

文章编号:1006-1355(2019)01-0186-06

## 斜支承系统关键件的跌落破损评价

段宁宁<sup>1,2</sup>, 余立<sup>1,2</sup>

(1. 福建师范大学福清分校 海洋与生化工程学院, 福州 350300;

2. 食品软塑包装技术福建省高校工程研究中心, 福州 350300)

**摘要:**建立考虑关键件的斜支承系统模型,基于系统跌落冲击动力学方程,利用4阶Runge-Kutta法,以系统参数、跌落冲击初始速度、支承角或频率比或系统阻尼比作为三个基本参量,获得关键件跌落破损边界,探讨支承角、频率比、系统阻尼比等对关键件跌落破损边界的影响规律。评价结果显示:较小的支承角或较大的频率比有利于扩大系统关键件的未损坏区;系统阻尼比存在最优值,恰当地选择阻尼比可改善斜支承系统的抗跌落冲击性;为使斜支承系统获得理想的减振和抗跌落冲击性能,需综合考虑内装物主体等效刚度系数、弹簧原长等参数。

**关键词:**振动与波;关键件;斜支承系统;跌落破损边界;系统阻尼比;抗跌落冲击性

中图分类号:O322;TU352

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2019.01.035

## Dropping Damage Evaluation for Critical Components of Tilted Support Systems

DUAN Ningning<sup>1,2</sup>, YU Li<sup>1,2</sup>

(1. School of Ocean Science and Biochemistry Engineering, Fuqing Branch of Fujian Normal University; Fuzhou 350300, China;

2. Fujian Universities and Colleges Engineering Research Center of Soft Plastic Packaging Technology for Food, Fuzhou 350300, China)

**Abstract :** Dimensionless dropping shock dynamic equations of tilted support spring system with critical components are established and solved by adopting 4th order Runge-Kutta method. The system parameter, initial velocity of the dropping shock and the angle of support, the frequency ratio or the damping ratio are regarded as basic parameters and the dropping damage boundary of the critical components is obtained. The influences of the support angle, frequency ratio and damping ratio of the system on the dropping damage boundary of the critical components are analyzed. Results of evaluation demonstrate that decreasing the angle or increasing the frequency ratio are beneficial for expending the safe zone of the critical components; the optimal damping ratio of the system exists, and reasonably choosing the damping ratio can improve the anti-shock property of the tilted support spring system; in order to obtain ideal vibration reduction and dropping shock resistance characteristics for the tilted support spring system, effects of the stiffness coefficient of the products, the original length of the spring and relevant parameters need to be considered comprehensively.

**Keywords :** vibration and wave; critical components; tilted support spring system; dropping damage boundary; damping ratio of the system; dropping shock resistant characteristics

上世纪40年代,脆值的定义第一次被Mindlin<sup>[1]</sup>提出,但难以对其进行精准地确定;60年代,Newton<sup>[2]</sup>在该定义的基础上提出破损边界;70年代,Newton的理论被应用到ASTM标准中。考虑到产

品的破损不仅与冲击加速度最值也与振动疲劳损坏、产品过度变形等有关,Burgess<sup>[3]</sup>和王振林<sup>[4]</sup>分别提出疲劳损坏边界、位移损坏边界。王志伟<sup>[5-6]</sup>、王蕾<sup>[7]</sup>进一步将上述理论应用到非线性缓冲系统并探讨其在典型波下的冲击响应和破损边界。针对运输过程中作为导致产品破损主要因素之一的跌落冲击,王志伟、胡长鹰、卢富德等研究了非线性系统在典型波作用下的跌落破损边界<sup>[8-11]</sup>。由于产品受到撞击时会在关键件部位率先发生破损,王军、王志伟、陈安军等提出破损边界曲面,并讨论相关参数对

收稿日期:2018-05-14

基金项目:食品软塑包装技术福建省高校工程研究中心资助项目(G1-KF1603)

作者简介:段宁宁(1988-),女,济南市人,硕士研究生,主要研究方向为非线性动力学、运输包装。

E-mail: 760410267@qq.com

非线性系统关键件的破损评价<sup>[12-15]</sup>。

根据目前对斜支承系统的研究发现,其具有优良的减振效果<sup>[16-17]</sup>,孔凡玲、吴晓等研究了斜支承系统在典型波下的冲击特性和位移激励下的强迫振动<sup>[18-20]</sup>,严敏等<sup>[21-23]</sup>分别采用变分迭代法、Runge-Kutta法探讨跌落工况下相关参数对系统位移和加速度响应、跌落破损边界的影响。针对考虑关键件的斜支承系统,徐佩霞、陈安军等就系统关键件的振动特性以及典型波作用下的冲击响应与破损评价进行研究<sup>[24-30]</sup>,而对于系统关键件的跌落破损评价未见有人研究。

本文建立考虑关键件的斜支承系统简化模型,应用四阶 Runge-Kutta 法求解系统跌落冲击动力学方程,分别以系统参数和跌落冲击初始速度作为2个基本参量,获得系统关键件跌落破损边界曲线;以系统参数、跌落冲击初始速度、支承角或频率比或系统阻尼比作为3个基本参量,获得跌落破损边界曲面,探讨系统支承角、系统频率比、系统阻尼比等对关键件跌落破损边界的影响规律。

## 1 动力学微分方程及无量纲化

考虑关键件的斜支承双自由度系统可简化为如图1所示:若内装物关键件的质量记为 $m_1$ 、内装物主体的质量记为 $m_2$ ,则 $m_1$ 与 $m_2$ 间的等效刚度系数和阻尼系数记为 $k_1$ 、 $c_1$ , $m_2$ 与外包装间的等效刚度系数、阻尼系数和原长记为 $k_2$ 、 $c_2$ 、 $l_0$ ,当斜支承弹簧为 $l_0$ 时的支承角度为 $\phi_0$ 。

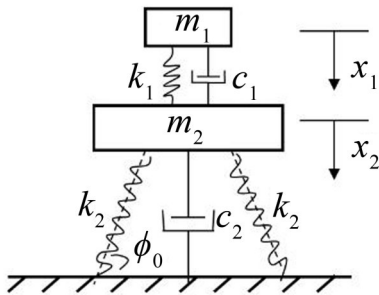


图1 考虑关键件的斜支承双自由度系统

当包装件在 $H$ 高度自由跌落时,获得系统跌落冲击动力学方程<sup>[31]</sup>

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 - k_1(x_2 - x_1) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + 2k_2 \left[ a_0 + \frac{b_0}{l_0} x_2^2 + \frac{c_0}{l_0^2} x_2^3 \right] + \\ k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2 \dot{x}_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $a_0 = \sin^2 \phi_0$ ,  $b_0 = -(3/2) \sin \phi_0 \cos^2 \phi_0$ ,  $c_0 = (1/2)(1 - 6 \sin^2 \phi_0 + 5 \sin^4 \phi_0)$ 。初始条件: $x_{1,2}(0) = 0, \dot{x}_{1,2}(0) = \sqrt{2gH}$ 。

为方便运算,令无量纲位移和无量纲时间分别为 $y_1 = (x_2 - x_1)/l_0$ 、 $y_2 = x_2/l_0$ 、 $\tau = t/T$ ,频率参数 $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$ 、 $\omega_2 = \sqrt{2k_2/m_2}$ ,周期参数 $T = 1/\omega_2$ 。将参数代入式(1)并进行无量纲化,则系统无量纲跌落冲击动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} + [a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3] + \lambda_1^2 (1 + \lambda_2) y_1 + 2\zeta_1 \lambda_1 (1 + \lambda_2) \frac{dy_1}{d\tau} + 2\zeta_2 \frac{dy_2}{d\tau} = 0 \\ \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} + [a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3] + \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 + 2\zeta_1 \lambda_1 \lambda_2 \frac{dy_1}{d\tau} + 2\zeta_2 \frac{dy_2}{d\tau} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中:频率比 $\lambda_1 = \omega_1/\omega_2$ ,质量比 $\lambda_2 = m_1/m_2$ ,关键件与主体间阻尼比 $\zeta_1 = c_1/2m_1\omega_1$ ,系统阻尼比 $\zeta_2 = c_2/2m_2\omega_2$ 。初始条件被无量纲化后变为 $y_{1,2}(0) = 0$ ,  $dy_1/d\tau(0) = 0$ ,  $dy_2/d\tau(0) = \sqrt{2gH}/(l_0\omega_2) = \sqrt{m_2gH/k_2l_0^2} = V$ 。

由系统无量纲跌落冲击动力学方程(2)知,影响系统关键件跌落破损边界的因素主要有支承角、频率比、系统阻尼比等。

## 2 系统关键件跌落破损评价

### 2.1 关键件跌落破损边界曲线

按照脆值定义中的描述,运输过程中为防止内装物发生破损,要求其加速度响应最值不得超过脆值。即为,当系统关键件的脆值为 $A_c$ 时,内装物加速度响应最值满足 $(d^2 x_1/dt^2)_m \leq A_c g$ 。将 $y_1 = (x_2 - x_1)/l_0$ 、 $y_2 = x_2/l_0$ 与式(1)、式(2)相结合,得出

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2 x_1}{dt^2} \right)_m &= \frac{2k_2 l_0}{m_2} \left( \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} - \frac{dy_1}{d\tau^2} \right)_m = \\ &\beta \left( \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} - \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} \right)_m \end{aligned} \quad (3)$$

式中:定义 $\beta = 2k_2 l_0/m_2$ 为系统参数。

当系统关键件的加速度响应最值为脆值时,则得出

$$\left( \frac{d^2 x_1}{dt^2} \right)_m = \beta \left( \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} - \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} \right)_m = A_c g \quad (4)$$

进一步求得

$$\beta = \frac{A_c g}{(d^2 y_2/d\tau^2 - d^2 y_1/d\tau^2)_m} \quad (5)$$

此外,根据 $V = \sqrt{m_2gH/k_2l_0^2}$ 知,通过不断改变包装件的跌落高度 $H$ 可控制跌落冲击初始速度 $V$ 的

大小。故而,将系统参数 $\beta$ 和跌落冲击初始速度 $V$ 作为评价关键件跌落破损边界曲线的基本参量,利用Runge-Kutta法求解式(2),探讨系统支承角、频率比、系统阻尼比等对关键件跌落破损边界曲线的影响规律。

设 $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, \zeta_2 = 0.1, A_c = 25$ ,不同 $\phi_0 = 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 关键件跌落破损边界曲线见图2(a)。由图知,当减小系统支承角时,曲线上移,系统关键件的未损坏区增大。

设 $\phi_0 = 70^\circ, \lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, \zeta_2 = 0.1, A_c = 25$ ,不同 $\lambda_1 = 2, 3, 5, 10$ 关键件跌落破损边界曲线见图2(b)。由图知,增加频率比,跌落冲击初始速度 $V$ 右移,系统参数 $\beta$ 上移,未损坏区扩大。

设 $\phi_0 = 70^\circ, \lambda_1 = 10, \lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, A_c = 25$ ,不同 $\zeta_2 = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ 关键件跌落破损边界曲线见图2(c)。由图知,随系统阻尼比的增加,曲线先上移后下移,未损坏区出现先扩大后减小的趋势,因此系统存在最优的阻尼比。

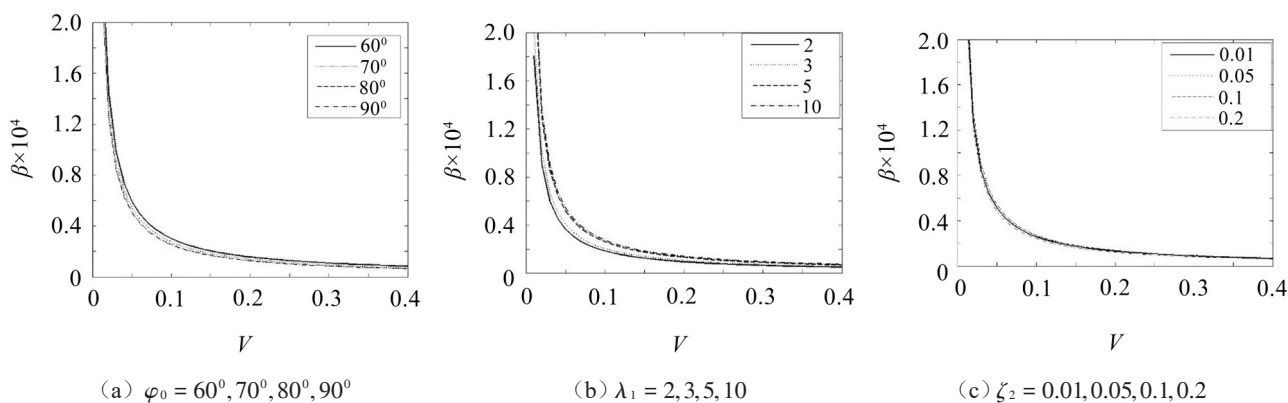


图2 关键件的跌落破损边界曲线

## 2.2 关键件跌落破损边界曲面

为进一步较为全面地评价支承角、频率比、系统阻尼比等对关键件跌落破损边界的影响,取系统参数 $\beta$ 、跌落冲击初始速度 $V$ 、支承角 $\phi_0$ 或频率比 $\lambda_1$ 或系统阻尼比 $\zeta_2$ 作为基本参量,获得关键件跌落破损边界曲面,利用Runge-Kutta法求解式(2),探讨系统支承角、频率比、系统阻尼比等对关键件跌落破损边界曲面的影响规律。

设 $\lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, \zeta_2 = 0.1, A_c = 25$ ,当 $\lambda_1 = 2, 3, 5, 10$ 时支承角对关键件跌落破损边界曲面的影响见图3。由图知,随支承角下降,曲面上移,系统关键件的未损坏区变大。

设 $\phi_0 = 70^\circ, \lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, A_c = 25$ ,当 $\zeta_2 = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ 时频率比对关键件跌落破损边界曲面的影响见图4。由图知,在低频率比范围内,跌落破损边界曲面出现较大波动;在高频率比范围,跌落破损边界曲面趋于平稳,且随频率比增大,曲面上移,未损坏区增大。

设 $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 0.01, \zeta_1 = 0.05, A_c = 25$ ,当 $\phi_0 = 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 时系统阻尼比对关键件跌落破损边界曲面的影响见图5。由图知,系统存在最优的阻尼比值;若系统阻尼比低于该值,则未损坏区随阻尼比增大而增大;若系统阻尼比高于该值,则未损坏区随阻尼比增大而减小。

## 3 结 语

基于考虑关键件的斜支承双自由度模型,在跌落动力学方程基础上,应用四阶Runge-Kutta法,获得关键件的跌落破损边界。跌落破损边界结果显示,跌落工况下的影响参数有支承角、频率比、系统阻尼比等,分析结果表明:

(1) 支承角的影响。由图2(a)和图3知,减小支承角有利于扩大关键件的未损坏区,缩小损坏区。然而,支承角的减小会导致位移响应最值增大,从而导致产品发生触底。因此,在斜支承包系统设计时,一般建议选取 $70^\circ \leq \phi_0 < 90^\circ$ 。

(2) 频率比的影响。由图2(b)和图4知,当频率比小于5时,关键件未损坏区随频率比增大发生显著增加;当频率比大于5时,随频率比增加,破损边界曲线趋于稳定,关键件未损坏区增加不明显;不同于低频率比的较大跌落破损边界曲面波动,高频率比处的跌落破损边界曲面更趋于平稳。因此,合理选择频率比有利于提高斜支承系统的抗跌落冲击性,一般建议 $\lambda_1 > 5$ 。

(3) 系统阻尼比的影响。由图2(c)和图5知,系统阻尼比存在最优值;低于该值时,未损坏区随阻尼比增大而增大;高于该值时,未损坏区随阻尼比增大而减小。因此,为提高斜支承系统的减振性能,应选择合适的系统阻尼比。

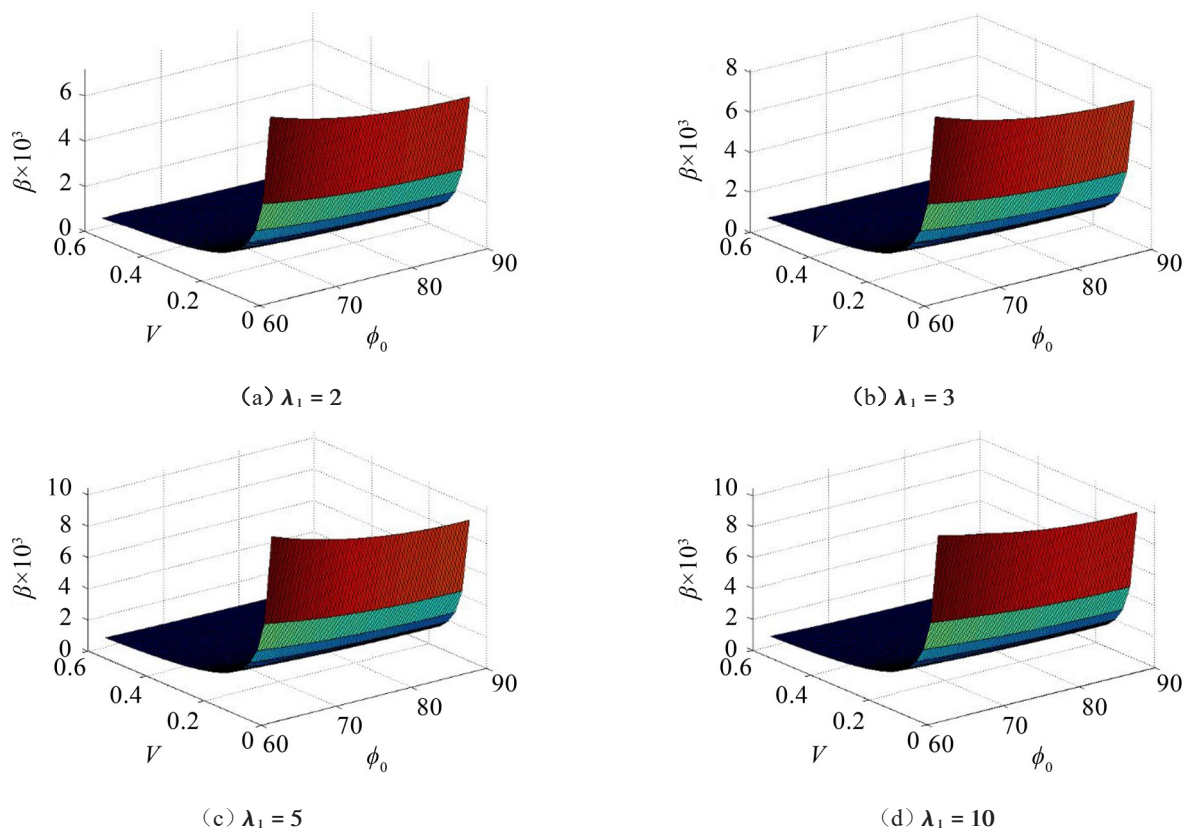


图3 支承角对关键件跌落破损边界曲面的影响

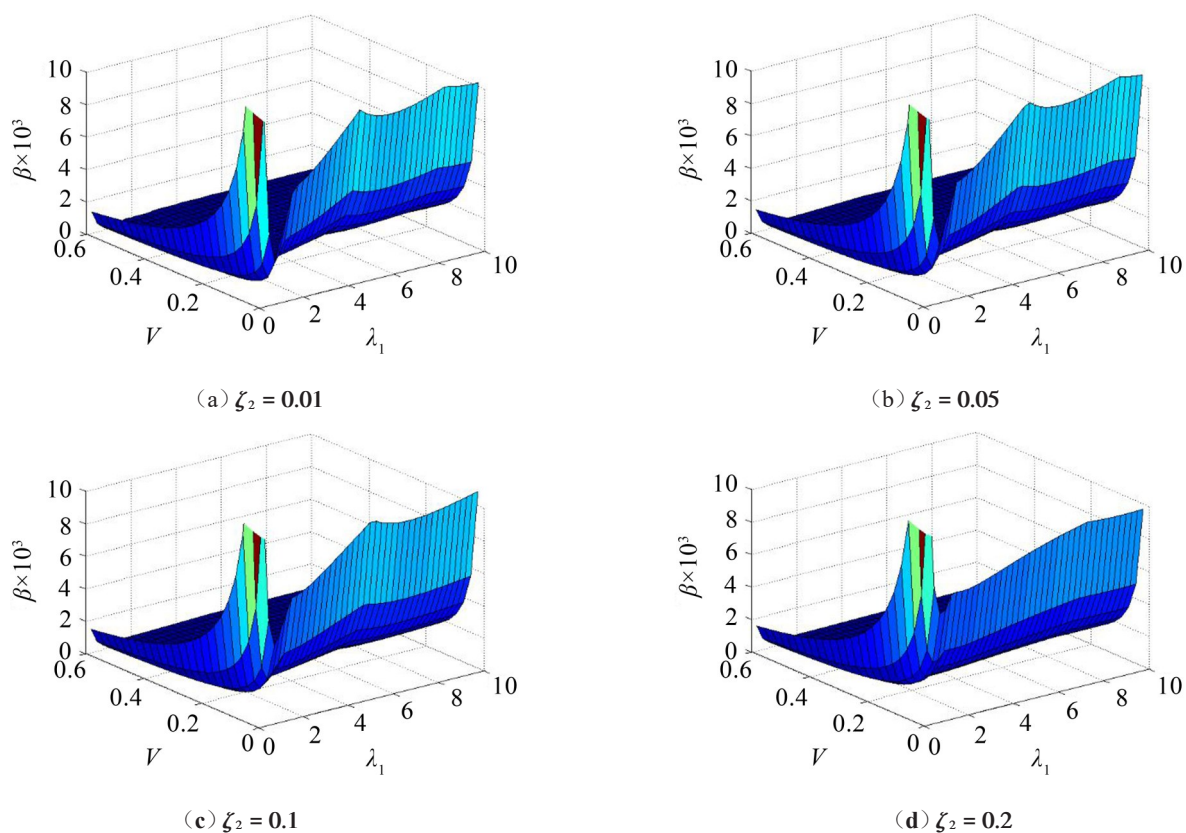


图4 频率比对关键件破损边界曲面的影响

(4) 系统参数和跌落冲击初始速度的影响。根据  $\beta = 2k_2 l_0 / m_2$  可知, 减小内装物主体  $k_2$  或弹簧原长  $l_0$  可获得较小的系统参数  $\beta$ ; 然而, 根据  $V =$

$\sqrt{m_2 g H / k_2 l_0^2}$  可知, 减小  $k_2$  或  $l_0$  可获得较大的跌落冲击初始速度  $V$ , 从而导致产品发生触底。因此, 在缓冲包装系统结构设计过程中, 应通过有效控制内

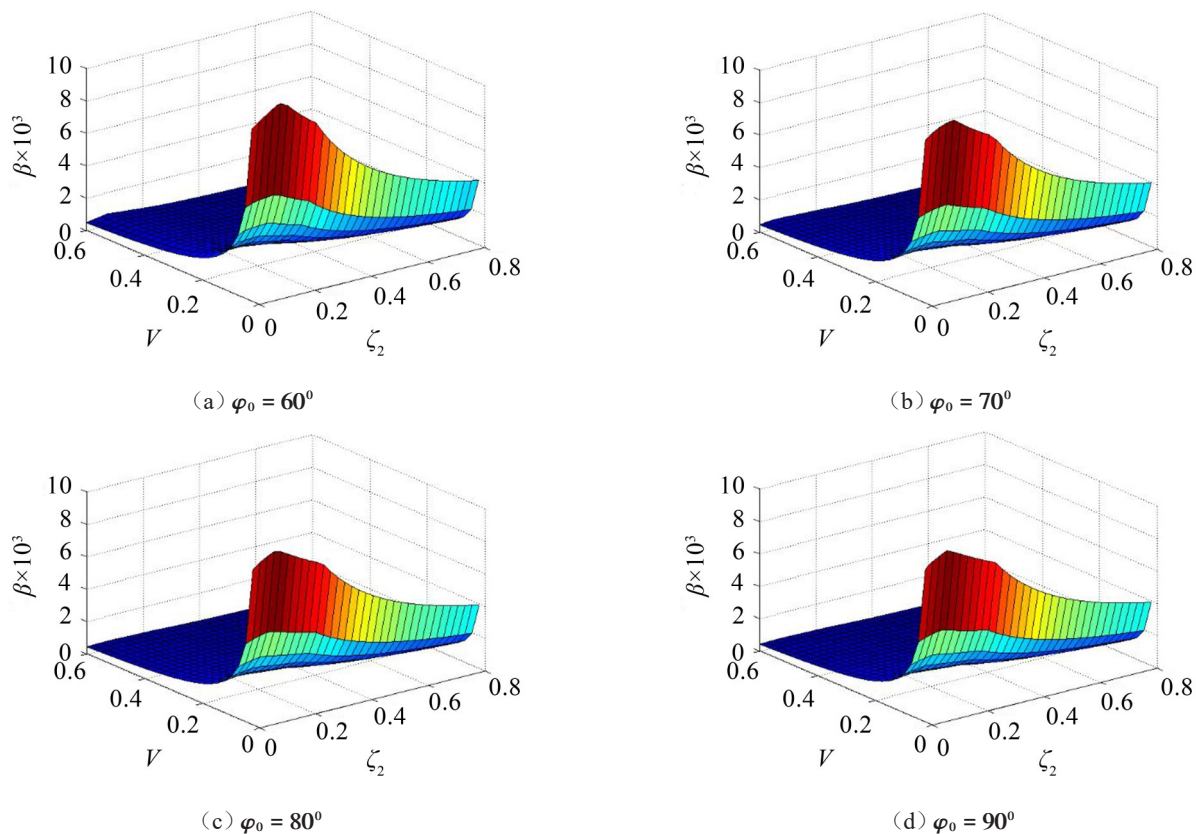


图5 系统阻尼比对关键件破损边界曲面的影响

装物主体等效刚度系数和弹簧刚度以降低跌落冲击初始速度,从而提高斜支承减振系统的抗跌落冲击性。

#### 参考文献:

- [1] MINDLIN R D. Dynamics of package cushioning[J]. *Bell System Technical Journal*, 1945, 24(3,4): 353-461.
- [2] NEWTON R E. Fragility assessment theory and practice [R]. Monterey Research Laboratory, Inc. Monterey, California, 1968.
- [3] BURGESS G J. Effects of fatigue on fragility testing and the damage boundary curve[J]. *Journal of Testing and Evaluation*, 1996, 24: 419-424.
- [4] WANG Z L, WU C F, XI D C. Damage boundary of a packaging system under rectangular pulse excitation[J]. *Packaging Technology and Science*, 1998, 11: 189-202.
- [5] WANG Z W, HU C Y. Shock spectra and damage boundary curves for nonlinear Package cushioning system [J]. *Packaging Technology and Science*, 1999, 12(5): 207-217.
- [6] WANG Z W. Shock spectra and damage boundary curves for hyperbolic tangent cushioning systems and their important features[J]. *Packaging Technology and Science*, 2001, 14: 149-157.
- [7] WANG L, CHEN A J. The damage boundary curve of the suspension packaging system under rectangular pulse[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 5(107): 70-73.
- [8] JIANG J H, WANG Z W. Dropping damage boundary curves for cubic and hyperbolic tangent packaging systems based on key component[J]. *Packaging Technology and Science*, 2012, 25:397-411.
- [9] WANG Z W. Dropping damage boundary curves for cubic and tangent packaging cushioning systems[J]. *Packaging Technology and Science*, 2002, 15: 263-266.
- [10] 胡长鹰. 缓冲包装系统跌落破损边界曲线研究[J]. *包装工程*, 2001, 22(6):4-7.
- [11] 卢富德,高德,梁爱锋. 立方非线性双层包装在矩形方波冲击下破损边界曲线的研究[J]. *包装工程*, 2008, 29(12):7-10.
- [12] 王军,王志伟. 考虑易损件的正切型包装系统冲击破损边界曲面研究[J]. *振动与冲击*, 2008, 27(2):166-167, 185.
- [13] 姜久红,王军,王志伟. 双曲正切包装系统关键部件破损评价理论研究[J]. *武汉理工大学学报*, 2011, 33(6): 126-129.
- [14] 姜权,王军,卢立新等. 三次非线性包装系统关键部件破损曲面研究[J]. *包装工程*, 2012, 33(17):53-56.
- [15] 李辉,陈安军. 悬挂系统易损件跌落破损评价[J]. *噪声与振动控制*, 2018, 38(1):85-89.
- [16] 张英世. 斜支承弹簧系统的振动[J]. *机械强度*, 1992, 14(2): 54-59.
- [17] 吴晓,杨立军. 斜支承弹簧非线性减振系统的固有振动[J]. *空间结构*, 2008, 14(4):50-52.

- [18] 孔凡玲, 陈安军. 半正弦波脉冲激励下斜支承系统冲击特性[J]. **噪声与振动控制**, 2012, 32(2): 41-44.
- [19] 陈安军. 斜支承弹簧包装系统冲击特性研究[J]. **包装工程**, 2010, 31(15): 1-3, 14.
- [20] 吴晓, 罗佑新, 杨立军. 基础位移激励下斜支承弹簧减振系统的振动[J]. **振动与冲击**, 2009, 28(11): 115-117+207.
- [21] 严敏, 陈安军. 跌落工况下斜支承系统响应分析的变分迭代法[J]. **包装工程**, 2012, 33(13): 71-74+79.
- [22] 严敏, 陈安军. 斜支承弹簧系统跌落冲击响应及影响因素分析[J]. **包装工程**, 2013, 34(23): 68-71.
- [23] 严敏, 陈安军. 斜支承系统包装物体的跌落破损边界研究[J]. **噪声与振动控制**, 2014, 34(1): 88-91+177.
- [24] 许佩霞. 考虑易损件的斜支承包装系统振动特性的研究[J]. **包装工程**, 2011, 32(19): 5-7+32.
- [25] CHEN A J. The shock characteristics of tilted support spring packaging system with critical components[J]. **Shock and Vibration**, 2014, 496035(8).
- [26] DUAN NN, SONG S, CHEN AJ. The dynamic evaluation of tilted support spring nonlinear system with critical components under the action of a rectangular pulse[J]. **Mathematical Problems in Engineering**, 2014, (6): 1-6.
- [27] 陈安军. 考虑易损件的发动机斜支承减振系统冲击特性研究[J]. **机械科学与技术**, 2014, 33(7): 1083-1086.
- [28] 段宁宁, 陈安军. 矩形脉冲激励下斜支承系统易损件的冲击特性研究[J]. **包装工程**, 2013, 34(7): 21-24.
- [29] DUAN NN, HAO M, CHEN AJ. Damage evaluation of critical components of tilted support spring nonlinear system under a rectangular pulse[J]. **Mathematical Problems in Engineering**, 2015, 910143(9).
- [30] 段宁宁, 陈安军. 矩形脉冲激励下斜支承系统易损件的破损评价[J]. **噪声与振动控制**, 2014, 34(3): 73-77+114.
- [31] 段宁宁. 考虑易损件的斜支承包装系统动力学特性研究[D]. 无锡: 江南大学, 2014.

(上接第93页)

### 3 结 语

本文以邮轮为研究对象,基于统计能量法对舱室进行了噪声预报分析。研究表明,除四人间外,其他舱室均符合IMO标准。根据四人间室噪声的传递路径得,上层空调机室结构振动和空气噪声对其影响较大。随后研究了在空调机室中铺设不同结构的浮动地板对四人间室噪声的影响。结果表明,铺设浮动地板2和3后对四人间室有显著的降噪效果,且满足IMO标准。最后分析了不同矿棉厚度对浮动地板减振降噪性能的影响,随着矿棉厚度的增加,浮动地板减振降噪性能变优,但在考虑经济性的条件下,取矿棉厚度为50 mm最合适。

## 参考文献:

- [1] 申程. 布局邮轮建造摘取造船皇冠上的最后一颗明珠[J]. **中国远洋航务**, 2015(10): 32-34.
- [2] 姚德源. 统计能量分析原理及其应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.

- [3] 温华兵. 船舶振动噪声预报与结构声学设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
- [4] 陈攀, 漆琼芳. 海洋平台舱室高频噪声预报与控制[J]. **噪声与振动控制**, 2016, 36(3): 89-93.
- [5] XI J, CHENG S C, MEBASHI E. The effect of damping treatment for noise control on offshore platforms using statistical energy analysis[C]. International Conference on Noise and Vibration Engineering, 2015.
- [6] 王充. 游艇舱室噪声预报与控制的研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2016.
- [7] 刘锟, 潘溜溜, 徐智言. 油船居住舱室噪声预报分析[J]. **噪声与振动控制**, 2016, 36(5): 94-98.
- [8] LIU J. Study on the Interior Aerodynamic Noise of the High-speed Train based on the Statistical Energy Analysis [J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2017, 53(10): 136.
- [9] 中国船级社. 船舶及产品噪声控制与检测指南[S]. 2013.