

文章编号:1006-1355(2020)06-0128-06+221

基于高斯过程隐变量模型的滚动轴承故障识别

尹爱军¹, 石波¹, 谭建², 李海珠¹

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室 机械工程学院, 重庆 400044;
2. 中国石油西南油气田分公司重庆气矿, 重庆 400021)

摘要:滚动轴承振动信号的特征之间往往并非相互独立,使得高维融合特征存在大量冗余信息,降低故障分类精度。为此,研究基于高斯过程隐变量模型(Gauss process latent variables model, GP-LVM)与 K -最近邻(K -Nearest Neighbor, KNN)相结合的轴承故障识别方法。首先,提取振动信号的小波包能量,构建融合特征矩阵;然后,利用GP-LVM提取其隐变量;最后,利用 K -最近邻分类算法进行故障识别。实例结果表明,对于不同健康状态下的滚动轴承振动信号,所提方法能有效减少其特征间的冗余信息,很好地区分滚动轴承状态,实现滚动轴承故障类型的准确诊断。

关键词:故障识别;小波包能量;高斯过程隐变量模型; K -最近邻分类

中图分类号:TH133.33

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2020.06.021

Fault Identification for Rolling Bearings Based on Gauss Process Latent Variables Model

YIN Aiju¹, SHI Bo¹, TAN Jian², LI Haizhu¹

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Chongqing Gas Mine, China Petroleum Xinan Oil & Gas Field Company, Chongqing 400021, China)

Abstract: There is always some relationship among the features of bearing vibration signals, which leads to a lot of redundant signals in high-dimensional fusion features and reduces the accuracy of fault classification. Therefore, a bearing fault diagnosis method based on Gauss process latent variables model (GP-LVM) and K-nearest neighbor (KNN) was studied. Firstly, the energy features of wavelet packets were extracted from the vibration signals collected by multiple sensors, which were used to construct the fusion features matrix. Then, the latent variables were extracted by GP-LVM. Finally, the KNN algorithm was used for fault identification. Some examples with regard to vibration signal detection of rolling bearings under different health conditions show that the proposed method can effectively reduce redundant information among the features, distinguish the rolling bearing states and accurately recognize the fault types of rolling bearings.

Keywords: fault identification; energy of wavelet packet; GP-LVM; KNN

滚动轴承在动力传输设备中扮演着不可或缺的角色,设备故障常与其异常有关,准确把握其运行状态可及时发现问题,有助于开展设备维护等工作。滚动轴承发生异常时,其振动状态常发生改变,常使用滚动轴承的振动信号进行状态分析与评估。为准确监测滚动轴承运行状态与开展状态分析,常提取

信号的特征参数来反映并分析轴承的运行状态^[1]。

当滚动轴承运行状态发生变化时,振动信号经小波包分解后所得分解频带的能量系数分布是不同的。房立清等^[2]将小波包应用到自动机故障识别中,结合相关向量机进行诊断,实现了较高的诊断准确率。同时,由于噪声以及采集设备之间存在耦合关系等因素,单一特征量、单一传感器无法准确反映系统的运行状态,因而采用多传感器采集信号,提取信号特征参数,对各信号的特征参数进行融合,全方位获取其运动状态的信息。付运骁等^[3]融合时域、频域和时频域等多个特征,通过反向传播(BP)神经网络进行滚动轴承的故障诊断。

实际中,融合的多维特征往往存在大量冗余信息,这会大大加大计算负担,导致故障分类的精度不

收稿日期:2019-12-06

基金项目:重庆市重大主题专项重点研发资助项目
(cstc2018jszx-cyztzxX0032)

作者简介:石波(1992-),男,四川省宜宾市人,硕士研究生,主要研究方向故障诊断与寿命预测。

通信作者:尹爱军(1978-),男,教授、博士生导师,主要研究方向为无损检测技术、大数据分析与人机智能、装备状态评估与寿命预测等。

E-mail: aijun.yin@cqu.edu.cn

足,干扰后续轴承运行状态评估等工作,因此提取高维空间中的敏感信息显得十分必要。目前,提取高维数据隐变量的方法分为线性和非线性方法。主成分分析(Principal component analysis, PCA)^[4]算法针对线性的高维数据效果良好,但难以很好提取非线性高维空间中的敏感信息;流形学习^[5-6]方法能有效地提取高维非线性数据的隐变量,有着良好的信息提取能力。GP-LVM^[7]是一种非线性的提取隐变量的流形学习方法,在处理高维、小样本、非线性数据等方面具有很好的适应性,有着良好的区分性能。高阳等^[8]分析 GP-LVM 对振动信号高维特征集的冗余约简效果,并结合多类最优边际分配机,较好完成对轴承运行状态的识别。相比 PCA、拉普拉斯空间映射方法(Laplacian eigenmaps, LE)^[9]和等距特征映射(Isometric feature mapping, Isomap)^[10]算法, GP-LVM 提取更敏感而独立的本质信息的能力以及后续分类效果优于上述方法。

提取的隐变量用于训练 KNN、SVM 等^[11-12]分类模型,以实现轴承故障类别准确识别之目的。在多分类问题上, SVM 需要设定较多参数,选择合适参数和迭代时,会花费较多时间;而 K-最近邻分类器(K-nearest neighbor, KNN)构建简单,需人为设置参数少,在少量样本下也有良好分类效果。

综上所述,本文研究 GP-LVM 和 KNN 相结合的齿轮箱滚动轴承故障识别方法。首先,提取振动信号的小波包能量并构造高维特征集,利用 GP-LVM 提取隐变量,将提取的隐变量作为输入,建立 KNN 故障识别模型,进而对滚动轴承健康状态进行诊断。

1 基于 GP-LVM 的隐变量提取方法

1.1 GP-LVM 原理

GP-LVM 是在概率主成分分析的基础上拓展而来,利用高斯过程建立起隐空间与高维空间之间的联系,通过极大似然观测数据的联合概率密度,得到最优的隐变量,该过程在消除高维空间冗余信息的同时,也保证了隐空间的性质与原始高维空间相同。Lawrence 等^[13]提出 GP-LVM 是一个生成模型,每个观察样本点 $y_i \in \mathbb{R}^D$ 是由隐变量 $x_i \in \mathbb{R}^q$ 和一个噪声 ε 生成, y_i 与 x_i 之间的映射关系为

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon \quad (1)$$

式中: $\varepsilon \sim N(0, \beta^{-1}I)$, 通常是白噪声, f 是隐变量空间到高维样本空间的映射函数。观察样本集 Y 的边缘概率 $P(Y|X, \phi)$ 可表示为

$$P(Y|X, \phi) = \prod_{j=1}^D \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |\mathbf{K}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{y}_j^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{y}_j\right) \quad (2)$$

式中: $X \in \mathbb{R}^q$ 是所有隐变量 $x_i \in \mathbb{R}^q$ 的集合, q 是隐变

量个数, $y_{:,j}$ 是样本矩阵 $Y \in \mathbb{R}^D$ 的第 j 列, ϕ 是关于高斯过程的超参数, \mathbf{K} 是核函数矩阵, 此处选择的线性核函数为

$$k(x_i, x_j) = x_i \mathbf{M}^{-2} x_j^T + I_n \sigma_n^2 \quad (3)$$

式中: x_i, x_j 为 d 维向量, $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & I_d^2 \end{bmatrix}$, I_n 为 $n \times n$ 单位矩阵。

给定观察序列 $Y \in \mathbb{R}^D$ 后, 采取合适的方法选择隐变量个数 q , 通过最大似然边缘概率 $P(Y|X, \phi)$, 求得隐变量 X 。

$$\hat{X} = \operatorname{argmax}_X (-\ln P(Y|X, \phi)) \quad (4)$$

1.2 隐变量个数确定

在隐变量提取过程中, 过多或过少的隐变量个数都会导致提取的隐变量无法准确表征高维特征的本质信息; 为准确提取高维空间的本质信息, 需要设定合适的隐变量个数。在求解隐空间维数方法中, 最大似然方法^[14] (Maximum likelihood estimator, MLE) 计算过程简单, 应用较多, 选择 MLE 估计隐变量的个数。

设样本点 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, X_i \in \mathbb{R}^D$ 。在空间分布 \mathbb{R}^D 中, 以定点 x 为球心, 在足够小的半径为 R 的球体 $S_x(R)$ 内, 密度采样函数 $f(x)$ 服从均匀分布。在半径为 r 的 $S_x(r)$ 中, 落入 $S_x(r)$ 的点数为

$$N(r, x) = \sum_{i=1}^n I\{X_i \in S_x(r)\}, 0 \leq r \leq R \quad (5)$$

对于固定的半径 r , 利用泊松分布逼近这个非平稳过程 $N(r, x)$, 平稳的泊松过程的参数可表示为

$$\lambda(r) = f(x) V(q) m d r^{q-1} \quad (6)$$

式中: q 是隐变量个数, $V(q)$ 是隐空间中球的体积。记 $\theta = \log f(x)$, $N(r)$ 的似然函数可表示为

$$L(q, \theta) = \int_0^R \log \lambda(r) dN(r) - \int_0^R \lambda(r) dr \quad (7)$$

当数据量较大时, 为避免过拟合现象的出现, 常加入惩罚因子。BIC^[15] 准则适合小样本、纬度高的隐空间使用, 可有效避免过拟合现象, 选择 BIC 值作为惩罚因子, 如式(8)所示。

$$\begin{cases} \text{BIC}(\theta, q) = -2 \log(L) + k \log(N) \\ \hat{q} = \operatorname{argmin}(\text{BIC}(\theta, q)) \end{cases} \quad (8)$$

式中: k 为样本中第 k 个由近到远的邻近点, N 为数据点个数, q 为隐变量个数, $k = N \times q$ 。

2 基于 GP-LVM 与 KNN 的故障识别

对齿轮箱滚动轴承进行状态识别的流程如图 1 所示。具体步骤如下:

(1) 特征融合: 提取振动信号的小波包能量, 构

造高维特征矩阵;

(2) 提取隐变量:求得最优隐变量个数 q ,利用GP-LVM从高维特征空间中提取隐变量;

(3) 故障诊断:将隐变量作为输入,训练KNN模型,并利用测试样本进行测试与分析。

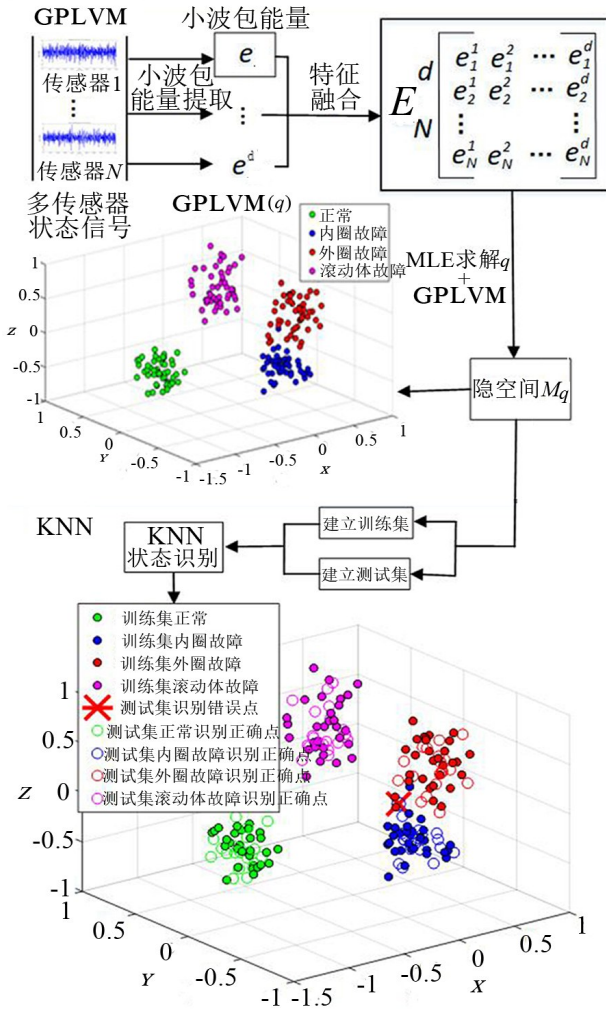


图1 故障识别流程图

2.1 小波包能量特征提取

采用小波包变换(Wavelet packet transform, WPT)^[16]在对信号低频部分做高分辨率分析的同时,也对其高频部分进行精细分解,使得信号低频和高频部分都达到很精细的程度。提取到的能量特征包含轴承故障识别的重要信息,很好反映出设备的运行情况。

(1) 计算各节点信号能量

设定分解层数为 k ,将最后一层 k 所分解的高频、低频带的能量值作为小波包分解特征,其定义为

$$E_{jk} = \int |c_{jk}(t)|^2 dt = \sum_{m=1}^N x_{jm}^2 \quad (9)$$

式中: m 是第 k 层下的第 j 个节点重构后的信号 c_{jk} 对应的离散频率点, x_{jm} 是点 m 处的幅值。

(2) 归一化节点能量

为了后续计算不受量纲影响,对最后一层 k 的频带能量进行归一化处理,归一化后的特征向量为

$$e = \frac{\{E_{0k}, E_{1k}, \dots, E_{lk}\}}{\sum_{s=1}^l E_{sk}} \quad (10)$$

式中: k 为层数, $l = 2^k - 1$ 。

在小波包分解的过程中,小波包的选择非常重要。不同的小波包会提取到不同的小波系数,从而反映出信号不同的特性,采用代价函数 $S_L(E_i)$ 作为选择合适的小波函数的参考。文献[17]指出,采用 l^p 范数熵作为代价函数 $S_L(E_i)$,可反映出小波包能量系数在时频上的集中程度。代价函数值越小越表明对应的小波函数能很好地反映出信号的特性。其定义为

$$S_L(E_j) = \sqrt[p]{\sum |E_{jk}|^p} \quad (11)$$

式中: $1 \leq p \leq 2$, E_{jk} 为最后一层 k 所分解的第 j 个频段的能量值。

2.2 KNN故障识别

KNN^[18]分类算法是一种典型的非参数数据挖掘分类算法,从一个训练集中找出离一个测试样本最近的 k 个最近邻点,判断这 k 个最近邻点的大多数属于某一类别,进而确定该样本属于这个类别。

训练集 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\}$,其中 n 维特征向量 x_i 为一个类别,对于 n 维测试集 y ,采用欧式距离测定向量 x_i 与 y 的相似性。

$$D(x_i, y) = \sqrt{(x_{i1} - y_1)^2 + \dots + (x_{in} - y_n)^2} \quad (12)$$

对所有的 $D(x_i, y)$ 进行递增排序,选取其中 k 个最近邻域集 $KNN(x_i)$,计算这 k 个 $KNN(x_i)$ 所属类别 x_i 的频数为

$$\text{score}(y, x_i) = \sum_{x_j \in KNN(x_i)} N(y, x_j) \quad (13)$$

式中: x_j 为 $KNN(x_i)$ 的样本点; $N(y, x_j)$ 为领域样本 x_j 出现在类别 x_i 中的可能性。

$$N(y, x_j) = \begin{cases} 1, & x_j \in x_i \\ 0, & x_j \notin x_i \end{cases} \quad (14)$$

因此,KNN分类的决策标准可表达为

$$C = \arg\max_{x_i} (\text{score}(y, x_i)) = \arg\max_{x_i} \left(\sum_{x_j \in KNN(x_i)} N(y, x_j) \right) \quad (15)$$

k 个最邻域集 $KNN(x_i)$ 中出现频数最多的类别 x_i 为测试样本 y 的类别。 k 值选择非常重要, k 值过小,会出现偏差; k 值过大,易过拟合;采用逐点法选择合适的 k 值。取 $k=1$ 开始,在一定范围里,随着 k 值增大,识别正确率会逐渐增大,从而确定合理的 k 值。

3 实例验证

3.1 实验平台

采用齿轮箱滚动轴承故障实验数据^[19]验证上文所提方法的故障识别效果,实验台如图2所示。该系统主要由4个斜齿轮(模数=2.25,压力角=20°,螺旋角=20°)、3根轴和3对滚动轴承构成。斜齿轮Z1(Z1=30)安装在输入轴(轴1),斜齿轮Z2、Z3(Z2=Z3=45)安装在中间的轴(轴2),斜齿轮Z4(Z4=80),安装在输出轴(轴3)上。在轴承1处分别安装正常状态、内圈故障、外圈故障以及滚动体故障共4种状态的滚动轴承。采用NI DAQ 6062E采集卡采集齿轮箱的振动信号,采样频率为50 kHz,采样时间为10 s,用加速度传感器1、2分别采集不同状态的振动信号。

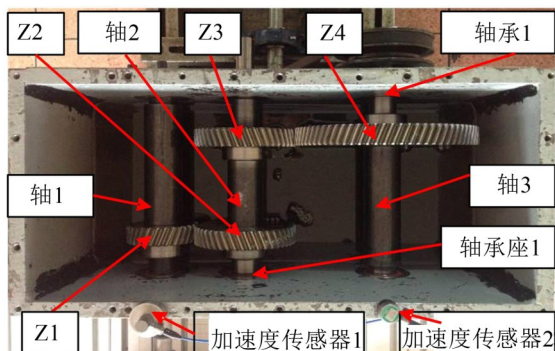


图2 齿轮箱故障识别实验系统

3.2 不同方法下的隐变量提取效果

加速度传感器1、2同时采集同一种状态下的振动信号,传感器1所采集到的转速为900 r/min、小负载下4种状态的时域波形图如图3所示。从图3可以看出,4种状态的幅值图相差不大,难以将其他3类故障与正常状态区分开来,需要做进一步的分析处理。

对采集到的4种状态下的滚动轴承振动信号进行数据划分,每个样本划分的点数为5 000个。参考文献[2,16–17],dbN系列小波基函数有着良好的光滑性、支撑性,以及近似的对称性质,在信号分析中有着良好的应用。所以从dnN系列小波集中选择合适的阶次 N ,用于分解滚动轴承振动信号。本实验中,时域信号幅值较低,同时为使计算方便、快速,选择分解层数为4层,设置参数 $p=2$ 。选取4种状态的样本数各20个,共计80个,求得总代价函数值。分别利用db2~db10和db20小波分解滚动轴承振动信号,代价函数 $S_L(E_i)$ 随 N 变化情况如表1所示。

从表1可以看出,db2小波的代价函数值达到了最小,其他小波的代价函数值相差不多。表明db2所提取的能量系数有良好时频集中性。因而,选择

db2小波基对振动信号进行分解,分解层数为4层,各状态下选取两个传感器采集的各50个样本。提取小波包能量值并归一化,构建高维特征矩阵 E 。

求解高维融合特征矩阵 E 的最优隐变量个数 q ,实验中采用BIC信息准则进行计算,见式(9)。图4为不同 q 下的BIC值。

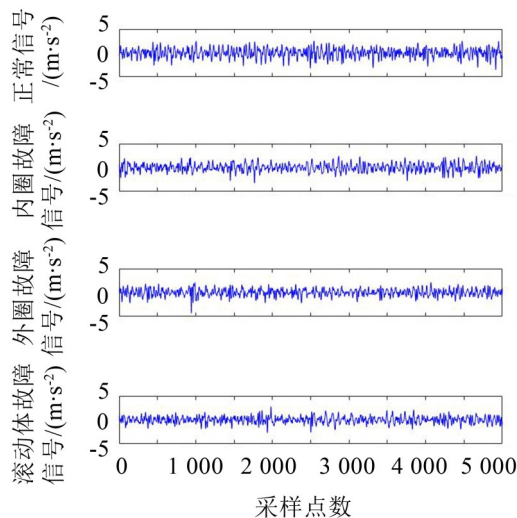


图3 采用传感器1采集的4种状态时域波形图

表1 代价函数值随阶次 N 变化统计表

阶次 N	2	3	4	5	6
代价值	50.63	52.33	52.95	53.68	53.87
阶次 N	7	8	9	10	20
代价值	54.13	54.41	54.49	54.64	55.35

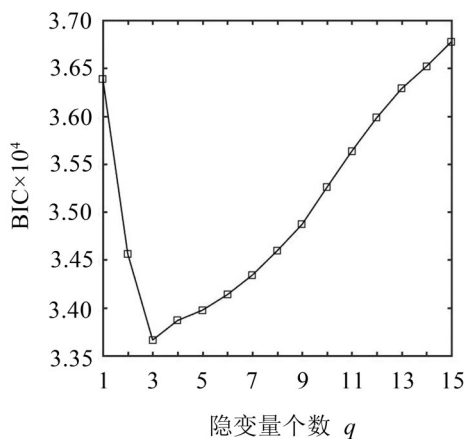
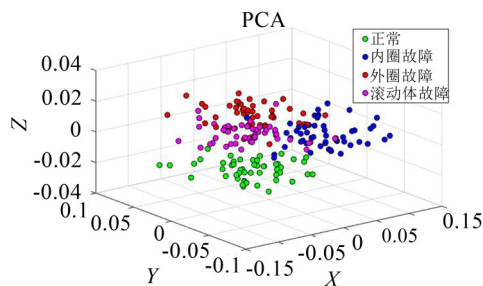
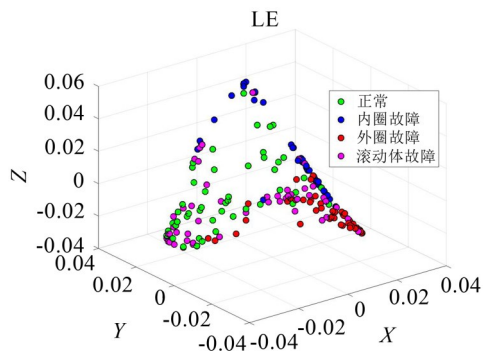
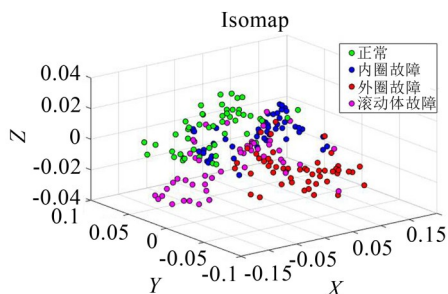


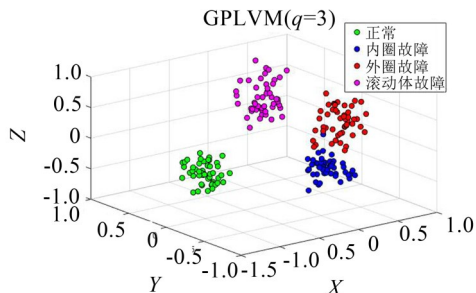
图4 隐变量个数不同时的BIC值

从图4可以看出, $q=3$ 时,BIC值最小,所以最优隐变量个数为3;分析4种状态下的高维特征矩阵在PCA、LE、Isomap和GPLVM中的隐变量提取效果,如图5至图8所示。

从图5的PCA效果图可以看出,正常轴承状态已被区分出来,但其他3种故障状态交织在一起,难以区分;在图6中。基于LE提取的各状态下的隐变量分布较分散,故障之间有交叉重叠现象;在图7

图5 PCA的隐空间效果, $q=3$ 图6 LE的隐变量效果, $q=3$ 图7 Isomap的隐空间效果, $q=3$

中。经 Isomap 后正常轴承、内圈故障、外圈故障之间有较明显的区分度,但轴承滚动体故障样本随机分布在其他3类数据中;以上3种方法对滚动轴承各状态区分不明显,且均不能将轴承滚动体故障样本与其他类别样本很好区分开来;与之相比的是,在图8中,GP-LVM提取的隐变量实现了4种故障数据的分离,各故障类别聚集在不同的局部区域,尤其是把滚动体故障状态从前3种状态中分离出来。综上所述,GP-LVM能够从高维空间中提取稳定而相互独立的隐变量,这为后续故障识别等工作提供了良好

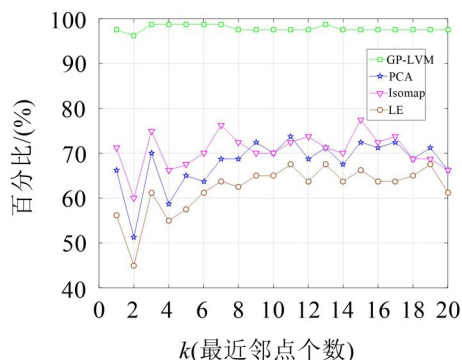
图8 GP-LVM的隐空间效果, $q=3$

的数据基础。

3.3 基于KNN模型的故障识别

为验证 GP-LVM 比其他3种隐变量提取方法分类效果更好,将降维后的隐变量特征集作为输入,训练 KNN 分类模型,并利用测试集进行测试。对于4类状态各选择50个样本、30个训练样本、20个测试样本。

利用逐点法获取 KNN 模型最合适的 k 值,将采用4种方法提取的隐变量分别训练 KNN 模型,获取各自最合适的 k 值。图9为在不同 k 个最近邻点下的 KNN 状态识别总体准确率。

图9 不同 k 近邻点下 KNN 识别总体准确率

由图9可知,随着 k 值上升,不同方法的故障识别准确率呈现不同的情况。基于 GP-LVM 的准确识别率随着 k 值上升恒定变化,变化幅度小,保持在 97% 上, $k=3\sim 7$ 时总体准确率高达 98.75%;而基于 PCA、LE 和 Isomap 的总体故障识别准确率随着 k 值上升,总体准确率较低,并且呈现出较大的波动; $k=7$ 时,基于 Isomap 的故障总体识别准确率最值仅为 76.25%; $k=11$ 时,基于 PCA 和 LE 的总体识别准确率最值分别为 73.75% 和 67.5%;在不同 k 值下,基于 GP-LVM 的整体识别准确率均远高于以上3种方法。结合图5至图8可知,GP-LVM 效果很好,不同状态之间无明显交叠部分,各自空间距离相对较远,很好地区分出不同的状态类别,从而明显地提高了轴承状态识别精度。

为使 KNN 分类效果既不过拟合,也不欠拟合,保持非常高的识别精度,选择 $k=7$ 作为 GP-LVM+KNN 故障识别模型最近邻值,作为后续实际样本划分类别的参考。 $k=7$ 时,故障识别效果如图10所示。KNN 将测试样本很好划分到各自对应的类别中,同时,由于内圈故障、外圈故障有少许重叠部分,将第3类的一个测试样本划分到第4类中。其中,实心圈为训练集,空心圈为正确分类的样本,红色“X”为识别错误点。

进一步地,将上述实验数据应用于SVM多分类模型中。采用libsvm工具包,选择RBF核函数,通过网格查找法获得隐变量的核函数最优参数,用于训练与测试。从表2中KNN和SVM滚动轴承整体识别结果可以看出,KNN整体识别准确率略高于SVM,基于GP-LVM所提取的隐变量使得两种识别方法的准确率均高于PCA、LE和Isomap方法。从而表明,KNN有着良好故障识别能力;同时,GP-LVM很好提取了高维空间的本质信息,区分出不同的状态类别,明显地提高状态类别准确率。

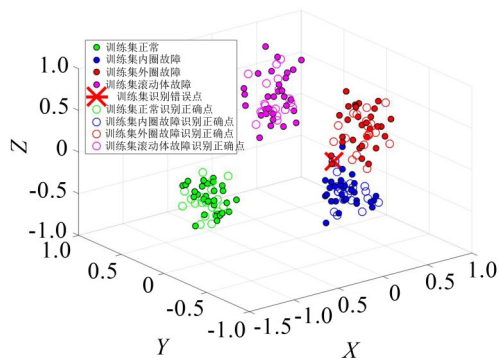


图10 GPLVM+KNN分类示意图

表2 基于KNN、SVM的滚动轴承整体识别准确率

数据处理	GP-LVM	PCA	LE	Isomap
KNN	98.75 % (79/80)	73.75 % (59/80)	67.5 % (54/80)	76.25 % (61/80)
SVM	97.5 % (78/80)	70 % (56/80)	65 % (52/80)	63.75 % (51/80)

4 结 语

本文将GP-LVM隐变量提取方法应用到了滚动轴承状态识别中,通过与PCA、IE和Isomap等方法作对比,表明基于GP-LVM提取的隐变量能明显区分出滚动轴承不同的状态类别,各状态在三维空间上呈现出相对较远的距离,明显地改善了滚动轴承状态类别的分布效果。

最后,将KNN和SVM两种模型用于故障识别中,由于KNN构造方法简单,需人为确定参数少,在本实验中,KNN识别能力略优于SVM;同时,与GP-LVM相结合的两种识别模型的识别准确率均高于上述方法,从而表明GP-LVM模型明显地提高了滚动轴承故障识别准确率,对滚动轴承的故障诊断等具有较高的参考价值。

参考文献:

[1] LIU P, LI H, YE P. A method for rolling bearing fault diagnosis based on sensitive feature selection and nonlinear feature fusion[C]. International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. IEEE, 2016.

DOI: 10.1109/ICITA. 2015. 17.

- [2] 房立清,吕岩,张建伟,等. 小波包能量谱和RVM在自动机故障诊断中的应用[J]. **机械设计与制造**, 2018(10): 74-77.
- [3] 付云晓,贾利民,季常煦,等. 基于多维振动特征的滚动轴承故障诊断方法[J]. **噪声与振动控制**, 2014, 34(3): 165-169.
- [4] 梁胜杰,张志华,崔立林. 基于PCA方法的机械噪声数据处理[J]. **噪声与振动控制**, 2010, 30(3): 118-122.
- [5] Roweis S, Saul T. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. **Science**, 290(5500): 2323-2326.
- [6] SEUNG H S, DANIEL D L. The manifold ways of perception[J]. **Science**, 2000, 290(5500): 2268-2269.
- [7] LI P, CHEN S. A review on Gaussian process latent variable models[J]. **Caai Transactions on Intelligence Technology**, 2016, 1(4): 366-376.
- [8] 高阳,范玉刚,张朝林. 高斯过程隐变量模型与多类最优边缘分配机在故障诊断中的应用[J]. **机械科学与技术**, 2019, 38(10): 1503-1508.
- [9] 徐倩倩,刘凯,侯和平,等. 基于局部均值分解与拉普拉斯特征映射的滚动轴承故障诊断方法[J]. **中国机械工程**, 2016, 27(22): 3075-3081.
- [10] ZHANG Y, LI B, WANG Z, et al. Fault diagnosis of rotating machine by isometric feature mapping[J]. **Journal of Mechanical Science and Technology**, 2013, 27(11): 3215-3221.
- [11] WIDODO A, YANG B S. Support vector machine in machine condition monitoring and fault diagnosis[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2007, 21(6): 2560-2574.
- [12] 宋涛,汤宝平,李锋. 基于流行学习和K-最近邻分类器的旋转机械故障诊断方法[J]. **振动与冲击**, 2013, 32(5): 150-153.
- [13] LAWRENCE N D. Gaussian process latent variable models for visualisation of high dimensional data[J]. **Advances Inneural Information Processing Systems**, 2004, 16(9): 844-851.
- [14] LEVINA E. Maximum likelihood estimation of intrinsic dimension[C]. International Conference on Neural Information Processing Systems. MIT Press, 2004.
- [15] CLEMENT E P. Using normalized bayesian information criterion (bic) to improve box - Jenkins model building [J]. **American Journal of Mathematics and Statistics**, 2014, 4(5): 214-221.
- [16] 李涛,王新. 小波包分析在电动机转子断条故障诊断中的应用[J]. **噪声与振动控制**, 2010, 30(2): 118-121.
- [17] 杨帆,王鑫. 基于小波包能量谱的古木结构损伤识别[J]. **城市道桥与防洪**, 2016(3): 177-181+17.

(下转第221页)