

文章编号:1006-1355(2022)01-0001-07+27

# 板结构中声学黑洞参数优化及其阵列的能量汇集效应分析

梁浩鸣, 高 康, 刘献栋, 鲍 岳, 单颖春, 何 田

(北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 声学黑洞结构是一种可实现板内弯曲波操控和振动能量汇聚的新结构,在振动和噪声控制领域具有应用前景,因此对内嵌于板结构的二维声学黑洞及其阵列的动力学特性和设计方法进行研究十分必要。首先给出描述声学黑洞汇集效果的定量参数,然后通过正交试验得出内嵌于板结构的单二维声学黑洞几何参数在一定范围内的最优值;最后,基于这些参数设计声学黑洞并组成包含两声学黑洞的阵列,在频域内研究板结构具有不同排布方式声学黑洞阵列时的能量汇集效应。结果表明,在一定频带范围内两个声学黑洞组成的阵列的能量汇聚效应比单声学黑洞更为明显,且横向排列的声学黑洞阵列结构具有更好的能量汇聚效果。对于声学黑洞阵列和阻尼减振的设计具有一定参考价值。

**关键词:** 声学;声学黑洞;声学黑洞阵列;正交试验;能量汇聚

**中图分类号:** TH113.1;O326

**文献标志码:** A

**DOI编码:** 10.3969/j.issn.1006-1355.2022.01.001

## Parameter Optimization of ABH and Energy Focalization Analysis of ABH Array of Plate Embedded Structures

LIANG Haoming, GAO Kang, LIU Xiandong,  
BAO Yue, SHAN Yingchun, HE Tian

(School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract :** The acoustic black hole (ABH) structure is a novel structure, which is a plate structure embedded with two-dimensional ABHs, and can realize bending wave manipulation and vibration energy focalization. This structure has a good application prospect for structure vibration and noise control. Therefore, it is important to investigate the vibration characteristics and design methods of the two-dimensional ABHs and the ABH array embedded in the plate. In this paper, the parameters that can quantitatively evaluate the energy focalization effect of the ABHs are introduced. Then, the optimal geometric parameters within a certain range of the single ABH embedded in the plate structure are obtained by using orthogonal experiment method. Based on these parameters, each single ABH cell is modelled and then different types of ABH arrays containing two single ABHs are designed. Finally, the energy focalization effect of the plate embedded with different ABH arrays is investigated in frequency-domain. Results show that in a certain frequency band, the vibration energy focalization effect of the ABH array is more obvious than that of the single ABH, and the horizontally arranged ABH array has a better focalization effect. This paper provides a reference for the design of ABH array and the arrangement of damping layers.

**Key words :** acoustics; acoustic black hole (ABH); ABH array; orthogonal experiment method; energy focalization

声学黑洞(Acoustic black hole, ABH)作为一种新型的波操纵方法,为结构的振动噪声控制提供了新方法<sup>[1]</sup>。1988年Mironov<sup>[2]</sup>首先提出特定结构内存

在声学黑洞效应,即在一个厚度以特定的幂律形式变化的板内弯曲波波速会随着厚度的减小而减小,在理想情况下(厚度减小为0),可实现弯曲波的零反射。即使该楔形结构的末端存在一定残余厚度,该结构也能实现能量的汇聚,而在声学黑洞结构的高能量密度区域粘贴上少量阻尼材料可实现高效的能量消耗,从而达到减振降噪的目的<sup>[3-4]</sup>。由于其具有高效、轻量化和宽频等特性,备受科研人员关注。目前,对于声学黑洞在振动噪声控制的实际应用方面的研究涉及到汽车的底板<sup>[5]</sup>、发动机罩<sup>[6]</sup>和直升机驾

收稿日期:2021-02-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11972003)

作者简介:梁浩鸣(1997-),男,石家庄市人,硕士研究生,专业方向为振动噪声控制。

E-mail: liang0605@buaa.edu.cn

通信作者:刘献栋,男,博士生导师,专业方向为振动噪声控制。

驶舱等<sup>[7]</sup>。

声学黑洞结构主要分为一维声学黑洞和二维声学黑洞两种形式。对于板结构而言,二维声学黑洞结构应用范围更广、更具研究价值。在此领域人们进行了大量研究。Yan等<sup>[8]</sup>通过数值方法和试验方法研究了兰姆波在二维声学黑洞结构中的传播,结果表明初始传播方向未指向声学黑洞中心的波会向着中心方向偏转,在理想情况下波速在中心位置降为零从而实现能量的汇聚。O'Boy等<sup>[9]</sup>利用近似解析方法,对内嵌二维声学黑洞的圆形板进行了频响特性分析,并与不含声学黑洞的板结构进行了比较,同时研究了阻尼材料的影响。Huang等<sup>[10]</sup>应用几何声学的程函方程,通过数值积分方法研究了二维声学黑洞对弯曲波传播方向的影响,得到了声学黑洞中弯曲波能量的汇聚过程和特性,为揭示声学黑洞的工作机理提供了基础。对汽车而言,车内高频噪声一般可以通过布置吸声材料实现有效控制,而这些吸声材料对于车身板件振动而产生的中低频噪声抑制能力不足;通过在车身板件上粘贴阻尼材料,使用阻尼减振原理减小板件振动进而降低车内噪声,也是抑制车内噪声的有效方法,但这增加了结构的重量和成本。在汽车结构轻量化背景下,汽车车身板件的设计既要考虑中低频振动噪声控制又要实现质量的减轻,而内嵌单个声学黑洞的板结构难以在低频段发挥作用<sup>[11]</sup>,因此需要研究多个二维声学黑洞组成的声学黑洞阵列,同时为了获得更好的减振降噪效果,应在每个声学黑洞中心高能量密度区域粘贴阻尼材料。

对于由多个二维声学黑洞组合而成的声学黑洞阵列这样的复杂声学黑洞结构,难以从理论上求得解析解,因此一般通过实验或者有限元等数值仿真方法进行研究。在二维声学黑洞阵列研究领域,研究者们也完成了许多工作。Conlon等<sup>[12-13]</sup>通过实验的方法同时分析了25个、13个呈周期阵列形式内嵌二维声学黑洞板结构以及无内嵌声学黑洞的均匀板结构在粘贴阻尼材料下的声辐射,研究了内嵌二维声学黑洞阵列板结构在有效操控频带内及低于有效操控频带下限频率范围内的减振降噪效果。Jia等<sup>[14]</sup>通过在声学黑洞线性阵列中分别粘贴阻尼材料和动力吸振器,并对比其在相同激励下板内平均振动速度等,提出了将动力吸振器替代阻尼材料以进一步提升声学黑洞阵列尤其是低频下的能量汇集特性的新方法。何璞等<sup>[15]</sup>将声学黑洞阻尼振子附加到传统盒式结构中,通过有限元法和试验研究了其动态性能,结果表明附加声学黑洞阻尼振子的盒式结构具有高效能量汇聚和耗散能力。王小东等<sup>[7]</sup>提出了基

于ABH效应的内嵌式和附加式两种减振降噪设计方案,通过有限元法分析了优化设计前后直升机驾驶舱模型的声振特性,并搭建试验平台进行验证,结果表明该设计方案不但能够实现噪声宽频控制,还降低了系统的总质量。

目前,对于声学黑洞阵列的研究相对较少,且未见声学黑洞阵列中黑洞单元的排列方式对整个板结构的能量汇聚效果影响的研究报导;同时,现有二维声学黑洞研究中用于加工黑洞结构的板厚一般5 mm左右,而如此厚的板件在汽车车身几乎没有应用。基于以上考虑,本文利用有限元法,对于内嵌于较薄的板结构二维声学黑洞和两个声学黑洞组成的阵列结构进行研究。首先,研究黑洞结构的几何参数对声学黑洞性能的影响规律,并找出声学黑洞的最优几何构型;其次,以该参数作为阵列中每个黑洞单元的几何参数,研究汽车工程领域较为关注的频带200 Hz~1 800 Hz内不同排列方式阵列结构的能量汇聚效果。研究结论可以为声学黑洞阵列的设计和声学黑洞在汽车中的应用提供参考。

## 1 单声学黑洞结构的设计

### 1.1 声学黑洞效应的机理

典型的一维声学黑洞结构如图1所示<sup>[16]</sup>,在沿x轴方向即厚度增加的方向上,结构的厚度以幂函数形式 $h(x) = \epsilon x^m$ 变化,其中幂指数 $m \geq 2$ 。若该楔形结构厚度沿x轴负方向减小为零,此时的声学黑洞结构称为理想的一维声学黑洞结构。

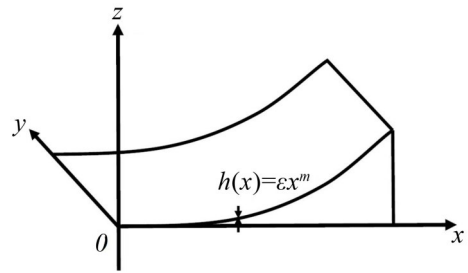


图1 典型的一维声学黑洞结构

对于一维声学黑洞薄板,它的厚度仅与x坐标有关,其弯曲波控制方程可以表示为<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ D(x) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + \\ & 2(1-\mu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ D(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] + \\ & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ D(x) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] - \omega^2 \rho h(x) w = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

其中: $w$ 是薄板的挠度, $D(x)$ 是局部弯曲刚度, $D(x) = Eh^3(x)/12(1-\mu^2)$ , $E$ 是弹性模量, $\mu$ 是材料

的泊松比,  $\rho$  是材料的密度,  $\omega$  是圆频率。

利用几何声学近似法, 在  $x$  处横向位移  $w(x)$  可以表示为如下的复数形式<sup>[16]</sup>:

$$w(x) = A(x) e^{ik_p \varphi(x, y)} \quad (2)$$

其中:  $A(x)$  和  $\varphi(x, y) = \varphi'(x, y) \beta y / k_p$  分别表示缓慢变化的幅值和准平面波的程函,  $k_p$  为板中准纵波的波数,  $\beta$  是波矢在  $y$  轴的投影, 在波垂直入射的情况下,  $\beta = 0$ 。将式(2)代入方程(1), 要使得等式成立, 需要等式左边的实部和虚部必须同时等于零, 令实部为零并且省略关于  $A(x)$  和  $\varphi(x, y)$  的高阶导数项, 可以得到弯曲波程函方程:

$$|\nabla \varphi(x, y)|^4 = k(x) k_p^4 = n^4(x) \quad (3)$$

其中:  $k(x) = 12^{1/4} k_p^{1/4} = [h(x)]^{-1/2}$ , 是薄板变厚度部分的局部波数,  $k_p = \omega / c_p$ ,  $h(x)$  是对应的反射系数。

对于弯曲波垂直入射的情况, 由于波从楔形结构的任意一点  $x$  到楔形边缘 ( $x = 0$ ) 的传播, 产生的累积相位  $\Phi$  可表示为积分表达式<sup>[16]</sup>:

$$\Phi = \int_0^x k(x) dx \quad (4)$$

可知当幂指数  $m \geq 2$  时, 式(4)发散, 这意味着累积相位  $\Phi$  会变为无穷大, 波永远不会传播到楔形边缘, 所以也不会被反射回来, 即波被“捕获”。

但是实际上声学黑洞结构的厚度不可能降为零, 在加工制造声学黑洞结构的过程中, 受限于加工精度, 必定会产生截断, 即声学黑洞结构存在一定残余厚度。研究表明<sup>[2]</sup>, 即使是存在很小的残余厚度, 声学黑洞结构的能量汇集效应也会受到较大影响。而 Krylov 等<sup>[3]</sup>指出, 在非理想声学黑洞结构上粘贴阻尼材料即可降低反射系数, 仍能获得较好的减振效果。

将理想的一维声学黑洞的截面绕其尖端位置所在轴线旋转一周即可得到理想的二维声学黑洞结构。同样地, 实际上二维声学黑洞结构也存在残余厚度, 即非完美的二维声学黑洞结构, 它的示意图如图2所示。残余厚度的存在会增加弯曲波的反射系数<sup>[2]</sup>, 从而对二维声学黑洞结构的能量汇集效应产生一定影响。

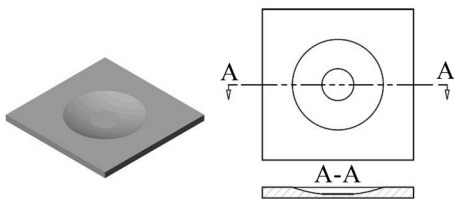


图2 非完美二维声学黑洞结构

## 1.2 正交试验法优化单二维声学黑洞

如图3所示, 内嵌单个二维声学黑洞结构截面厚度与半径关系可以表示为:

$$y = \begin{cases} h_1 & 0 \leq x \leq x_0 \\ \varepsilon x^m & x_1 \leq x \leq x_2 \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $x$  表示二维声学黑洞结构内任意一圆截面的半径;  $x_1$  和  $x_2$  分别表示黑洞结构内边界及外边界圆截面半径;  $y$  表示二维声学黑洞结构内任意一圆截面的半径所对应的截面厚度, 其中  $h_1$  表示残余厚度,  $h_2$  表示板均匀部分的厚度,  $m$  表示幂指数,  $\varepsilon$  为系数。

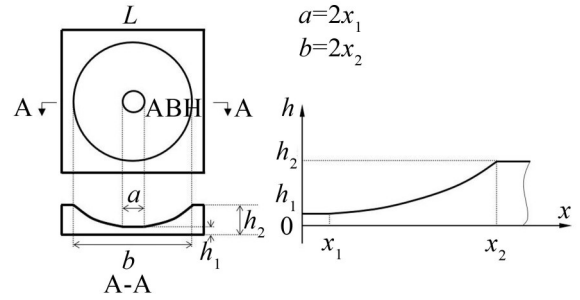


图3 单二维声学黑洞结构示意图

由式(5)可知, 残余厚度  $h_1$ , 幂指数  $m$  和由系数  $\varepsilon$  决定的二维声学黑洞结构外边界半径  $x_2$  直接影响二维声学黑洞结构的构型, 也就是说这三个参数会改变内嵌二维声学黑洞的板结构中振动能量的汇集, 进而影响粘贴阻尼材料后的能量耗散效应。考虑到声学黑洞结构有限元模型计算缓慢, 为了快速分析上述参数对声学黑洞性能的影响规律, 选取残余厚度  $h_1$  (因素A)、幂指数  $m$  (因素B) 和声学黑洞外半径  $x_2$  (因素C) 作为正交试验的影响因子, 每个因素取3个水平, 进行3因素3水平的正交试验, 为单个二维声学黑洞的优化设计提供参考。

表1 铝合金薄板材料参数

$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$E / \text{GPa}$	$\mu / 1$	$\eta / 1$
2 710	75	0.313 5	0.001

本文将声学黑洞内嵌于厚度为2 mm的铝合金薄板进行相关研究, 该厚度铝合金板在铝制汽车车身上应用较多。矩形铝合金薄板的几何参数为400 mm×600 mm×2 mm, 材料参数如表1所示。二维声学黑洞结构的中心位置在平板的宽度方向居中, 长度方向距离左端边界400 mm; 板的左边界固支, 其他边界自由; 激振力大小设为1 N, 垂直于板面, 作用在板结构宽度方向上的中心、长度方向上距左端边界30 mm处, 如图4所示。考虑到板结构的尺寸, 本文中选取残余厚度  $h_1$  (因素A) 的3个水平分别为0.1 mm、0.15 mm和0.2 mm; 幂指数  $m$  (因素B) 的3个水平分别为2.2、2.4和2.6; 声学黑洞外半径  $x_2$  (因素C)

的3个水平分别为75 mm、85 mm和95 mm,将相关数据填入正交试验表进行正交试验。正交试验表如表2所示。

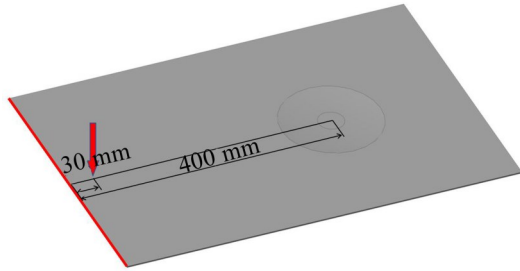


图4 用于声学黑洞优化的薄板结构

表2 三因素三水平正交试验表

	A 残余厚度/mm	B 幂指数/1	C 声学黑洞外半径/mm
1	0.1	2.2	75
2	0.1	2.4	85
3	0.1	2.6	95
4	0.15	2.2	85
5	0.15	2.4	95
6	0.15	2.6	75
7	0.2	2.2	95
8	0.2	2.4	75
9	0.2	2.6	85

对表2所示的共9组参数选取方案,分别在Solidworks、Hypermesh和ABAQUS建立几何模型和有限元模型。为了比较上述二维声学黑洞板在汽车工程领域较为关注的频带200 Hz~1 800 Hz内能量汇聚能力,使用ABAQUS软件在该频段内进行稳态动力学分析。

声学黑洞结构高能量密度区域的振幅较大,在该区域粘贴相对少量的阻尼材料便可实现高效的能量消耗<sup>[3-4]</sup>。声学黑洞结构汇聚的能量越多,高能量密度区域的振幅越大,越有利于阻尼材料的集中利用。所以,本文将能量汇聚效果作为评价声学黑洞结构或阵列结构好坏的指标。为定量描述声学黑洞汇集能量的效果,首先根据有限元仿真结果计算所关注频段内每个激振频率下声学黑洞底部中心平台内全部节点的垂直于板面方向的空间均方速度,即:

$$(\bar{v}^2) = \frac{1}{2S} \int_S v_n v_n^* dS \quad (6)$$

式中: $v_n$ 为中心均匀厚度平台某点的法向速度, $v_n^*$ 是法向速度的共轭; $S$ 是中心平台的面积。

作为参考,计算均匀板在相同激振力和边界条件下的响应。根据有限元计算结果,得到试验号为1对应的声学黑洞板中心平台和均匀板相同位置的空间均方速度,它们在一定频段内的分布如图5所示。其中纵坐标用对数表示,参考值为 $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。

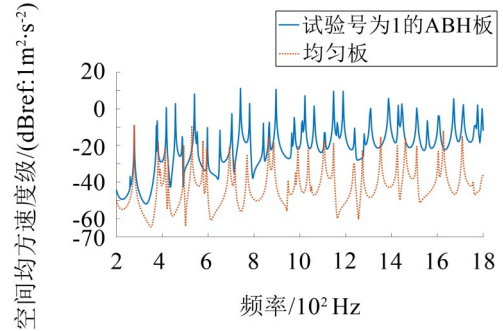


图5 空间均方速度对比图

从图5可以看出,均匀板的空间均方速度的峰值均在-30 dB~-8 dB范围内,而二维声学黑洞板的中心平台内的空间均方速度峰值在-12 dB~11 dB之间,且ABH板出现的峰值明显多于均匀板。在277 Hz以上的频段内,声学黑洞板结构的速度级在共振频率处均有10 dB~30 dB的增加,这表明振动能量发生明显汇聚。为比较不同几何参数下的声学黑洞板在某一频段内的能量汇聚效果,计算9种声学黑洞板在频段200 Hz~1 800 Hz内的空间均方速度的平均值,所得结果如表3所示。

表3 试验结果/ $10^{-2} (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$

试验号	计算结果
1	12.38
2	12.47
3	7.987
4	6.483
5	3.928
6	5.061
7	2.192
8	1.640
9	2.165

根据表3所得结果,利用极差分析法<sup>[17]</sup>进行分析,结果如表4所示。其中 $K_{jm}$ 为第 $j$ 列因素 $m$ 水平所对应的实验指标和, $\bar{K}_{jm}$ 为 $K_{jm}$ 的平均值,由 $\bar{K}_{jm}$ 的大小可以判断 $j$ 因素的优水平和各因素的最优组合; $R_j$ 为第 $j$ 列因素对应 $\bar{K}_{jm}$ 值的极差,其反映第 $j$ 列因素水平波动时,试验指标的变动幅度。

表4 极差分析表/ $10^{-2} (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$

	A	B	C
$K_1$	32.837	21.06	19.08
$K_2$	15.472	18.04	21.12
$K_3$	5.997	15.21	14.11
$\bar{K}_1$	10.95	7.02	6.36
$\bar{K}_2$	5.157	6.013	7.039
$\bar{K}_3$	1.999	5.07	4.7
$R_j$	8.951	1.95	2.34

由表4可知,  $R_1 > R_3 > R_2$ , 这说明因素A残余厚度对试验指标的影响最大, C因素声学黑洞外半径次之, B因素幂指数影响最小。由于试验指标越大表示该声学黑洞板的能量汇聚效果越好, 本文中所选参数的最优组合为A1B1C2, 即声学黑洞板的残余厚度取0.1 mm, 幂指数取2.2, 外半径取85 mm。本文特定激励条件、边界条件和选取参数下的ABH最优几何参数组合如表5所示。

表5 本文所选试验指标的最优组合

残余厚度 $h_1/\text{mm}$	幂指数 $m/1$	声学黑洞外半径 $x_2/\text{mm}$
0.1	2.2	85

单声学黑洞能在较宽的高频频带内实现振动能量的汇聚, 但是将声学黑洞应用到实际结构, 如汽车的车身板件中时, 经常需要对低频的振动和噪声进行抑制, 这就需要较大的声学黑洞外半径, 然而这不利于其布置和加工。此外, 车用板件形状多样, 内嵌单个声学黑洞的应用范围有限。而内嵌于板结构中的多个声学黑洞组成的阵列结构具有实现有效操控频带的改善和操控效果的特性, 因此研究声学黑洞阵列的能量汇集具有重要意义。

## 2 声学黑洞阵列频率特性分析

### 2.1 二维声学黑洞阵列模型的建立

将多个二维声学黑洞排布于板结构内, 即得到内嵌于板结构的二维声学黑洞阵列。相比于单个二维声学黑洞, 二维声学黑洞阵列的存在不仅可以进一步减轻板结构质量, 还能改变结构的频率特性, 从而影响板结构的振动能量汇集。本文针对两声学黑洞组成的简单声学黑洞阵列, 分析3种不同阵列形式, 并分别与同尺寸的内嵌单个二维声学黑洞板结构进行频谱特性对比, 研究声学黑洞阵列结构上对能量汇集效应的影响。

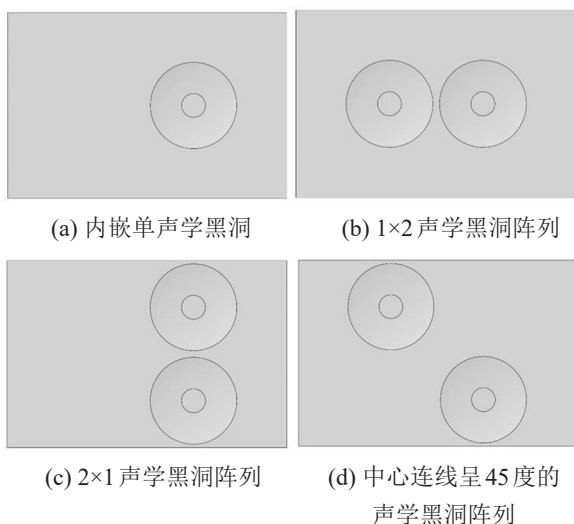


图6 单声学黑洞和不同形式的阵列结构

首先根据正交试验所得最优组合, 构建内嵌单个二维声学黑洞板结构, 如图6(a)所示。在此基础上引入相同大小和构型的另一个声学黑洞结构, 进而得到具有相同最优构型的1×2声学黑洞阵列的板结构, 如图6(b)所示, 其中两个声学黑洞中心的距离为200 mm。改变两个声学黑洞结构的位置, 可得到2×1声学黑洞阵列板结构, 如图6(c)所示。其中两个声学黑洞呈对称分布, 它们中心的距离为200 mm, 中心距右边界距离为200 mm。进一步改变声学黑洞的位置, 令两个黑洞中心的水平距离和竖直距离都为200 mm, 并且两者关于板中心呈中心对称, 得到中心连线与水平线呈45度的声学黑洞阵列板结构, 如图6(d)所示。

### 2.2 能量汇集效应的频率特性分析

分别将图6中的4个几何模型导入Hypermesh及ABAQUS软件中建立有限元模型, 如图7所示。其中激励位置及大小与边界条件与1.2节中完全一致, 激励频率范围为200 Hz~1 800 Hz, 间隔2 Hz。

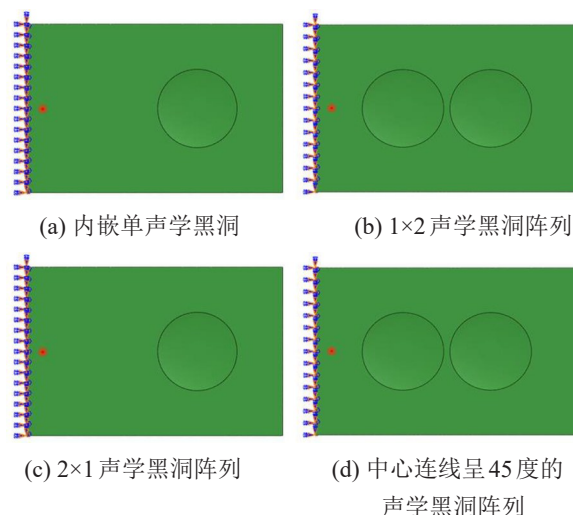


图7 激励点位置和约束示意图

为了表征阵列的能量汇聚效果, 分别计算阵列中两个声学黑洞单元的中心平台内所有节点的垂直于板面方向的空间均方速度, 并将二者求和, 以此作为评价声学黑洞阵列结构能量汇集效应强弱的指标:

$$\langle \bar{v}^2 \rangle = \frac{1}{2S_1} \int_{S_1} v_{1n} v_{1n}^* dS_1 + \frac{1}{2S_2} \int_{S_2} v_{2n} v_{2n}^* dS_2 \quad (7)$$

式中:  $v_{1n}$  为单元1中心均匀厚度平台某点的法向速度,  $v_{1n}^*$  是其法向速度的共轭;  $S_1$  是单元1中心平台的面积;  $v_{2n}$  为单元2中心均匀厚度平台某点的法向速度,  $v_{2n}^*$  是其法向速度的共轭;  $S_2$  是单元2中心平台的面积。显然, 该值越大表明声学黑洞阵列能量汇集效应越强。

对图7中所示的4个模型的有限元计算结果进

行处理,分别得到它们在200 Hz~1 800 Hz频率范围内的空间均方速度,从而得到声学黑洞结构振动响应在200 Hz~1 800 Hz范围随频率变化的曲线。为方便比较,将3种阵列结构的空间均方速度图分别与单声学黑洞结构进行比较,结果如图8至图10所示。

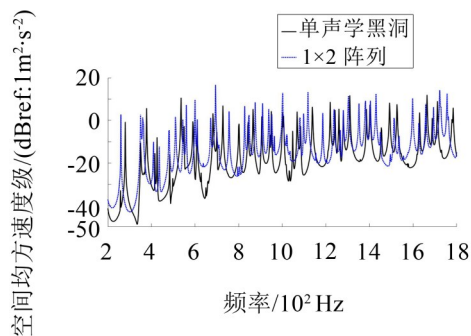


图8 1×2阵列板与单声学黑洞板空间均方速度对比

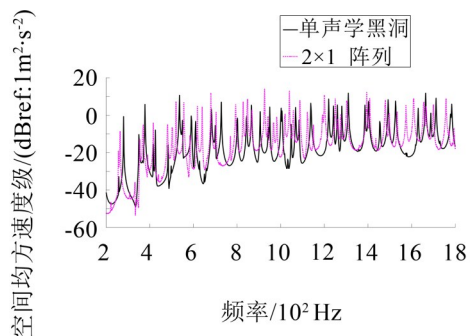


图9 2×1阵列板与单声学黑洞板空间均方速度对比

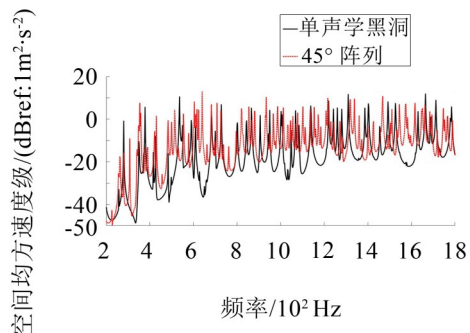


图10 45°阵列板与单声学黑洞板空间均方速度对比

从上述曲线可以看出,在200 Hz~300 Hz范围内,4种板结构明显的共振峰均只有一个,且1×2声学黑洞阵列板的共振峰最高,高于单声学黑洞板共振峰达3 dB左右,而2×1声学黑洞阵列板和45°排布的阵列板共振峰较低,分别低于单声学黑洞板共振峰8 dB和18 dB左右。这表明在200 Hz~300 Hz的低频范围内,横向排布的1×2阵列结构通过单元的合理排布改变了低频下的板结构振动特性,实现了更优的能量汇聚;而2×1声学黑洞阵列板和45°阵列板的黑洞单元排布方式削弱了低频下的能量汇聚效果。这表明通过调整阵列结构的单元排列方式能够增强或抑制低频范围内的振动响应。

在400 Hz~1 800 Hz的频率范围内,3种阵列结构的空间均方速度曲线相比于单声学黑洞板对应曲线整体上有一定的提高,其中500 Hz以上频带内这种提升较为明显。如图8所示,500 Hz以上频带内横向排布1×2声学黑洞阵列板的共振峰值相对于单声学黑洞板而言,大部分均有10 dB以内的提升,而极少部分频率对应的单声学黑洞板峰值较高。图9所示的纵向排布2×1声学黑洞阵列板的共振峰值在800 Hz~1 200 Hz频段内相比于单声学黑洞较高,其他频率范围内共振峰峰值与单黑洞板相当。而图10所示的45°排布的阵列结构的共振峰峰值在700 Hz以上的频率范围内均与单黑洞板相当,但其共振峰数量明显多于单声学黑洞,也能在研究频率范围内增强能量汇聚水平。

表6 3种阵列空间均方速度在200 Hz~1 800 Hz频段内的平均值/ $10^{-2} (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$

声学黑洞阵列排布方式	计算结果
单个声学黑洞	25.15
1×2横向排布	52.75
2×1纵向排布	38.05
45°排布	40.49

为比较三种阵列结构在该频段内的能量汇聚效果,分别计算它们在200 Hz~1 800 Hz频段内的空间均方速度的平均值,结果如表6所示。将单个声学黑洞的计算结果与表3中正交试验所得结果对比可以看出,该几何参数对应的声学黑洞结构的能量汇集效果最好,进而验证了正交试验所得最优构型的有效性。此外,可以看出三种阵列结构的能量汇集效果均优于单声学黑洞结构,表明了声学黑洞阵列结构的优越性。对于不同排布方式的阵列结构的能量汇聚效果,以1×2横向排布的阵列最优,45°排布阵列次之,2×1纵向排布的阵列最差,这表明对于本文研究的板结构,横向依次排布的阵列结构能量汇聚效果最好,单元排布方式越趋向于纵向排布,能量汇聚效果越差。

上述结果表明,在一定频带范围内,两个声学黑洞组成的阵列的能量汇聚效果比单声学黑洞更为明显。这种现象出现的原因如下,一方面在内嵌两个声学黑洞的板结构中,厚度较薄部分的面积增加,板结构整体的刚度下降,在施加激振力不变的情况下,结构的振动响应增强,某些频率下的空间均方速度峰值增大;另一方面,两个声学黑洞组成阵列后,利用不同的排布方式,增加了原有结构的复杂程度,提高了声学黑洞结构与原有板结构的频率匹配机会<sup>[15]</sup>,丰富了板结构的模态特性,导致其空间均方速度峰出现次数增加,能量汇聚效果得以提升;此外,

声学黑洞数量增加使能量汇聚区域面积增大,更多的振动能量被汇聚在声学黑洞中心平台区域。

上述研究还表明横向排列的声学黑洞阵列结构具有更好的能量汇聚效果。可能的原因是,在本文所考虑的激励形式和约束方式下,板结构中振动能量以横向传播为主导形式,而横向排布的阵列结构使横向传播的振动能量更加充分地经过声学黑洞区域,得到更强的能量汇聚效果;而振动能量向着纵向排布的声学黑洞阵列结构传播时,需要先分散传播或通过边界反射后进入黑洞区域,再在其中发生汇聚,振动能量汇聚不如前者充分。

综上所述,对于本文中所考虑的板结构模型,内嵌于板结构中的声学黑洞阵列可在 200 Hz~1 800 Hz 的频带内增强板结构内的能量汇集效应,使更多的能量汇聚于声学黑洞内。进而在中心平台粘贴阻尼材料就能够实现较高的能量耗散效率。同时,阵列中各单元的排布方式对能量汇集效应有较大影响,在利用声学黑洞阵列结构吸收振动能量时,应合理设计阵列单元的排布方式,以进一步增强能量汇集效应。

### 3 结 语

本文利用有限元法,首先通过正交试验对内嵌于板结构内的单二维声学黑洞进行参数分析与优化设计,得到了特定板结构尺寸下最优的声学黑洞构型参数。基于这组几何参数,设计了内嵌于板结构的不同声学黑洞阵列,分别对这几种阵列结构进行能量汇集效果研究,得到阵列结构以及排布方式对于能量汇集特性的影响,从而提升阵列结构在实际应用中粘贴阻尼材料后的减振降噪效果。研究结论如下:

(1) 板结构的能量汇集效应随着残余厚度、幂指数和声学黑洞外半径改变而改变,且对于给定的板件结构存在最优的声学黑洞构型参数;

(2) 相对于内嵌于板中的单声学黑洞结构,声学黑洞阵列能够提升声学黑洞的板结构汇集能量的效果。对于本文所研究的板结构而言,在激励频率 200 Hz~1 800 Hz 范围内,声学黑洞阵列结构的振动能量汇集能力明显强于单声学黑洞结构;

(3) 内嵌于板结构中的声学黑洞阵列的排布方式对于整个声学黑洞阵列板结构的能量汇集效应有很大影响。对本文中研究的激励位置和边界条件而言,考虑的三种排列形式中 1×2 横向排布的阵列结构能量汇集效果最优,45°排布阵列结构次之,2×1 排布阵列结构最差,但阵列结构的能量汇集能力均优于单声学黑洞。为了更好地实现能量的汇聚,在板

结构实际应用中应该优先考虑横向排布的声学黑洞阵列结构。

综上所述,阵列结构可实现比单声学黑洞结构更佳的能量汇聚效果,通过在高能量密度区域粘贴阻尼材料,可实现较高的能量耗散效率。本文对于声学黑洞在汽车板件中的应用和声学黑洞阵列的设计提供了参考,后续将对本研究进行实验验证,并进一步研究多声学黑洞(多于 2 个)阵列结构的振动能量汇集特性。

#### 参考文献:

- [1] KRYLOV V V. Acoustic black holes: Recent developments in the theory and applications[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2014, 61(8): 1296-1306.
- [2] MIRONOV M A. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval[J]. Soviet Physics-Acoustics, 1988, 34(3): 318-319.
- [3] KRYLOV V V, TILMAN F J B S. Acoustic 'black holes' for flexural waves as effective vibration dampers[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 274(3-5): 605-619.
- [4] KRYLOV V V. New type of vibration dampers utilizing the effect of acoustic 'black holes' [J]. Acta Acustica United with Acustica, 2004, 90(5): 830-837.
- [5] OSKAR P, CHRISTIAN R, REBECCA B. Finite element simulations of acoustic black holes as lightweight damping treatments for automotive body panels with application to full vehicle interior wind noise predictions[C]// INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings. Hamburg GERMANY, 2016, 5210-5221.
- [6] BOWYER E P, KRYLOV V V. A review of experimental investigations into the acoustic black hole effect and its applications for reduction of flexural vibrations and structure-borne sound[C]// Proceedings of the International Conference 'InterNoise 2015'. San Francisco, USA, 2015.
- [7] 王小东,秦一凡,季宏丽等. 基于声学黑洞效应的直升机驾驶舱宽带降噪研究[J]. 航空学报, 2020, 41(10): 223831-223831.
- [8] YAN S, LOMONOSOV A M, SHEN Z. Numerical and experimental study of Lamb wave propagation in a two-dimensional acoustic black hole[J]. Journal of Applied Physics, 2016, 119: 214902.
- [9] O'BOY D J, KRYLOV V V. Damping of flexural vibrations in circular plates with tapered central holes[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330: 2220-2236.
- [10] HUANG W, JI H L, QIU J H, et al. Analysis of ray trajectories of flexural waves propagating over generalized acoustic black hole indentations[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 417: 216-226.

(下转第 27 页)