

文章编号:1006-1355(2009)05-0043-04

结合部系统的混沌与分岔的研究

张文革^{1,2}, 王 宇², 王世军², 殊海燕², 苏 丹³, 赵金娟⁴

(1. 西安职业技术学院, 西安 710077; 2. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 西安 710048;
3. 黑龙江科技学院 机械工程学院, 哈尔滨 150027; 4. 西安理工大学 印刷包装工程学院, 西安 710048)

摘 要: 研究了机床导轨结合部系统的非线性动力学行为。考虑到系统在实际接触振动过程中具有滞回模型的特点, 建立了分析该类系统的数学模型, 并应用渐进法求出系统的等效阻尼和等效刚度系数。采用 Range-Kutta 法对系统方程进行了数值计算, 并讨论了系统在改变阻尼条件下的非线性动力响应问题。发现阻尼在一定范围内变化时, 系统会出现混沌运动。

关键词: 振动与波; 非线性动力学; Range-Kutta 法; 阻尼; 混沌

中图分类号: TH113; O322 **文献标识码:** A

Study on Bifurcations and Chaos of Slideway-Joint System

ZHANG Wen-ge^{1,2}, WANG Yu², WANG Shi-jun², SHU Hai-yan², SU Dan³, ZHAO Jin-juan⁴

(1. Xi'an Vocational and Technical Institute, Xi'an 710077, China;

2. School of Mechanical and Precise Instrument, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

3. School of Mechanical Engineering Instrument, Heilongjiang University of Technology and Science, Harbin 150027, China;

4. School of Printing and Packaging Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The nonlinear dynamic behavior of the slideway-joint system of machine tools is studied. Taking into account the hysteretic characteristics of this system in contact vibration, a mathematical model for dynamic analysis is established. By means of asymptotic method, the coefficients of damping and stiffness equivalent to the hysteresis are obtained. Range-Kutta method is used to solve the system equation. The nonlinear dynamic responses of the guideway-joint system for different damping coefficients are discussed. The result shows that the chaotic vibration will occur when the damping coefficient varies in some range.

Key words: vibration and wave; nonlinear dynamics; Range-Kutta method; damping; chaos

接触问题是工程中常见的问题, 机械系统在接触振动过程中, 接触区的力与位移之间是非线性的函数关系^[1], 这种关系会产生周期性的滞迟变形而耗能, 这种耗能作用称为结合面阻尼或滞迟阻尼。由于滞迟阻尼的存在, 机械接触面在振动过程中都

会形成滞回曲线。

机械结构是由许多零件按照一定的要求组装而成的, 通常把零件之间相互接触的、工作时传递载荷的区域称为结合部。两个接触面积称为结合面, 结合面的大小称为接触域。一个结合部可以有不止一个结合面, 按其组成的结合面数量分为单结合面结合部和多结合面结合部; 按其组成结合面构件有

机床导轨结合部具有滞回系统的振动特性, 而滞回系统作为一种典型的耗散系统, 由于分岔和奇异性, 使得系统在特定的参数条件下具有极其复杂的非线性振动形式。随着混沌应用领域的不断扩

收稿日期: 2009-05-04; 修改日期: 2009-05-31

基金项目: 西安理工大学博士启动基金资助(102-220411)和陕西省教育厅科学技术研究计划资助(08JK393)

作者简介: 张文革(1966-), 男, 西安理工大学机械与精密仪器学院硕士研究生, 西安职业技术学院教务处副处长, 高级讲师, 研究方向为机械结构性能仿真分析、有限元计算, 发表论文 10 余篇。

E-mail: zwg 5832@163.com

大和深入,研究滞回振动系统的混沌特性具有重要意义^{[2]~[4]}。

本文以机床导轨结合部系统为例,研究了此类系统的非线性动响应问题。首先利用渐近法计算出系统的等效阻尼和等效刚度系数,然后再利用 Poincare 截面图、分岔图等非线性动力学分析方法,研究了该模型的非线性动力响应。通过对模型的动力学分析,得出在某些特定参数下,系统会出现混沌运动。

1 结合部的滞回模型

在分析带有间隙的振动系统时,一般都将实际系统简化为具有分段线性结构恢复力的模型来研究。机床导轨在接触振动过程中,主要存在以下两种情况:(不考虑水平方向摩擦的存在)1、基于拉压对称的假设,即认为周期外界激励对结构在拉压方向上的作用性质是一致的,结构体在两个方向上的弹塑性变形能力一致,存在对称的滞回力。2、系统仅受到单方向的作用力,只存在单方向的滞回力。

本文就第 1 种情况进行分析。系统受力情况如图 1 所示。将系统简化成单自由度带有间隙的双向对称的滞回曲线模型,如图 2 所示。

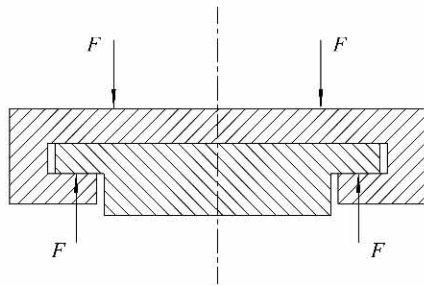


图 1 双方向受力情况

Fig.1 Force the two sides to the situation

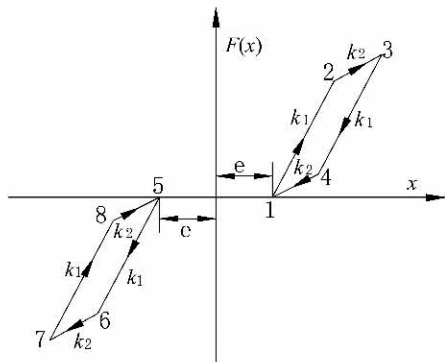


图 2 带有间隙的双向对称滞回模型

Gap with the two-way symmetric hysteretic model

由于系统具有滞回模型的特点,所以可将系统

的运动微分方程表示为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F(x) = P\sin\omega t \tag{1}$$

式中 m 为系统质量, c 为系统阻尼, P 为激振力产生的幅值, $F(x)$ 为双向对称滞回恢复力,其表达式为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & |x| \leq e \\ k_1x + \alpha_1\text{sgn}(x) & e \leq |x| \leq x_2 \quad x\dot{x} > 0 \\ k_2x + \alpha_2\text{sgn}(x) & x_2 < |x| \leq x_3 \quad x\dot{x} > 0 \\ k_1x + \alpha_3\text{sgn}(x) & x_4 < |x| \leq x_3 \quad x\dot{x} < 0 \\ k_2x + \alpha_4\text{sgn}(x) & e \leq |x| \leq x_4 \quad x\dot{x} < 0 \end{cases} \tag{2}$$

式中 k_1 为弹性加载刚度, k_2 为塑性加载刚度, e 为间隙,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -k_1e, & \alpha_2 &= -k_2x_2 + F_2, \\ \alpha_3 &= -k_1x_3 + F_3, & \alpha_4 &= -k_2e, \\ F_2 &= k_1(x_2 - e), & F_3 &= F_2 + k_2(x_3 - x_2) \end{aligned}$$

2 系统方程的线性化

对于一个含有滞回非线性恢复力的系统进行定量分析可以采用渐近法求解,将系统划分为几个线性区段,对于这些分段线性的非线性系统用分段积分法进行解析。

设系统的近似解为 $x = a\sin\theta$, 在 $x = e$ 时,对应的相位角 $\varphi_1 = \arcsin(e/a)$, $\varphi_2 = \arcsin(x_2/a)$, $\varphi_3 = \arcsin(x_3/a)$ 和 $\varphi_4 = \arcsin(x_4/a)$ 。

振幅和相位对时间的一阶导数可表示为^[5]

$$\begin{cases} \dot{a} = \varepsilon A_1(a)a \\ \dot{\theta} = \omega_0 + \varepsilon B_1(a) \end{cases} \tag{3}$$

式中

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

引入符号

$$\begin{cases} x_0 = a\sin\varphi \\ \dot{x}_0 = a\omega_0\cos\varphi \end{cases} \tag{4}$$

由渐进法^[5]推导出

$$\begin{cases} A_1(a) = -\frac{1}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f_0(a, \varphi) \cos\varphi d\varphi \\ B_1(a) = \frac{1}{2\pi\omega_0 a} \int_0^{2\pi} f_0(a, \varphi) \sin\varphi d\varphi \end{cases} \tag{5}$$

代入数值,得出

$$\begin{aligned} A_1(a) = & -\frac{1}{\pi\omega_0} \left[\frac{k_1a}{4} (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_4 - 1) + \right. \\ & \left. \frac{k_2a}{4} (\cos 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_4 + 1) + \right. \\ & \left. \alpha_1 (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) + \alpha_2 (1 - \sin\varphi_2) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \alpha_3(\sin\varphi_4 - 1) + \alpha_4(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_4)] \\
B_1(a) = & \frac{1}{\pi\omega_0 a} \left[\frac{k_1 a}{2} \left(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_4 - \frac{\pi}{2} \right) - \right. \\
& \frac{k_1 a}{4} (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_4 + \\
& \frac{k_2 a}{2} \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_4 \right) + \\
& \frac{k_2 a}{4} (\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_4) + \\
& (\alpha_1 + \alpha_4) \cos\varphi_1 + (\alpha_2 - \\
& \left. \alpha_1) \cos\varphi_2 + (\alpha_4 - \alpha_3) \cos\varphi_4 \right] \quad (6)
\end{aligned}$$

对滞回模型的滞回项进行等效线性化处理,得出滞回成分的等效阻尼和等效刚度系数^[5]为

$$\begin{aligned}
C_e = & \frac{2}{\pi\omega_0 a} \left[\frac{k_1 a}{4} (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_4 - 1) + \right. \\
& \frac{k_2 a}{4} (\cos 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_4 + 1) + \\
& \alpha_1 (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) + \alpha_2 (1 - \sin\varphi_2) + \\
& \left. \alpha_3 (\sin\varphi_4 - 1) + \alpha_4 (\sin\varphi_1 - \sin\varphi_4) \right] \\
K_e = & \frac{2}{\pi a} \left[\frac{k_1 a}{2} \left(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_4 - \frac{\pi}{2} \right) - \right. \\
& \frac{k_1 a}{4} (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_4 + \\
& \frac{k_2 a}{2} \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_4 \right) + \\
& \frac{k_2 a}{4} (\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_4) + \\
& (\alpha_1 + \alpha_4) \cos\varphi_1 + \\
& \left. (\alpha_2 - \alpha_1) \cos\varphi_2 + (\alpha_4 - \alpha_3) \cos\varphi_4 \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

3 系统方程的数值解

采用 Runge-Kutta 法对线性化的系统方程求解。在含有分段直线滞回模型的非线性振动中可能会出现混沌行为,为此为了分析的方便,将微分方程(1)改写为

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + f(x) = p\sin\theta t \quad (8)$$

式中

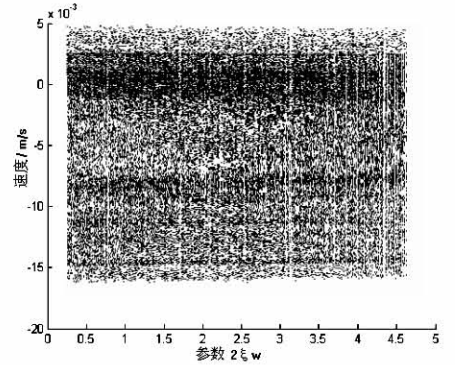
$$\begin{aligned}
p &= P/m, \\
f(x) = & \begin{cases} 0 & |x| \leq e \\ \omega_1^2 x + \alpha_1 \operatorname{sgn}(x) & e \leq |x| \leq x_2 \quad x\dot{x} > 0 \\ \omega_2^2 x + \alpha_2 \operatorname{sgn}(x) & x_2 < |x| \leq x_3 \quad x\dot{x} > 0 \\ \omega_1^2 x + \alpha_3 \operatorname{sgn}(x) & x_4 < |x| \leq x_3 \quad x\dot{x} < 0 \\ \omega_2^2 x + \alpha_4 \operatorname{sgn}(x) & e \leq |x| \leq x_4 \quad x\dot{x} < 0 \end{cases} \quad (9)
\end{aligned}$$

式中

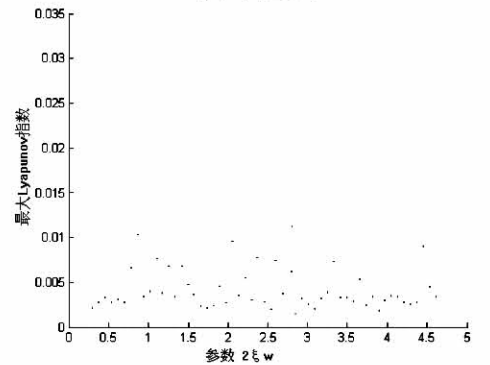
$$\begin{aligned}
\omega_1^2 &= k_1/m, \quad \omega_2^2 = k_2/m, \\
\alpha_1 &= -\omega_1^2 e, \quad \alpha_2 = -\omega_2^2 x_2 + f_2, \\
\alpha_3 &= -\omega_1^2 x_3 + f_3, \quad \alpha_4 = -\omega_2^2 e, \\
f_2 &= \omega_1^2 (x_2 - e), \quad f_3 = f_2 + \omega_2^2 (x_3 - x_2)
\end{aligned}$$

4 阻尼对系统的影响

结合部阻尼往往比零部件本身的阻尼还大,结合部的阻尼特性对机床的动态性能有一定的影响。滞回恢复力在系统运动时,消耗系统的能量。 $2\xi\omega$ 反映的是系统的阻尼,可正可负,只是表达的意义不同。在阻尼为负时,如自激振动系统,系统比较容易出现混沌运动的行为。而在系统阻尼为正时,根据机械系统都含有滞回系统的振动特性,系统也发生了混沌运动。因为机床导轨结合部阻尼依赖的因素有很多,很难对它进行直接定量,所以暂定系统的阻尼在较大范围内变化,取 $2\xi\omega$ 在 0.26 至 4.62 之间变化,其他参数设定为 $p=2.7, f=100, \omega_1=600, \omega_2=480$ 。对系统进行数值运算,做出系统的分岔图和最大 Lyapunov 指数图,如图 3 所示。



(a) 分岔图



(b) 最大Lyapunov指数图

图3 $2\xi\omega$ 的分岔图和最大 Lyapunov 指数图
Fig. 3 Bifurcation diagram and the largest Lyapunov exponents of system in $2\xi\omega$

从图 3 中可以看出,系统始终处于混沌运动的状态,最大 lyapunov 指数也均大于零。为了更清楚

地观察系统在阻尼影响下的非线性动力行为,在不改变系统其他参数的条件下,绘制出系统在 $2\xi\omega = 0.85, f = 100, p = 2.7, 2\xi\omega = 0.85, f = 90, p = 4.9$ 以

及 $2\xi\omega = 0.33, f = 90, p = 4.9$ 时相图以及 Poincare 截面图,如图 4 所示。

从图 4 a)、b)、c) 中均可看出,系统处于混沌

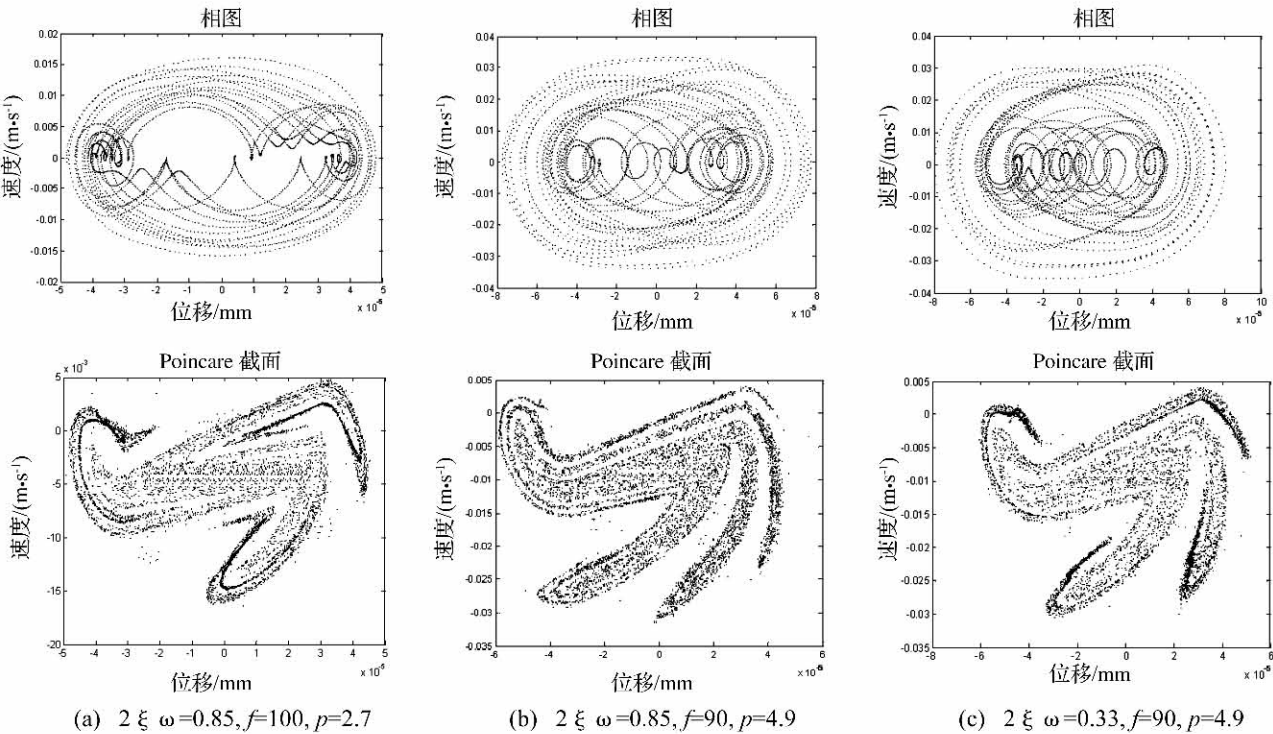


图 4 系统在不同参数下的相图和 Poincare 截面

Fig.4 Phase diagrams and Poincare section of system in different parameter

运动的状态,此时系统的相轨线比较紊乱,Poincare 截面所描述的便是系统的混沌吸引子。混沌是一种系统在整体稳定,而在局部不稳定的行为,而阻尼一般起到维持系统稳定的作用。在机床导轨结合部这种非线性振动系统中,在阻尼为正时系统仍然会出现混沌行为,可能是由于此时系统的非光滑特性造成的。

5 结 语

本文主要分析了阻尼对机床导轨结合部系统接触振动特性的影响,研究了机械接触面因滞迟阻尼的存在而在系统振动过程中产生滞回振动的现象,发现阻尼在一定范围内变化,系统可以始终处于混沌运动状态。在对机床进行动力性能分析时,

应注意到该系统是否会因阻尼因素的影响而出现混沌行为。

参考文献:

[1] 白鸿柏,张培林,郑 坚,等. 滞迟振动系统及其工程应用[M]. 科学出版社. 2002.

[2] 杨绍普. 滞后非线性振动系统的分叉和奇异性[D]. 天津:天津大学,1991.

[3] Wiercigroch M, Sin V W T. Experimental Study of a Symmetrical Piecewise Base-excited Oscillator[J]. **Transaction of the ASME, Journal of Applied MeCha-nics**, 1998,65(5):657-663.

[4] 李鸿光. 若干工程非线性振动系统的动力学特性及分叉与混沌的研究[D]. 沈阳:东北大学, 2001.

[5] 朱因远,周纪卿. 非线性振动和运动稳定性[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2000.