

文章编号:1006-1355(2019)03-0180-07

多轴系耦合作用下齿轮系统转子裂纹故障的振动特性研究

万志国¹, 訾艳阳², 窦益华¹, 李锁斌¹

(1. 西安石油大学 机械工程学院, 西安 710065; 2. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049)

摘要:为了探究多轴系耦合齿轮系统中的转子裂纹故障与单轴系转子裂纹故障振动响应特性的异同点,基于Jones轴承建模理论,建立滚动轴承的拟静力学模型;利用Timoshenko梁单元建立传动轴的有限元模型;考虑时变啮合刚度、齿轮传递误差、陀螺效应等因素,利用集中参数法建立齿轮副的动力学模型。将轴承、传动轴与齿轮副模型进行集成,建立齿轮系统非线性动力学模型;利用能量释放率理论与应力强度因子为零法分析裂纹转子单元的呼吸效应,利用Newmark- β 数值积分法对转子裂纹故障进行动力学仿真,研究转子裂纹故障的振动响应特征。结果表明:与单轴转子系统转子裂纹的振动响应特征不同,当齿轮系统发生转子裂纹故障时,由于齿轮啮合的引起的耦合效应及转子裂纹引起的呼吸效应,时域响应表现出明显的幅值调制现象,频域中转频及其2倍频幅值增加明显,在啮合频率处伴有明显的边频带。研究结果可为齿轮系统转子裂纹故障的监测与诊断提供理论基础。

关键词:振动与波;齿轮系统;转子裂纹;呼吸效应;动力学仿真;振动特性

中图分类号:TH113;TP206⁺.3

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2019.03.035

Study on the Vibration Characteristics of Gear System with Rotor Crack Faults under Multi-axis Coupling

WAN Zhiguo¹, ZI Yanyang², DOU Yihua¹, LI Suobin¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Shiyou University, 710065 Xi'an, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China)

Abstract : The objective of this article is to explore the differences of vibration response characteristics between the single-axis rotor and the multi-axis coupled gear system with rotor crack faults. A quasi static model of rolling bearings is established based on Jones bearing modeling theory. Timoshenko beam elements are used to establish the finite element model of the transmission shaft. Considering the time-varying meshing stiffness, gear transmission error, gyroscopic effect etc., the dynamic model of the gear pair is established by using lumped parameter method. The bearings, drive shaft and gear pair model are integrated to build the nonlinear dynamic model of the gear system. The energy release rate theory is used to analyze the breathing effect of the cracked rotor. The vibration response characteristics of the rotor crack faults are simulated by Newmark- β numerical integral method. The results show that when the rotor crack faults occur, the time-domain response shows obvious amplitude modulation phenomenon due to the coupling effect induced by gear meshing and the breathing effect induced by rotor crack faults. The amplitudes of the rotational frequency and the octave rotational frequency increase significantly. There are obvious sidebands at the meshing frequency. The research results provide a theoretical basis for the monitoring and diagnosis of gear transmission system with rotor crack faults.

Keywords : vibration and wave; gear system; rotor crack; breathing effect; dynamic simulation; vibration characteristics

齿轮传动系统因具有传动平稳、效率高、传动精确等优点而被广泛应用于航天航空、船舶、冶金、化工、交通运输、工程机械等各个领域。然而,齿轮

传动系统结构复杂,且常在高速、重载、变工况、非平稳的恶劣工况下运行,齿轮传动系统的关键零部件往往容易受到不同类型的损伤。

故障机理反映故障的原因和效应,是实现机械故障诊断的基础^[1]。因此,国内外许多学者近年来开始通过动力学仿真研究故障的响应特征。2009年,Randall等建立了齿轮传动系统的动力学模型,分析了轴承局部故障引起的动态响应特征^[2]。2011年,陈再刚等建立齿轮传动系统动力学模型,分析了齿

收稿日期:2018-07-20

基金项目:国家科技重大专项资助项目(2017ZX04011017);

国家自然科学基金资助项目(51674199)

作者简介:万志国(1988-),男,博士,讲师,主要研究方向为齿轮系统动力学及故障诊断。

E-mail: wanzhiguo168@163.com

轮裂纹沿齿宽方向不同裂纹对振动响应的影响^[3]。2012年,马锐、陈予恕等建立齿轮副扭转系统动力学模型,分析了齿面剥落故障的故障机理^[4]。韩振南等建立了考虑轮齿啮合摩擦力的直齿圆柱齿轮转子-轴承系统的动力学模型,研究了剥落缺陷对系统的动态响应的影响^[5]。2014年,万志国等提出了基于齿根圆修正的齿轮啮合刚度修正算法,分析了齿根裂纹故障的振动响应特性^[6]。2016年,雷亚国等考虑振动传递路径时变效应的影响,建立了行星齿轮的动力学模型,求解得到行星轮系正常、裂纹及剥落时的动态响应^[7]。2016年颜逸飞等构建船用行星齿轮减速器刚柔耦合动力学模型,并设置常见故障进行仿真^[8]。2017年,丁闯等建立了行星齿轮系统的动力学模型,研究了齿轮裂纹对齿轮啮合刚度的影响,得出了齿轮正常、太阳轮裂纹和行星轮裂纹等3种状态下系统的频率特征^[9]。Liang等在2018年分别综述了齿轮故障的动力学分析与研究现状^[10]。

上述研究主要针对齿轮传动系统中的齿轮故障进行研究,而对于旋转机械的另一种常见故障—转子裂纹故障研究相对不足。转子裂纹故障被形象地称为回转机械安全运行的“癌症”,具有难发现、易扩展、强破坏的特点。虽然一些综述性文献囊括了近几十年关于转子裂纹的研究成果,详细阐述了转子裂纹的刚度求解、转子裂纹的动态特性以及转子裂纹的识别方法^[11-13]。但目前的研究成果大多集中于如压缩机等单一轴系转子系统^[14],对于齿轮传动系统这种多转子耦合的特殊系统的研究相对不足。因此本文将对此内容进行深入探讨,以期获得齿轮传动系统转子裂纹故障的振动响应特征,从而为该种类型故障的精确诊断提供理论依据。

1 齿轮传动系统非线性动力学模型的建立

齿轮多转子耦合系统非线性动力学模型建立过程如下:首先利用6自由度Timoshenko梁单元对主动轴、从动轴建模;然后利用Jones轴承建模理论,建立滚动轴承的拟静力学模型,推导轴承单元的刚度矩阵;再次考虑时变啮合刚度、齿轮传递误差等,建立齿轮副非线性动力学模型;最后利用有限元模型集成理论,建立齿轮多转子耦合系统非线性动力学模型。

1.1 弹性转轴系统动力学模型的建立

根据有限元理论的基本思想,对弹性转轴进行建模时,沿转轴轴线把转轴划分为若干个轴段。如图1所示,每个轴段单元采用2节点的Timoshenko

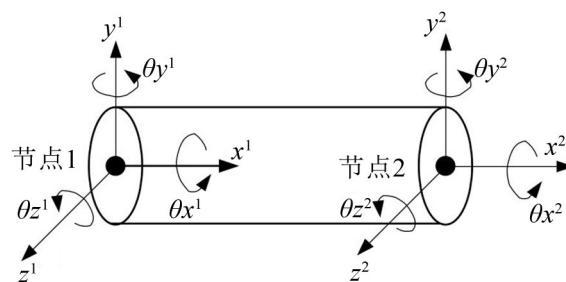


图1 Timoshenko梁单元模型

梁单元模型,每个节点包括 x 、 y 、 z 3个方向的位移以及 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 3个方向的转动自由度。

根据拉格朗日方程可得弹性转轴的 dynamics 方程

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{q}}_e - \omega \mathbf{G}_e \dot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{q}_e = \mathbf{Q}_e \quad (1)$$

式中: \mathbf{Q}_e 为弹性轴段所受的广义力向量, \mathbf{K}_e 单元刚度矩阵、 \mathbf{M}_e 为单元质量矩阵、 \mathbf{G}_e 为陀螺矩阵。

1.2 基于Jones轴承建模理论的轴承非线性模型

轴承高速旋转过程中,在外载荷作用下,轴承内、外圈、球心的相对位置会发生变化。基于Jones轴承模型,轴承受力变形后的轴承内部几何关系如图2所示。

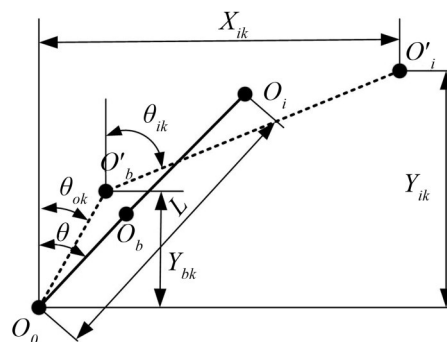


图2 轴承内、外圈与滚动体的几何关系

图中, O_0 为轴承外圈滚道的曲率中心, O_i 为轴承内圈滚道的曲率中心, O_b 为滚动体球心位置, O'_i 为受载后轴承内圈滚道的曲率中心, O'_b 为受载后滚动体球心位置, θ_{ok} 、 θ_{ik} 分别为受载后滚动体与内、外圈的接触角, X_{ik} 、 Y_{ik} 内外圈曲率中心的轴向距离和径向距离。

考虑滚动轴承的离心力、陀螺力矩、惯性力、摩擦力,建立任意受载的滚动体拟静力学分析模型^[15-16]。使用Newton-Raphson方法可求出滚动体与外圈、内圈的接触变形 δ_{ik} 、 δ_{ok} ,进而由图2中的几何关系可求出接触角 θ ,再由赫兹接触理论可得滚动体和套圈的接触力 Q_{ik} 、 Q_{ok} 。

将所有滚珠与轴承内圈之间的接触力进行叠加,与轴承内圈所承受的外力平衡,可得滚动轴承的非线性接触力和力矩为

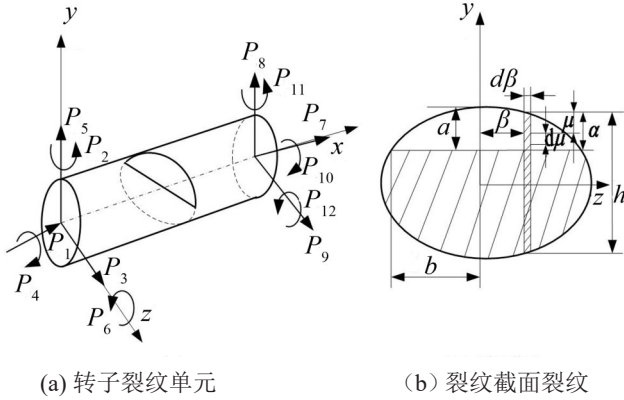


图5 转子裂纹单元模型

由材料力学的卡氏定理可得,由裂纹单元的引起的附加柔度系数为

$$f_{ij}^c = \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\frac{\partial U^c}{\partial p_i} \right) \quad (16)$$

式中: U^c 为由转子裂纹引起的附加应变能。

根据断裂力学能量释放率理论可知,裂纹从开始出现到裂纹的形成和扩展所需要的能量 U^c 为

$$U^c = \frac{1}{E} \iint_A \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_i^I \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{II} \right)^2 + m_s \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{III} \right)^2 \right] dA \quad (17)$$

式中: $E = E/(1-\nu^2)$, $m_s = 1+\nu$; K_i^I 、 K_i^{II} 、 K_i^{III} 为在各外力的作用下的 I 型、II 型、III 型裂纹所对应的应力强度因子, ν 为泊松比。

将公式(17)代入公式(16)得到由裂纹的引起的柔性系数为

$$f_{ij}^c = \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\frac{\partial U^c}{\partial p_i} \right) = \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_j} \int_{-b}^b \int_0^u U^c d\mu d\beta \quad (18)$$

将公式(18)所求得的附加柔性系数写为矩阵的形式,然后与无裂纹转子的单元的柔性系数矩阵相加得到裂纹单元的柔性系数矩阵 F ,最后对其求逆可得到裂纹单元的刚度矩阵 K_c 。

2.2 基于应力强度因子为零法的裂纹单元呼吸效应建模

如何精确地、准确地描述裂纹转子系统的“呼吸效应”是研究裂纹转子系统动力学特性的关键。本文利用“应力强度因子为零法”^[17-18]来模拟裂纹的呼吸效应。应力强度因子为零法认为:当裂纹处于张开状态时,该处受拉应力,应力强度因子 K 大于零。当裂纹处于闭合状态时,该处所受为压应力,应力强度因子 K 小于零。若裂纹边界线某点处 K 值为零,则此点被称为裂纹开闭位置。若由此点做一条与裂纹边界线垂直的直线作为裂纹的开闭区域的分界线,那么此线被称为裂纹开闭线。

利用公式(18)求解裂纹单元的附加柔性系数时,对于全开裂纹,用来计算裂纹转子柔性系数的积

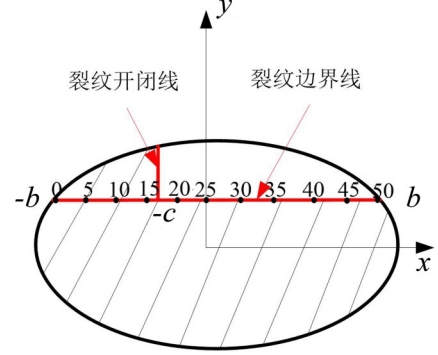


图6 裂纹开闭线模型

分上下限为 $-b$ 到 b 。对于处于其他状态的转子裂纹需要通过裂纹开闭线来确定积分的上下限。确定的步骤如下:

(1) 如图5所示,首先沿裂纹边界将其分为 n 份,本文中分为50份。

(2) 随着转子的转动,在不同转角下,分别计算裂纹边界线上50个点处的 I 型裂纹尖端的总应力强度因子 K 。

(3) 将总应力强度因子 K 为零的点作为裂纹开闭区域的分界点。然后将该点作为公式(18)积分的上限或下限。

3 含转子裂纹故障的齿轮转子耦合系统动力学特征分析

针对如图3所示的齿轮传动系统,假设裂纹位于主动轮转轴靠近齿轮处,裂纹单元长度 $L=65$ mm,单元直径为 $d=30$ mm,建立含转子裂纹故障的齿轮传动系统动力学模型。其他齿轮参数如表1所示。

表1 齿轮参数

	齿数	模数/(mm)	压力角/(°)	齿宽/(mm)
小齿轮	55	2	20	20
大齿轮	75	2	20	20

下文将在该模型的基础上分析裂纹的“呼吸效应”、含转子裂纹故障的齿轮传动系统的稳态响应以及瞬态响应。

假设齿轮输入轴转频为 $f=8$ Hz,啮合频率 $f_p=440$ Hz。采用Newmark- β 数值积分法求解含转子裂纹故障的齿轮传动系统的动力学方程,可得系统的动力学响应。在求解过程中,裂纹单元的节点力不断变化;因此在采用Newmark- β 数值积分法求解方程时,每一个积分步长内要重新计算节点力,确定裂纹开闭线位置,更新系统刚度矩阵,再计算下一个积分步长内的系统响应。

3.1 转子裂纹的“呼吸效应”分析

以裂纹相对深度0.4(裂纹深度与转子直径之比)为例,裂纹单元刚度系数在2个转动周期内的变化趋势及其频谱如图7所示。

由图6(a)发现:裂纹单元的“呼吸效应”由两种周期成分组成:幅值波动较大的长周期成分(图中虚线所示)的频率为转动频率,主要是重力的作用引起的裂纹呼吸;幅值波动较小的短周期成分(图中局部放大所示)的频率为啮合频率,主要是由齿轮啮合的动态啮合力引起的裂纹呼吸;齿轮传动系统多转子耦合引起的这种转子“裂纹呼吸”长短周期相互叠加耦合特点与单轴系转子裂纹有着一定的区别。对图6(a)的时域波形做傅里叶变换得到频谱如图6(b)所示,在该图中可以发现明显的转频及2倍频成分;此外还可发现啮合频率成分,并且啮合频率附近具有转频及其倍频的边频带,说明系统的转频与啮合频率发生了调制现象。

3.2 转子裂纹故障的振动特性

3.2.1 含转子裂纹故障的齿轮传动系统的稳态响应分析

采用Newmark- β 数值积分法求解含转子裂纹故障的齿轮传动系统的动力学方程,得到含转子裂纹故障的齿轮传动系统的振动响应如图8所示。

由图8可知:当齿轮传动系统发生转子裂纹故障时,振动信号时域中最明显的故障特征是幅值调制现象,载波与调制波分别为啮合频率与转频;频谱中转频及其2倍频幅值增加明显,在啮合频率处会有明显的边频带。引起这种现象的主要原因是裂纹呼吸导致的;转子裂纹的呼吸效应导致转子的刚度系数以图7所示的波形周期性变化,周期性波动既有频率为转频的长周期成分,又有频率为啮合频率的短周期成分。两种频率成分相互耦合叠加导致刚度系数产生调制现象成为系统的动态激励源。另外齿轮传动系统本身的激励源—时变刚度啮合,传动误差的变化频率即为啮合频率,引起系统啮合频率

的振动,在多种动态激励的作用下最终产生了幅值调制的系统振动响应。

当单轴系转子系统发生转子裂纹故障时,其响应及其频谱中会出现较为明显的2倍频成分,这种特征经常被视为转子发生裂纹故障的重要征兆。而对于齿轮传动这种多转子耦合系统而言,通过研究发现:当系统发生转子裂纹故障时,由于齿轮啮合引起的耦合效应,往往表现出不完全相同于单轴转子系统转子裂纹故障的故障特征。因此在对齿轮传动系统进行故障诊断时,可通过2倍频、幅值调制、边频带等特征综合来判断系统是否发生转子裂纹故障。

3.2.2 含转子裂纹故障的齿轮传动系统的瞬态响应分析

齿轮耦合多转子系统加速过程含有丰富的状态信息。某些在稳态响应中难以发现的故障特征可以很好地在瞬态中得以体现。假设系统输入轴转频在10 s时间内由0 Hz线性增加到40 Hz。图9为通过动力学仿真得到的正常与含转子裂纹故障的齿轮传动系统的瞬态响应。图8中标注的箭头为共振峰发生的时刻与频率。通过对比正常与含裂纹故障的齿轮传动系统的瞬态响应可以发现,正常齿轮转子系统的第一个共振峰发生的时间为3.11 s,而含转子裂纹故障的齿轮转子系统的第一个共振峰发生的时刻为2.51 s。图8(c)与图8(d)为加速信号的短时傅里叶变换。通过对比可以发现,正常齿轮转子系统的第一个共振峰的频率为678.7 Hz,而含转子裂纹故障的齿轮转子系统的第一个共振峰的频率为546.9 Hz,这说明当齿轮转子系统发生转子裂纹故障时,系统的固有频率会有所减小。图8(e)与图8(f)是图8(c)与图8(d)的低频部分的局部放大。与图8(f)相比,图8(e)几乎没有任何频率成分,而图8(f)含有丰富的转频率及其倍频信息。因此通过以上分析可以得出以下结论:当齿轮转子系统发生裂纹故障时,系统固有频率的减小与信号转频及其倍频成分的明显增强可以作为转子裂纹故障的重要特征。

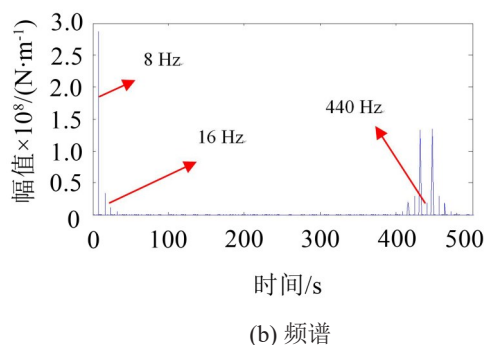
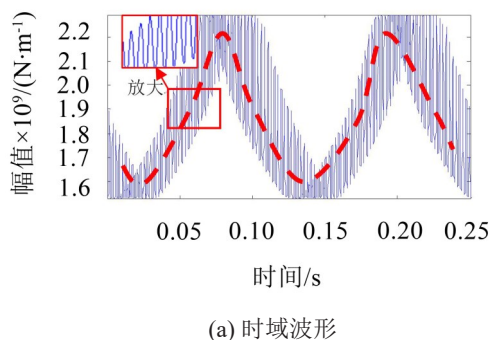


图7 裂纹单元刚度系数 K_{II}

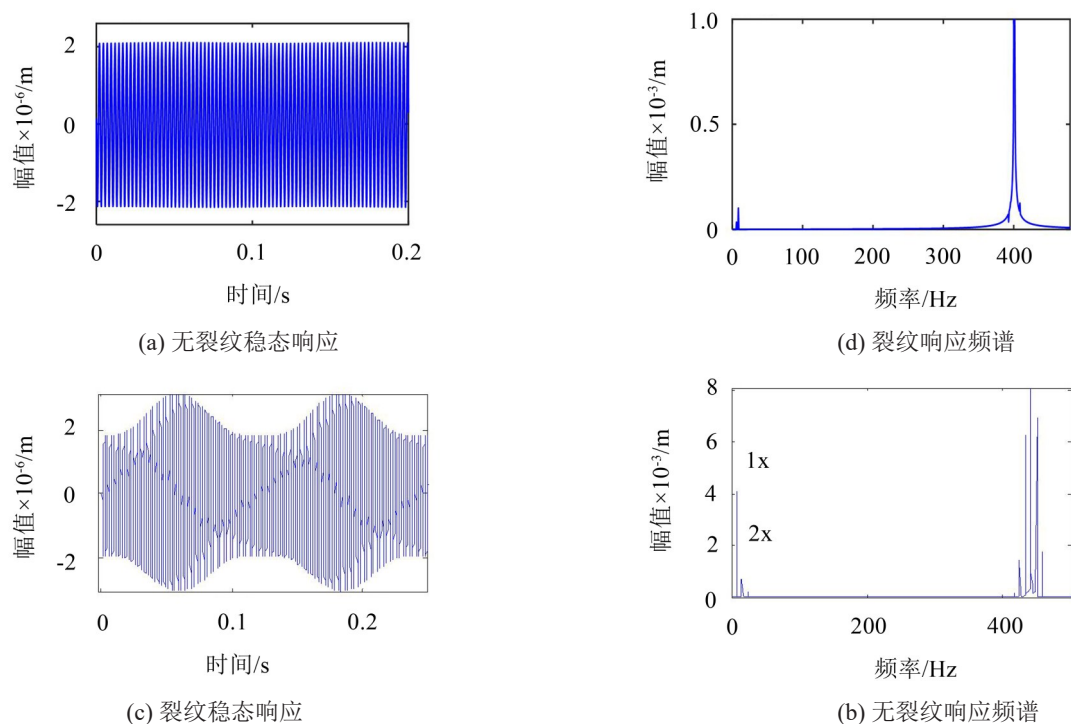


图8 齿轮传动系统的稳态响应

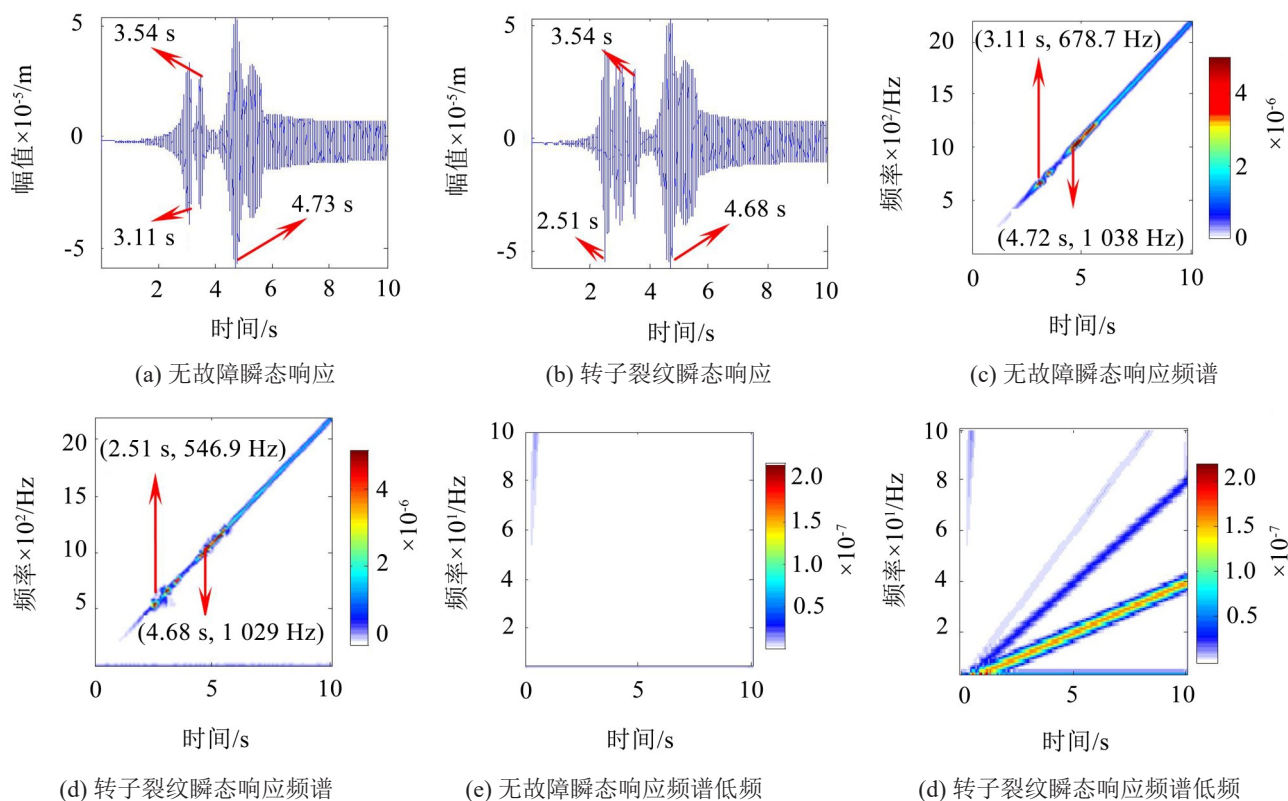


图9 齿轮传动系统的瞬态响应

4 结 语

本文基于 Jones 轴承建模理论、Timoshenko 梁单元建模理论以及齿轮副系统非线性建模理论建立了齿轮传动系统的动力学模型;基于能量释放率理论推导了裂纹单元的刚度矩阵;通过应力强度因子为零法分析了裂纹单元的“呼吸效应”。针对含有转子

裂纹故障的齿轮传动系统,研究了含有转子裂纹故障的齿轮传动系统的稳态响应及瞬态响应,得出主要结论如下:

(1) 通过对裂纹呼吸效应的分析可以得出:对于齿轮传动这种多转子耦合系统发生转子裂纹故障时,裂纹单元引起的裂纹“呼吸效应”与单轴系转子

裂纹存在着一定的区别。这种区别表现为齿轮传动系统转子裂纹单元的“呼吸效应”由两种周期成分组成:幅值波动较大的长周期成分的频率为转动频率,主要是在重力作用下引起的裂纹呼吸;幅值波动较小的短周期成分的频率为啮合频率,主要是由齿轮啮合的动态啮合力引起的裂纹呼吸。

(2) 通过对稳态响应的分析可以得出:与常见的单轴转子系统转子裂纹的振动响应特征不同,当齿轮传动系统发生转子裂纹故障时,系统响应表现出明显的幅值调制现象,调制波与载波频率分别为故障轴的转频与齿轮传动系统的啮合频率。因此在对齿轮传动系统进行故障诊断时,可通过2倍频、幅值调制、边频带等特征综合来判断系统是否发生转子裂纹故障。

(3) 通过对瞬态响应的分析可以得出:当齿轮转子系统发生裂纹故障时,系统固有频率的减小、信号转频及其倍频成分的明显增强可以作为转子裂纹故障的重要特征。

参考文献:

- [1] 陈子恕. 机械故障诊断的非线性动力学原理[J]. **机械工程学报**, 2007, 43(1): 25-34.
- [2] ENDO H, RANDALL RB, GOSSELIN C. Differential diagnosis of spall vs. cracks in the gear tooth fillet region: Experimental validation[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2009, 23 (3): 636-651.
- [3] CHEN Z, SHAO Y. Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth[J]. **Engineering Failure Analysis**, 2011, 18 (8): 2149-2164.
- [4] MA R, CHEN Y, CAO Q. Research on dynamics and fault mechanism of spur gear pair with spalling defect[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2012, 331 (9): 2097-2109.
- [5] 韩振南, 孙文婷, 高建新. 含轮齿剥落的齿轮系统动力学故障模拟[J]. **振动、测试与诊断**, 2012, 32(1): 101-104+165.
- [6] WAN ZHIGUO, CAO HONGRUI, ZI YANYANG. An improved time-varying mesh stiffness algorithm and dynamic modeling of gear-rotor system with tooth root crack[J]. **Engineering Failure Analysis**, 2014, 42, 157-177.
- [7] 雷亚国, 罗希, 刘宗尧, 等. 行星轮系动力学新模型及其故障响应特性研究[J]. **机械工程学报**, 2016, 52(13): 111-122.
- [8] 颜逸飞, 荆建平. 行星齿轮减速器故障动力学模拟和特征提取[J]. **噪声与振动控制**, 2016, 36(2): 65-68.
- [9] 丁闯, 张兵志, 冯辅周, 等. 行星轮系动力学仿真分析与故障诊断[J]. **噪声与振动控制**, 2017, 37(4): 144-149.
- [10] LIANG XIHUI, ZUO MING J, FENG ZHIPENG. Dynamic modeling of gearbox faults: A review[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2018, 98: 852-876.
- [11] DIMAROGONAS AD. Vibration of cracked structures: A state of the art review[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 1996, 55 (5): 831-857.
- [12] SABNAVIS G KRG, QUINN D. Cracked shaft detection and diagnosis: a literaute review[J]. **The Shock and Vibration Digest**, 2004, 36: 287-296.
- [13] PAPADOPOULOS CA. The strain energy release approach for modeling cracks in rotors: A state of the art review[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2008, 22 (4): 763-789.
- [14] 王帅, 晔艳阳, 何正嘉. 含裂纹离心压缩机叶轮结构的振动局部化[J]. **振动与冲击**, 2017, 36(6): 108-113.
- [15] 曹宏瑞, 李亚敏, 成玮, 等. 局部损伤滚动轴承建模与转子系统振动仿真[J]. **振动、测试与诊断**, 2014, 34(3): 549-552.
- [16] 曹宏瑞. 高速机床主轴数字建模理论及其应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2010.
- [17] Darpe AK. Dynamics of a Jeffcott rotor with slant crack [J]. **Journal of Sound And Vibration**, 2007, 303 (1-2): 1-28.
- [18] 林言丽, 褚福磊. 裂纹转子的刚度模型[J]. **机械工程学报**, 2008, 44(1): 114-120.

(上接第82页)

- [3] 郭荣, 章桐. 汽车动力总成悬置系统[M]. 上海: 同济大学出版社, 2013.
- [4] 杨利勇. 基于十三自由度模型的动力总成刚体模态分析[J]. **公路与汽运**, 2013, 01: 5-8.
- [5] 沈志宏, 郭福祥, 方德广, 等. 基于能量解耦法的动力总成悬置系统优化设计[J]. **噪声与振动控制**, 2010, 30(3): 35-37.
- [6] 樊红光, 胥建明, 王卓. 基于 MSC Nastran 及整车模型的动力总成悬置解耦分析和优化方法[J]. **计算机辅助工程**, 2013, 22S1: 1-4+14.
- [7] 黄鼎友, 许荣明. 基于 MATLAB 的发动机悬置系统设计及优化[J]. **噪声与振动控制**, 2007, 27(1): 57-60
- [8] 严世榕, 李智强. 整车环境下动力总成悬置系统振动特性研究[J]. **福州大学学报(自然科学版)**, 2014(4201): 103-109.