文章编号：1006-1355(2021)05-0247-04

双层金属橡胶隔振器的理论分析与隔振性能研究

余慧杰，张 升

（上海理工大学 机械工程学院，上海 200093）

摘 要：针对精密电子设备对隔振性能的高要求，研究并设计一种双层金属橡胶非线性隔振器。首先根据金属橡胶的非线性特点，建立一种2自由度金属橡胶隔振器的力学模型，用平均法求解该力学模型的绝对位移传递率曲线并用数值仿真进行验证。然后讨论干摩擦力和非线性刚度等参数对隔振效果的影响，分析结果表明，干摩擦的增大能明显降低共振峰值，而非线性刚度的增大不仅会改变共振峰点的频率，还会增加共振区的放大倍数；最后根据理论模型优化设计双层隔振物理系统，并进行物理试验来验证理论模型的正确性。理论分析和实验验证结果可为为金属橡胶隔振器的设计提供依据和方法。

关键词：振动与波；金属橡胶；平均法；隔振器；非线性

中图分类号：TB535；O322 **文献标志码**：A **DOI编码**：10.3969/j.issn.1006-1355.2021.05.041

Theoretical Analysis and Vibration Isolation Performance Study of Double-layer Metal Rubber Isolators

YU Huijie , ZHANG Sheng

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract : Aiming at the high requirements of vibration isolation performance of precision electronic equipment, a type of double-layer metal rubber nonlinear vibration isolators was researched and designed. Firstly, based on the non-linear characteristics of metal rubber materials, a mechanical model of a 2-DOF metal rubber material isolator was established. The absolute displacement transmissibility curve of the mechanical model was solved by the average method and verified by numerical simulation. Then, the influences of dry friction and nonlinear stiffness on the vibration isolation effect of this model were analyzed. It is shown that the increase of dry friction can significantly reduce the resonance peak, and the increase of nonlinear stiffness will not only change resonance peak position, but also increase the resonance peak magnitude. Finally, the double-layer vibration isolation physical system was optimized and designed based on the theoretical model, and physical tests were performed to verify the correctness of the theoretical model. The theoretical analysis and experimental verification in this study provide a basis and method for the design of metal rubber isolators.

Key words : vibration and wave; metal rubber; average method; vibration isolator; nonlinear

金属橡胶是一种弹性多孔状的金属材料，内部为金属丝相互交错勾连形成的空间网状结构，在承受交变载荷时，可以耗散大量振动能量，起到阻尼减振作用，因此金属橡胶常作为隔振器的核心元器件。许多学者对金属橡胶建立了各种动力学模型，用各种方法求解了模型并分析了系统参数对隔振性能的影响[1–3]。Yu等[4]用平均法求解了单自由度非线性干摩擦隔振系统，并分析了利用干摩擦隔振器实现低频时的无谐振现象。李玉龙等[5]研究了金属橡胶隔振器在不同激励情况下的参数变化情况。吴荣平等[6]研究了迟滞干摩擦隔振系统，详细分析了非线性刚度，静摩擦力对系统的力传递率的影响。这些模型主要针对单层金属橡胶隔振器，但由于单层金属橡胶隔振器本身特性的限制，当运用于某些含有高精度电子元器件的设备中，其隔振效果并不理想。双层隔振器有更高效的隔振效果，但双层金属橡胶隔振器由于模型复杂、参数众多，在实际隔振器设计中难以取得最优效果。赵建学等[7]研究了阻尼比、质量比、刚度比等参数对于双层隔振系统的影响。本文将建立一种包含非线性刚度和干摩擦力的2自由度隔振器模型，并用该模型指导双层隔振器的设计。

收稿日期：2020－10－13

作者简介：余慧杰，男，福建省南靖县人，硕士生导师，副教授，主要研究方向为电子设备隔振设计。

通信作者：张升（1995－），男，湖北省孝感市人，硕士研究生，专业方向为机械系统动力学。

1 金属橡胶隔振器力学模型

1.1 力学模型的建立

由金属橡胶泛函本构关系，隔振器模型中应含有三次非线性刚度以及摩擦阻尼力[3]。因此建立如图1所示的2自由度非线性干摩擦隔振器模型，该模型分为上下两层。其中k_c为三次非线性刚度，F_1为干摩擦阻尼，k_1、k_2为线性刚度，c_1、c_2线性黏性阻尼，该隔振系统受到简谐位移激励。根据牛顿第二定理，对系统进行受力分析，并且列出如下微分方程组：

$$\begin{cases} m_1\ddot{y}_1 + k_1(y_1-u) + k_c(y_1-u)^3 + \\ k_2(y_1-y_2) + c_1(\dot{y}_1-\dot{u}) + c_2(\dot{y}_1-\dot{y}_2) + F_1 = 0 \\ m_2\ddot{y}_2 + k_2(y_2-y_1) + c_2(\dot{y}_2-\dot{y}_1) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

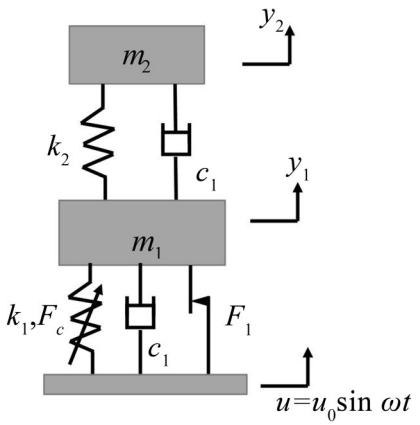


图1 金属橡胶隔振器力学模型

对于干摩擦阻尼[8]F_1，其大小为f_1，方向与相对速度相反，用符号函数表示为：

$$F_1 = f_1\,\mathrm{Sgn}[\dot{x}_1],\ \mathrm{Sgn}[\dot{x}_1] = \begin{cases} 1, \dot{x}_1 > 0 \\ -1, \dot{x}_1 < 0 \end{cases}$$

为了计算方便，引入相对位移：

$$\begin{cases} x_2 = y_2 - y_1 \\ x_1 = y_1 - u \end{cases} \tag{2}$$

为了求解式(1)，引入如下参数：

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}},\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}},\ \rho = \frac{k_2}{k_1},\ \lambda = \frac{\omega_2}{\omega_1},\ \gamma = \frac{k_c}{k_1}u_0^2,$$

$$\alpha_{01} = \frac{f_1}{k_1},\ \xi_1 = \frac{c_1}{2\sqrt{k_1m_1}},\ \xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2m_2}}$$

然后进行无量纲化，做如下变换：

$$t_1 = \omega_1 t,\ \Omega = \frac{\omega}{\omega_1},\ \alpha_1 = \frac{\alpha_{01}}{u_0},\ x_1 = \frac{x_{01}}{u_0},\ x_2 = \frac{x_{02}}{u_0},$$

$$\dot{x}_1 = \frac{\dot{x}_{01}}{\omega u_0},\ \dot{x}_2 = \frac{\dot{x}_{02}}{\omega u_0},\ \ddot{x}_1 = \frac{\ddot{x}_{01}}{\omega^2 u_0},\ \ddot{x}_2 = \frac{\ddot{x}_{02}}{\omega^2 u_0}$$

对式(1)进行化简可得：

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\zeta_1\dot{x}_1 + x_1 + \gamma x_1^3 - \rho x_2 - \\ \dfrac{2\zeta_2\rho}{\lambda}\dot{x}_2 + \alpha_1\mathrm{Sgn}[\dot{x}_1] = \Omega^2\sin\Omega t \\ \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + 2\zeta_2\lambda\dot{x}_2 + \lambda^2 x_2 = \Omega^2\sin\Omega t \end{cases} \tag{3}$$

1.2 力学模型的近似理论求解

由于微分方程组(3)含有三次非线性刚度以及干摩擦阻尼，为了计算方便，采用平均法求解该微分方程组。系统受到简谐位移激励，可以设方程的解为：

$$\begin{cases} x_1 = A(t_1)\cos(\Omega_1 t_1 + \theta_1(t_1)) \\ x_2 = C(t_1)\cos(\Omega_1 t_1 + \theta_2(t_1)) \end{cases}$$

其中：$A(t_1)$,$C(t_1)$,$\theta_1(t_1)$和$\theta_2(t_1)$均为时间t_1的慢变函数，将系统化为自治系统[9]，经过平均法理论推导，令$A' = \theta'_1 = C' = \theta'_2 = 0$，可以求出系统的稳态解，可得：

$$\begin{cases} 0 = 4\alpha_1 - \dfrac{2\rho\zeta_2 C\Omega\pi}{\lambda}(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + \\ 2\zeta_1 A\Omega\pi + \pi u_0\lambda^2\Omega^2\cos\theta_1 + \rho C\pi(\sin\theta_1\cos\theta_2 - \cos\theta_1\sin\theta_2) \\ 0 = \dfrac{3}{4}\gamma_1 A^3 + \dfrac{2\rho\xi_2 C\Omega}{\lambda}(\sin\theta_1\cos\theta_2 - \cos\theta_1\sin\theta_2) + \\ \rho C\pi(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) - A\pi(\Omega^2 - 1) - \pi\Omega^2\sin\theta_1 \\ 0 = 2\xi_2\lambda C\Omega + \Omega^2\cos\theta_2 - A\Omega^2(\sin\theta_1\cos\theta_2 - \cos\theta_1\sin\theta_2) \\ 0 = C(\Omega^2 - \lambda^2) + A\Omega^2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) - \Omega\sin\theta_2 \end{cases}$$

再结合以下条件：

$$\begin{cases} \sin^2\theta_1 + \cos^2\theta_1 = 1 \\ \sin^2\theta_2 + \cos^2\theta_2 = 1 \end{cases}$$

最终可以得到一个非线性方程组，方程组中含7个未知量，分别为Ω，A，C，$\sin\theta_1$，$\sin\theta_2$，$\cos\theta_1$，$\cos\theta_2$。为了得到最终的绝对位移传递函数，可以假设频率比Ω为已知量，编程求出Ω所对应的其他6个未知量[11]。由式子(2)可知，将相对位移转化为绝对位移，并求出其绝对位移传递率函数，如下：

$$\frac{y_2}{u_0} = \frac{x_1u_0 + x_2u_0 + u}{u_0} =$$

$$A\cos(\Omega t + \theta_1) + C\cos(\Omega t + \theta_2) + \sin\Omega t$$

对上式整理可得：

$$T_2 = \frac{y_2}{u_0} =$$

$$\sqrt{1 + A^2 + C^2 + 2AC\cos(\theta_2 - \theta_1) - 2(C\sin\theta_2 + A\sin\theta_1)} \tag{4}$$

由上面所求出的Ω对应的其他未知量的值，代入(4)中，便可以求出T_2关于Ω的绝对位移传递曲线。

1.3 力学模型的数值仿真

通过一个实际算例对上述理论方法进行验证，在此算例中，金属橡胶隔振器力学模型的相关参数分别为$\alpha_1 = 0.1$，$\rho = 1$，$\gamma = 0.1$，$\lambda = 2$，$\zeta_1 = 0.09$，

$\zeta_2 = 0.06$。通过上述理论方法，推导求出绝对位移传递率曲线。然后运用龙格-库塔数值算法，利用数学软件编程求出数值解，与上述理论方法所求结果进行对比验证，所求结果如图2所示。

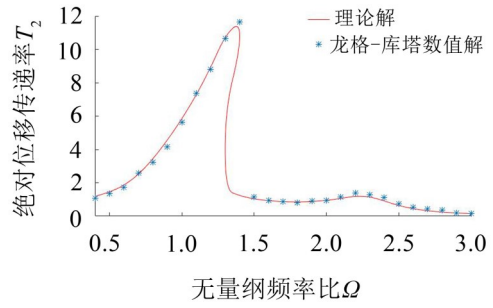


图2 隔振器数值仿真与理论结果

从图2中可以看出两者基本一致，验证了理论求解的准确性。

2 金属橡胶隔振器的设计与实验验证

2.1 隔振器模型的参数分析

基于此模型，主要分析非线性刚度以及干摩擦阻尼对隔振效果的影响，通过改变这两个参数来观察隔振效果，最终达到指导隔振器设计的目的。

首先分析干摩擦阻尼对隔振效果的影响，设定$\gamma = 0.1$，$\rho = 1$，$\lambda = 1.5$，$\zeta_1 = 0.06$，$\zeta_2 = 0.03$，α_1分别为0、0.2、0.4。从图3求解结果可以看出，随着干摩擦力的增加，两个隔振峰值有明显的降低，并且第一个峰值处的非线性也明显减弱，这说明增大干摩擦力对隔振器的隔振性能有较好的影响。从图3中还可以看出当干摩擦增大到一定程度时，第二个峰值的位置会往前移，说明干摩擦在一定程度上会影响系统的固有频率。

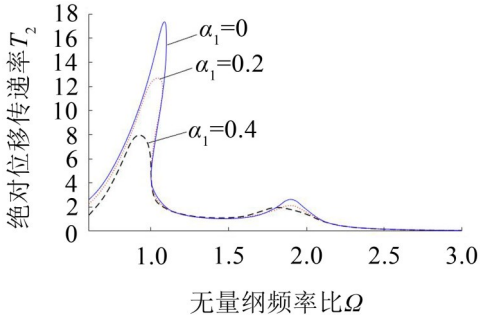


图3 不同干摩擦下的绝对位移传递率曲线

再分析非线性刚度对隔振效果的影响。设定$\alpha_1 = 0.1$，$\rho = 1$，$\lambda = 2$，$\zeta_1 = 0.09$，$\zeta_2 = 0.06$，γ分别为0.1、0.2、0.3。从图4所求结果中可以看出，随着非线性刚度的增加，第一个共振峰值会明显增加，同时共振峰向右弯曲更加明显。这表明非线性刚度增大不仅会降低隔振效率，还会使共振峰处的跳跃现象更加明显，增加了系统的不稳定性。因此在设计隔振器时，应尽量减小非线性刚度。

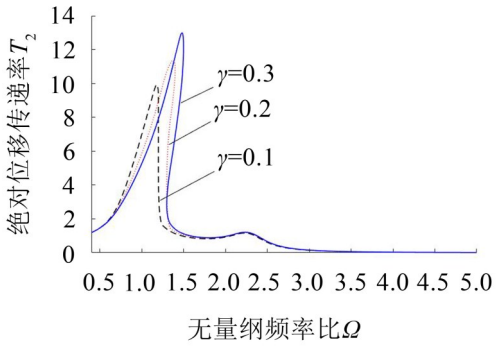


图4 不同非线性刚度下的绝对位移传递率曲

2.2 隔振器模型的参数调整

根据上述参数分析可知，增大干摩擦力，减弱非线性刚度可以提高隔振器的隔振效果。通过不断调整这两个参数并观察理论的绝对位移传递曲线可知，设计如下参数的隔振器，能够较好地满足实际需要，其中$\alpha_1 = 0.2$，$\rho = 1$，$\gamma = 0.1$，$\lambda = 14$，$\zeta_1 = 0.09$，$\zeta_2 = 0.06$。所求结果如图5所示，从图中可以看出曲线存在两个共振峰值，第一个峰值位置在15 Hz附近，峰值大小约为9，第二个峰值位置在200 Hz附近，峰值大小约为0.15，并且第一个峰值有很明显的非线性现象。从此可以看出，隔振系统对低于23 Hz的低频区域，由于干摩擦阻尼的增大减小了共振峰的峰值，而大于23 Hz的区域绝对位移传递率小于1，已经完全处于隔振区域。因此，通过参数的调整可以明显提高隔振系统的隔振效率。

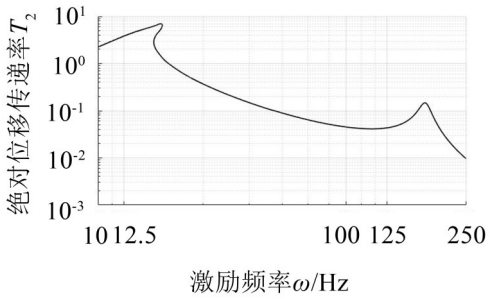


图5 隔振器绝对位移传递率曲线

2.3 隔振器的结构设计与实验验证

为了实际隔振的需要，设计出如图6所示的双层金属橡胶隔振器。该隔振器由内层、中间层以及外层组成；其中内层与中间层、中间层与外层都通过金属橡胶连接，同时每个金属橡胶均使用导杆进行限位。该隔振器采用承载式设计和对称式布局，以避免结构产生的耦合，主要应用于对隔振要求非常高的精密仪器。

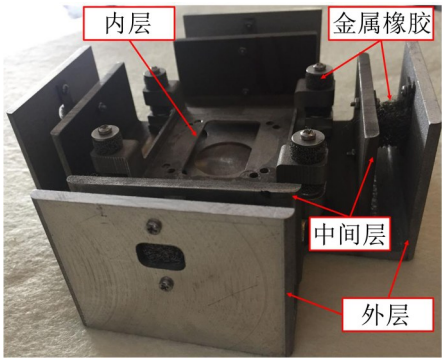


图 6 2自由度金属橡胶隔振器实物

根据金属橡胶理论设计隔振器的相关参数[12–13]，使这些参数大小与上述经过调整优化后的参数保持一致。其中 m_1 = 1.96 kg，m_2 = 0.1 kg，k_1 = 17.4 KN/m，k_2 = 17.43 KN/m，$k_c = 1.74 \times 10^9$ N/m^3，c_1 = 33 N · s/m，c_2 = 15.8 N · s/m，f_1 = 3.47 N，u_0 = 1 mm。将隔振对象晶体振荡器安装到隔振器上面，晶体振荡器直接与隔振器内层刚性连接，隔振器外层通过夹具与振动台相连。对此隔振系统进行扫频实验，得到了如图7所示结果。

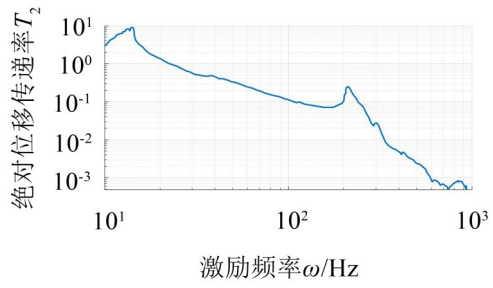


图 7 扫频实验结果

从图7可以看出，第一个共振峰出现在14 Hz左右，此时峰值处的响应放大倍数约为10。第二个共振峰出现在200 Hz左右，此时的响应放大倍数约为0.14。并且从图7中可以看出隔振器的隔振频率较低，整体隔振效果较好，同时也证明了上述参数优化的可靠性。

对比上述理论求解可知，其传递率的共振峰位置以及共振峰的大小基本一致。但是由于实际设计过程中，金属橡胶隔振器的参数可能存在一些偏差，此外实验夹具以及传感器的质量均会影响到隔振系统的整体刚度，因此，理论结果与实验结果会存在一些偏差。不过从实验与理论的对比来看，曲线的峰值大小和共振点的位置基本一致，因此实验进一步验证了平均法求解的正确性。

3 结 语

本文建立双层金属橡胶隔振器的力学模型并利用平均法求解得到绝对位移传递率，分析了干摩擦阻尼以及非线性刚度对绝对位移传递率的影响，并设计出双层隔振器来验证理论分析结果。得到了如下结论：

（1）采用干摩擦阻尼和非线性刚度能够较为准确地描述金属橡胶隔振器。

（2）干摩擦阻尼增大能够极大降低振动幅值，而非线性刚度的增加对隔振效果有不利的影响，在设计隔振器时应增大干摩擦阻尼，减小非线性刚度。

（3）设计的双层隔振系统共振峰值为10，并且在23 Hz以后能够达到较好的隔振效果，对于电子设备的隔振具有一定的实际意义。

参考文献：

[1] 姜洪源，敖宏瑞，李瑰贤. 金属橡胶隔振器动力学模型与分析[J]. 湖南科技大学学报（自然科学版），2004，19(3)：3-27：23-27.

[2] 李玉龙，白鸿柏，何忠波. 基于 FFT 多谐波平衡法的金属橡胶隔振系统振动特性分析[J]. 振动与冲击，2014，33（15）：98-101.

[3] HUIJIE YU, XIUTING SUN, JIAN XU. Transition sets analysis based parametrical design of nonlinear metal rubber isolator[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2017, 96: 93-105.

[4] YU HUIJIE, XU YAHUI, SUN XIUTING. Analysis of the non-resonance of nonlinear vibration isolation system with dry friction[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(4): 1489-1497.

[5] 李玉龙，白鸿柏，何忠波. 金属橡胶非线性隔振器试验研究与参数分析[J]. 噪声与振动控制，2015，35（2）：194-200.

[6] 吴荣平，白鸿柏，路纯红. 柔性基础上迟滞干摩擦隔振系统的简化分析[J]. 机械强度，2019，41（1）：44-48.

[7] 赵建学，俞翔，柴凯. 双层隔振系统隔振性能分析[J]. 中国舰船研究，2017，12（6）：101-107.

[8] 张强星，M G Sainsbury. 干摩擦振动系统的简化[J]. 振动与冲击，1987，6（1）：42-58.

[9] 顾致平. 非线性振动[M]. 北京：中国电力出版社，2012：25-35.

[10] XIUCHANG HUANG, JINGYA SUN, HONGXING HUA. The isolation performance of virbration systems with general velocity-displacement-dependent nonlinear damping under base excitation: numerical and experimental study[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 85(16): 777-796.

[11] 薛定宇. 高等应用数学问题的MATLAB求解[M]. 4版. 北京：清华大学出版社，2018：191-199.

[12] 刘文慧. 金属橡胶的静动态分析及应用[D]. 上海：上海理工大学机械工程学院，2016.

[13] 梅小龙，赵俊生，张保成. 压缩长度对金属橡胶减振器刚度的影响[J]. 噪声与振动控制，2013，33(1)：204-207.