报与控制方法的研究[D]. 武汉:武汉理工大学,2010.
- [3] 张国军,闫云聚,李鹏博. 基于统计能量法的飞行器结构声振响应分析[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(3): 92-96.
- [4] 于大鹏. 应用统计能量分析方法预报船舶舱室噪声[D]. 大连:大连理工大学,2007.
- [5] 范明伟,祝玉梅,陈雯,等. 船舶典型舱段全频段空气噪声预报[J]. 海洋工程, 2015, 44(3): 6-10.
- [6] 中国船级社(CCS). 船舶及产品噪声控制与检测指南[R]. 中国船级社,2013.
- [7] 贺启环. 环境噪声控制工程[M]. 北京:清华大学出版社, 2011.
- [8] 万忠,王佳颖,范志毅. 集滚船上建舱室噪声预报及声学优化设计[J]. 船海工程, 2017, 46(4): 41-45.