

文章编号: 1006-1355(2013)03-0060-05

特种输液(汽)管道振动固有特性分析

花纯利¹, 高 康², 周 俊¹, 塔 娜¹, 饶柱石¹

(1. 上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240;

2. 中国船舶及海洋工程设计研究院, 上海 200011)

摘 要: 根据动力学理论将特种输液(汽)管道简化为 Euler-Bernoulli 梁, 根据边界条件及实际工况, 应用解析方法解出系统的前3阶固有频率。从结果中发现温度、隔热层和接头边界条件影响特种输液(汽)管道的横向振动固有频率。同时采用 ANSYS 分析软件建立管道的有限元模型并对其进行模态分析, 得到各阶固有频率数值解。将解析方法和数值方法所得固有频率与模态试验结果对应频率值进行对比分析, 比较结果表明计算结果同试验测得的频率符合很好。

关键词: 振动与波; 特种管道; 频率方程; 横向振动; 固有频率

中图分类号: O321

文献标识码: A

DOI 编码: 10.3969/j.issn.1006-1335.2013.03.013

Analysis of Characteristics of Intrinsic Vibration of a Special Liquid (Gas) Transfer Pipeline

HUA Chun-li¹, GAO Kang², ZHOU Jun¹, TA Na¹, RAO Zhu-shi¹

(1. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. Marine Design and Research Institute, Shanghai 200011, China)

Abstract : According to the dynamic theory, a special liquid (gas) transfer pipeline was simplified to an Euler-Bernoulli beam. Based on the boundary condition and working conditions, the frequency equation of the beam was deduced, and the first three-order natural frequencies were obtained through solving the frequency equation analytically. It was found from the results that the temperature, the heat insulation and the boundary conditions of the joints can affect the natural frequency of transverse vibration of the pipeline. Then, the finite element model of the pipeline was built using ANSYS software, and the natural frequencies and modals were obtained. Comparison of frequencies shows that the analysis solutions and the numerical solutions are in good agreement with the corresponding experimental results.

Key words : vibration and wave ; special pipeline ; frequency equation ; transverse vibration ; natural frequency

输液(汽)管道系统在流体的储存、运输方面具有十分明显的优越性。因此, 输液(汽)管道系统的应用十分广泛, 但是管道一旦因振动引起断裂、泄漏可导致灾难性事故。据统计分析, 全世界石油化工行业发生的 100 起特重大事故中, 因管道振动引起的事故占 19 %^[1], 全世界每年因管道振动而造成的经济损失高达数百亿美元^[2,3], 即使在发达国家, 每年由于管道振动所带来的经济损失也是巨大的。为了

避免灾难性事故发生, 液化天然气和汽轮机高温输汽管道等在内的特种环境温度条件下管道的振动固有特性分析以及工况条件对管道固有特性影响等规律性探索是十分必要的。

两端自由梁、两端简支梁、两端固支梁、一端简支一端固支梁及悬臂梁等常见梁的频率方程与振型函数已被广泛应用^[4-6]。许多文献也研究了复杂约束和有损伤梁的阵型特性^[7,8]。本文研究两端带有公接头和母接头被隔热层包裹着的输液(汽)管道在不同温度下的固有特性, 推出了在此边界条件下输液(汽)管道横向弯曲固有频率与温度关系的解析表达式。同时本文通过应用 ANSYS 分析软件建立管道的有限元模型并对其进行模态分析, 得出管道各阶固有频率数值解。

收稿日期: 2012-12-11 ; 修改日期: 2012-12-21

项目基金: 工业和信息化部基础研究项目

作者简介: 花纯利(1983-), 男, 汉族, 江苏徐州人, 博士, 目前从事非线性动力学研究。

E-mail: huachunli@sjtu.edu.cn

1 梁的横向振动固有频率

如图1所示,细长梁作横向弯曲振动,设: $S(x,t)$ 为剪力, $M(x,t)$ 为弯矩, $I(x)$ 为梁截面绕中性轴的惯性矩, $A(x)$ 为梁的截面积, ρ 为材料的质量密度, E 为材料的杨氏模量。则欧拉—伯努利梁的横向自由振动微分方程为

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

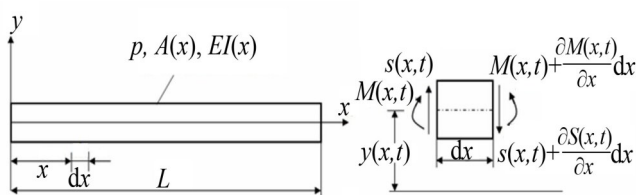


图1 梁受力分析

Fig. 1 Diagram of force analysis of beam

采用分离变量法,可求得方程(1)的通解为

$$Y(x) = B_1 \sin \lambda x + B_2 \cos \lambda x + B_3 \sinh \lambda x + B_4 \cosh \lambda x \quad (2)$$

其中常数 B_i ($i=1,2,3,4$) 可由端部的边界条件来确定; $\lambda = \omega^2 \rho A / (EI)$; ω 为横向振动频率。

对于两端自由的梁,由边界条件得到梁的频率方程。若设梁的长度为 l ,通过求解频率方程进而可确定固有频率的解析表达式为

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = \left(\frac{\lambda_i l}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = a_i^2 \omega^* \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (3)$$

式中 $a_i = \lambda_i l$, $\omega^* = \left(\frac{1}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$

2 管道的固有频率分析

2.1 当梁的界面是圆环形时

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad I_z = I_y = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)$$

则

$$\omega_i = \left(\frac{a_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{E(D^2 + d^2)}{16\rho}} \quad (4)$$

从上式可知,梁的弯曲固有频率与梁的长度 l 的二次方成反比、与杨氏模量 E 平方根成正比、与密度 ρ 平方根成反比、与界面的内外径平方平均数成正比。但管道的实际工况常是很复杂的,其固有特性受温度、隔热层与边界条件等因素的影响,因此管道的固有频率不会有上述简单的关系。

2.1 温度的影响

从宏观角度来说,弹性是衡量物体抗初始变形能力大小的尺度,从微观角度来说,弹性则是原子间结合力的反映,并有杨氏模量与原子间距 n ($n>0$) 次方程反比。由于原子间距一般随温度升高而增大,故 E 随温度升高而下降^[9]。Caesar II 4.2 版本材料库中查得不同温度下管道材料(304 钢)的相应杨氏模量,从数据中可得出杨氏模量和温度近似成正比关系,如图2所示,用最小二乘法拟合试验数据得温度与杨氏模量方程近似的1阶线性关系为

$$E = -0.069 1T + 195.867 3 \quad (5)$$

将式(5)代入(4)式,得管道的固有频率与温度的关系为

$$\omega_i = \left(\frac{a_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{(-0.069 1T + 195.867 3)(D^2 + d^2)}{16\rho}} \quad (6)$$

在实际情况下,材料具有热胀冷缩的性质,则 $(D^2 + d^2)$ 是随温度变化而变化的,上式没有考虑热胀冷缩的影响。

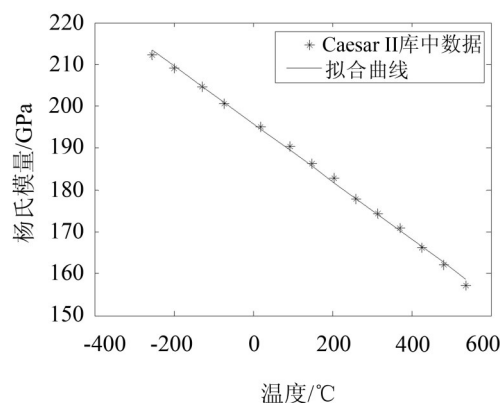


图2 温度与材料杨氏模量关系

Fig. 2 Relationships between the temperature and Young's modulus

2.2 隔热层和液(汽)体的影响

隔热层能起到阻止热量的传递,保证管道和管道内液(汽)体处于隔热的状态,但包裹在管道外的隔热层及管道内的液(汽)体将改变其固有特性;流固耦合问题不是本文讨论的重点,故在此均暂不予以考虑。因此,本文将隔热层和液(汽)体的质量简化为沿管道的均布质量,忽略液(汽)体质量及流固耦合对管道固有特性影响。

包裹着隔热层的输液(汽)管道线密度 $\rho_l = \rho A$, 将其代入式(3)得

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = \left(\frac{a_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho_l}} \quad (7)$$

从上式可得管道的固有频率与线密度的平方根成反比。如果忽略隔热层惯性矩对管道的固有频率的影响,隔热层和液(汽)体将使管道的线密度 ρ_l 增大。受隔热层及管道内的液(汽)体影响的梁线密度为

$$\rho_l' = \rho \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) + \rho_1 \frac{\pi}{4} (D'^2 - D^2) + \rho_2 \frac{\pi}{4} d^2 = \rho_l \left(1 + \frac{\rho_1 (D'^2 - D^2)}{\rho (D^2 - d^2)} + \frac{\rho_2 d^2}{\rho (D^2 - d^2)} \right) = \rho_l (1 + e_1 + e_2) \quad (8)$$

式中 $e_1 = \frac{\rho_1 (D'^2 - D^2)}{\rho (D^2 - d^2)}$, $e_2 = \frac{\rho_2 d^2}{\rho (D^2 - d^2)}$, D' 为隔热层的外径。

因此,带有隔热层输液(汽)管道的固有频率为

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho_l A}} = \left(\frac{a_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho_l (1 + e_1 + e_2)}} \quad (9)$$

式中

$$\rho' = \rho (1 + e_1 + e_2) \quad (10)$$

若同时再考虑温度的影响,将式(5)代入式(9)即可得有隔热层输液(汽)管道的固有频率与温度的关系

$$\omega_i = \left(\frac{a_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{(-0.069 \, 1T + 195.867 \, 3)(D^2 + d^2)}{16\rho'}} \quad (11)$$

2.3 边界条件的影响

不同边界条件对应着不同的频率方程,从而引起频率方程的解 a_i 和固有频率 ω 不同。在一些边界条件下,如端部加附加质量或加约束横向位移的线簧,频率方程的解 a_i 可能会与杨氏模量 E 及其几何参数等有关。在这种情况下,结构的固有频率 ω 不再与杨氏模量 E 等参数成简单的比例关系了。

本文以两端部加附加质量的梁为例,其频率方程为

$$\eta_1 \frac{\lambda l (1 + \alpha) (\sin \lambda l + \cosh \lambda l - \cos \lambda l \sinh \lambda l)}{\alpha (1 - \cos \lambda l \cosh \lambda l)} + \frac{2\lambda^2 \sin \lambda l \sinh \lambda l}{\alpha (1 - \cos \lambda l \cosh \lambda l)} + \eta_1^2 = 0 \quad (12)$$

式中 $\eta_1 = \frac{\rho A l}{M_1}$, $\eta_2 = \frac{\rho A l}{M_2}$, $\alpha = \frac{\eta_1}{\eta_2}$, 其中, M_1 , M_2 为两端集中质量。频率方程式(12)的根与集中质量 M_1 , M_2 、密度 ρ 、长度 l 、截面积 A (或内外径)相关,所以固有频率 ω 与密度 ρ 平方根不成反比、与长度 l 的二次方不成反比、与截面的内外径平方平均数不成正比关系,但还是与杨氏模量 E 平方根

成正比关系。杨氏模量 E 和温度 T 近似成式(5)的正比例关系,所以在端部加附加质量的梁的固有频率与温度 T 依然近似成式(6)的比例关系。

在不同温度下,以一根两端部带有公接头和母接头 1 m 长自由—自由的管道为例,其各项参数如表 1 所示。

表 1 管道的各项参数
Tab. 1 Parameters of the pipe

参数	数值
管道内经、外径 (mm)	42、48
管道密度 (kg/m ³)	7 800
隔热层外径 (mm)	170
隔热层密度 (kg/m ³)	49.175
接头的总质量 (kg)	0.714 293 34

2.4 有限元分析

为进一步验证解析解的准确性,现对管道运用有限单元法分析其固有特性。管道材料的泊松比为 $\mu = 0.27$, 运用式(5)和(10)分别得到不同温度下的杨氏模量 E 和梁等效密度 ρ' , 并依据管道的各项参数,选用梁单元建立的有限元模型,公、母接头以集中质量加在管道的两端端部,其有限元模型如图 3 所示。利用 Block Lanczos 法求解,得管道前 3 阶弯曲固有频率如表 2 所示。

将解析解和数值解中各阶固有频率与温度之间的关系如图 4 所示。从图 4 中可以看出,解析解和数值解第 1 阶误差不大于 0.23%、第 2 阶误差不大于 1.99%、第 3 阶误差不大于 5.32%。所以,无论用解析方法还是用数值方法都可以准确的描述管道在各种温度情况下的数学模型。从求解的结果中发现管道各阶固有频率随温度的升高而降低。



图 3 管道的有限元模型

Fig. 3 The finite element model of the pipeline

表2 管道前3阶弯曲固有频率
Tab. 2 The first three fundamental natural frequencies of pipe

温度 T (°C)	第1阶			第2阶			第3阶		
	解析解 (Hz)	数值解 (Hz)	误差 (%)	解析解 (Hz)	数值解 (Hz)	误差 (%)	解析解 (Hz)	数值解 (Hz)	误差 (%)
500	159.0	159.3	0.19	476.8	467.3	1.99	985.3	933.4	5.27
300	165.6	166.0	0.24	496.8	487.0	1.97	1 027	972.6	5.30
100	172.1	172.4	0.17	516.0	505.8	1.98	1 066	1 010	5.25
15	174.7	175.1	0.23	524.0	513.6	1.98	1 083	1 026	5.26
-26	176.0	176.4	0.23	527.8	517.3	1.99	1 091	1 033	5.32
-39	176.4	176.8	0.23	529.0	518.5	1.98	1 093	1 036	5.22
-161	180.1	180.5	0.22	540.1	529.4	1.98	1 116	1 057	5.29

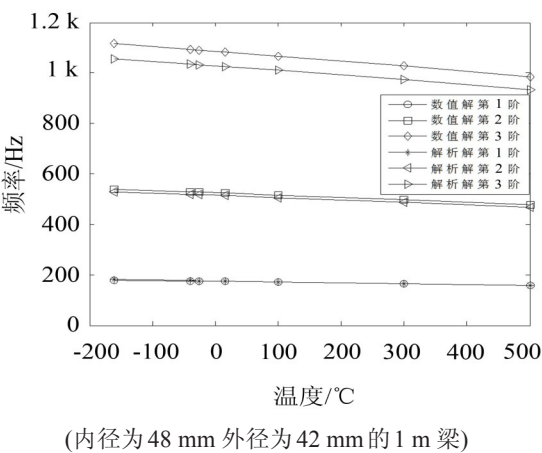


图4 管道各阶弯曲固有频率与温度关系
Fig. 4 Diagram of the natural frequency-temperature

3 管道模态试验与对比

实验系统布置见图5。实验管通过软管接头与金属波纹管连接,用于模拟自由—自由边界条件。分室温和低温两组工况,低温工况是通过用液氮蒸气持续吹扫管道维持在-162 °C的稳定低温状态来实现。

采用力锤敲击法测模态。用应变计半桥接法测管道弯曲应变响应谱,测点位置见图6。应变计基长2 mm,最高工作频率可达125 kHz。在实验管进/出口的外壁上分别贴Pt 100用于测温,实测温差在5 °C以内。因此,可以认为管道温度分布是均匀的。数据采集系统采用东华DH 5920。

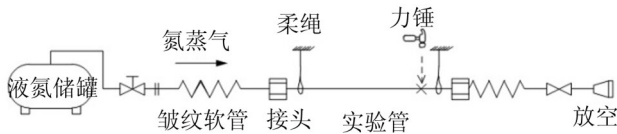
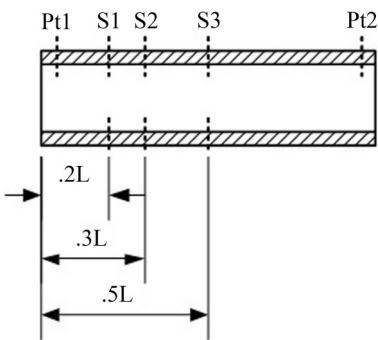


图5 实验系统布置图
Fig. 5 Experiment system layout



Pt 1—2 为铂电阻, S1—3 为应变计(半桥)
图6 传感器布置图
Fig. 6 Sensor layout

为了获得中间温度数据,在停止供气后的自然升温过程中,也做了敲击模态实验,考虑到采样时间远低于升温速度,所以可以认为在采样时段内温度是稳定的。模态试验分析所得不同温度输液(汽)管道前3阶固有频率如表3所示。将试验结果与解析解和数值解作对比分析得解析解和数值解的各阶固有频率相对误差如表4、表5所示。从表中可以看

出,计算固有频率与试验对应频率值相对误差均在9%以下。比较结果表明,计算模型得到的固有频率同试验测得的频率符合很好。

表3 管道前3阶试验固有频率

Tab. 3 The first three experiment fundamental natural frequencies of pipe

温度 T (°C)	第1阶 (Hz)	第2阶 (Hz)	第3阶 (Hz)
15	172	509	988
-39	173	513	1 016
-161	173	517	1 025

表4 管道固有频率解析解与试验分析结果相对误差

Tab. 4 Relative error between the fundamental natural frequencies of pipe numerical solution and experiment result

温度 T (°C)	第1阶 (%)	第2阶 (%)	第3阶 (%)
15	1.55	2.86	8.77
-39	1.93	3.02	7.04
-161	3.94	4.28	8.15

表5 管道固有频率数值解与试验分析结果相对误差

Tab. 5 Relative error between the fundamental natural frequencies of pipe analytical solution and experiment result

温度 T (°C)	第1阶 (%)	第2阶 (%)	第3阶 (%)
15	1.77	0.90	3.70
-39	2.15	1.06	1.93
-161	4.16	2.34	3.03

尽管如此,理论分析与试验分析结果仍有一定误差。分析原因

1) 数值模型和有限元模型忽略了过渡圆角等细小的结构特征;

2) 计算模型对材料弹性模量和温度关系作了线性化处理以及隔热层质量被简化为沿管道的均布质量;

3) 试验模态分析中管道两端的自由—自由边界的只是近似模拟,存在误差;

4) 由于 Euler-Bernoulli 梁忽略剪切力引起横向位移,因此梁振动的频率阶数越高,解析解和试验结果误差将会越大。

4 结 语

(1) 推导得出梁横向弯曲振动的固有频率与温度函数的解析表达式,从中发现随着温度的降低,系统各阶固有频率均略有提高。以室温 15 °C 为基准,温度每下降 10 °C,管道各阶弯曲固有频率分别上升 1.83 % 左右;所以当管道由室温 15 °C 下降至氮的液态温度 -196 °C 时,其各阶弯曲固有频率分别提高约 3.86 % ;

(2) 管道因其外部的隔热层和其内部的液(汽)体的存在使管道线密度增加,从式(9)可知梁横向弯曲振动的固有频率与线密度平方根成反比,所以隔热层和液(汽)体的线密度越大,管道固有频率越小;

(3) 输液(汽)管道前3阶固有频率的数值解和解析解与试验固有频率值进行对比,发现计算固有频率与试验对应频率值相对误差都小于9%,所以无论用解析方法还是数值方法都可以准确的描述管道在不同温度情况下的数学模型。

参考文献:

- [1] 周 云,刘 季. 管道振动及其减振技术[J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1994, 27(5): 108- 114.
- [2] Paidoussis M. P. Flow- induced instability of cylindrical structures[J]. **Applied Mechanics Review**, 1987, 40 (2): 163-175.
- [3] Paidoussis M. P. Pipes conveying fluid: a model dynamical problem[J]. **Journal of Fluids and Structures**, 1993, 7: 137- 204.
- [4] Albarracín, C. M., Zannier, L., Grossi, R. O. Some observations in the dynamics of beams with intermediate support[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2004, 271: 475- 480.
- [5] 赵 玫,周海亭,陈光治. 机械振动与噪声学[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [6] 李学平,余至武. 含多处裂纹梁的振动分析[J]. 应用力学学报, 2007, 249(1): 66- 68.
- [7] Blanca del V. Arenas, Ricardo O. Grossi. Vibration frequencies for a beam with a rotational restraint in an adjustable position[J]. **Applied Acoustics**, 1999, 57: 197-202.
- [8] WANG C. Y. Minimum stiffness of an internal elastic support to maximize the fundamental frequency of a vibrating beam[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2003, 259(1): 229-232.
- [9] B. Г. 李夫舍茨. 金属与合金的物理性能[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1985.