文章编号：1006-1355(2018)05-0180-06

基于扩展双谱的齿轮压缩采样信号特征提取方法

李　飞[1]，秦国军[2]，庄圣贤[1]

（1. 西南交通大学 电气工程学院，成都 610031；　2. 湖南纬拓信息科技有限公司，长沙 423038）

摘　要：针对传统信号处理方法不适用于压缩采样信号的问题，提出一种基于扩展双谱的压缩信号特征提取方法，以实现对压缩后的齿轮振动信号直接进行特征提取而避免复杂的信号重构过程。该方法首先将原始信号与M序列进行混频，将高频信息搬移到低频部分，低通滤波后通过低频采样获取压缩采样信号，再对压缩信号进行扩展双谱分析，针对实际应用中存在的问题，进一步引入阶次分析，角域同步平均等技术。仿真及工程实验表明，该方法能有效地提取出压缩采样信号的相位耦合特征，实现故障识别。

关键词：振动与波；压缩感知；双谱；特征提取；齿轮

中图分类号：TH113.1　　**文献标志码：**A　　**DOI编码：**10.3969/j.issn.1006-1355.2018.05.032

Feature Extraction Method of Gear Compression Sampling Signals based on Extended Bispectrum

LI Fei[1], *QIN Guojun*[2], *ZHUANG Shengxian*[1]

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
2. Hunan Vtall Information Technology Co. Ltd., Changsha 423038, China)

Abstract : Traditional signal processing method is not suitable for compressive sampling signals. In this paper, a feature extraction method of compressive signals based on extended bispectrum is proposed to realize the direct feature extraction of compressive gear vibration signals and avoid the complicated process of signal reconstruction. Firstly, the original signal is mixed with the M sequence, and the high frequency information is shifted to the low frequency part. After low-pass filtering, the compressive sampling signal is acquired by low-frequency sampling. Then, the compressive signal is analyzed by the extended bispectral analysis. Techniques of order analysis and angular domain synchronous averaging are used to solve the problems in practical applications. Simulations and engineering tests show that this method can effectively extract the phase coupling characteristics of compressive sampling signals and realize fault identification.

Keywords : vibration and wave; compressive sensing; bispectrum; feature extraction; gear

压缩感知 (Compressed Sensing) 是D Donoho、E Candés及华裔科学家T Tao等人在2006年提出的一种突破了传统香农－奈奎斯特信号采样定理的信息获取与数据采集理论，其核心思想是将压缩过程和采样过程合并，直接针对信号所蕴含信息进行采样，然后根据相应的重构算法恢复出原始信号[1–3]。但目前压缩感知重构算法都存在一些无法改善的缺点，如算法复杂、重构误差、含噪信号重构效果差等[4]。

收稿日期：2018-02-24

基金项目：国家重点研发计划资助项目（2016YFF0203403）

作者简介：李飞（1992-），男，成都市人，硕士研究生，主要研究方向为振动信号分析，特征提取及故障诊断。

通信作者：秦国军，男，博士，副教授。
E-mail: qgjnudt@163.com

双谱是高阶谱中应用最广泛的一种分析方法，在理论上可完全抑制高斯噪声，且保留了相位信息，可定量描述信号中的二次相位耦合，是分析非线性、非平稳信号的有力工具，在故障诊断及特征提取领域的应用研究不断发展[5–6]，取得了较理想的应用效果。

本文提出一种基于扩展双谱的压缩信号特征提取方法，避免了尚存问题的信号重构过程，直接对压缩信号进行分析。仿真及工程应用均表明了该方法可以有效地提取压缩信号故障特征，为机械故障诊断提供有力的依据。

1　扩展双谱的基本原理

通常，一个含有噪声的有限能量信号 $\{x(n), n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}$ 的双谱可表示为

$$B_x\left(f_1,f_2\right)=E\left[X\left(f_1\right)X\left(f_2\right)X^*\left(f_1+f_2\right)\right] \quad (1)$$

式中：$E[\ ]$表示数学期望，f_1和f_2为频率变量，$X(f)$表示频谱，$X^*(f)$为$X(f)$的复共轭。

为了实现压缩信号的特征提取，需对双谱的定义进行推广。如果权重因子$\{w_1,w_2,w_3\}$满足$w_i\in N,\sum w_i\neq 0$，则基于权值的扩展双谱可以定义为

$$EB_x\left(f_1,f_2\right)=E\left[X\left(f_1\right)^{w_1}X\left(f_2\right)^{w_2}\left[X^*\left(\frac{w_1f_1+w_2f_2}{w_3}\right)\right]^{w_3}\right] \quad (2)$$

很明显，双谱是权重因子均取1时的扩展双谱特例。当$w_1=w_2=1$，$w_3=2$时，另一种双谱，中频双谱(Middle frequency bispectra，MFB)可以定义为

$$\mathrm{MFB}_x\left(f_1,f_2\right)=E\left\{X\left(f_1\right)X\left(f_2\right)\left[X^*\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)\right]^2\right\} \quad (3)$$

1.1　压缩采样

与传统模数转换过程不同，压缩感知理论采用模拟信息转换器实现由模拟信号到信息的转换(Analog to Information Conversion，AIC)。调制宽带转换器模型(Modulated Wideband Converter，MWC)是一种较成熟的模拟信息转换模型，硬件实现较简单，特别适合信号频域信息的采样及重构，本文采用MWC模型实现压缩采样。

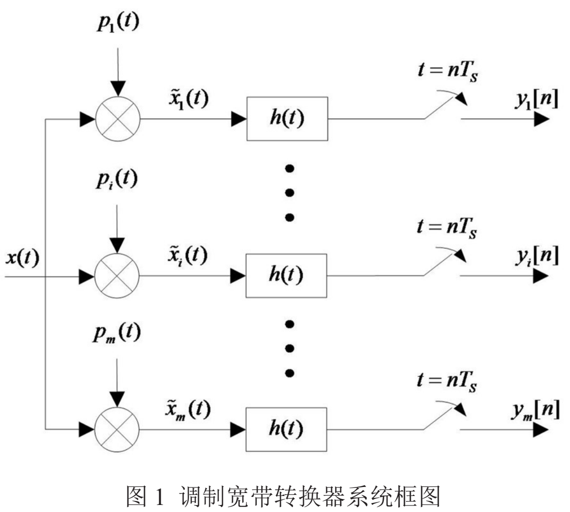

图1　调制宽带转换器系统框图

在调制宽带转换器采样系统中，信号$x(t)$同时由m路采样通道采集。各支路中的信号$x(t)$首先与伪随机序列$p_i(t)$混频实现频谱搬移，使低频段包含整个频谱范围的信息。

M序列是一个常用的伪随机序列，具有结构简单，易于硬件实现等优点，因此采用M序列作为混频函数，其周期为T_p，幅值随机取±1，每个周期分为W个等间隔区间，可将其表示为

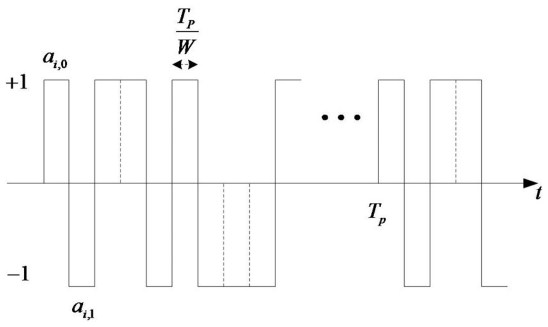

图2　混频函数$p_i(t)$

$$p_i(t)=a_{ik},k\frac{T_p}{W}\leqslant t\leqslant(k+1)\frac{T_p}{W},0\leqslant k\leqslant W-1 \quad (4)$$

式中：$a_{ik}\in\{+1,-1\}$，$p_i(t+nT_p)=p_i(t)$，$n\in Z$。

$p_i(t)$频谱由一系列间距为f_p的谱线组成，其傅立叶级数为

$$p_i(t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}c_{il}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{T_p}lt} \quad (4)$$

式中傅立叶系数c_{il}随频率而变化，可表示为

$$c_{il}=A^m(lf_p)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi^m(lf_p)} \quad (5)$$

以f_p=3 kHz的M序列为例，其频谱由一系列间距为f_p的谱线组成，如图3所示。

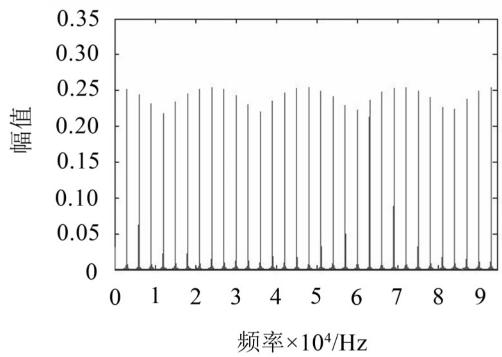

图3　f_p=3 kHz的混频函数频谱图

混频后信号经过一个低通滤波器滤掉高频部分，再通过采样率为f_s的低速ADC进行采样，获得m组不同的低频采样序列$y_i[n]$，至此完成了原始模拟信号到压缩感知信息的转化过程，即压缩采样过程。

1.2　压缩信号的扩展双谱分析

令原始齿轮振动信号为$x(t)$，齿轮转频为f_r，齿数为Z，混频M序列为$m(t)$，周期f_p=Zf_r。

忽略测量噪声，$x(t)$的频谱可以表示为

$$X\left(f\right)=A^x(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi^x(f)} \quad (6)$$

混频时原始信号与混频函数在时域上相乘，即在频域上作卷积。由于混频函数频谱为一系列间距为f_p的谱线，因此频域卷积相当于将原始信号频谱进行多次搬移并叠加，搬移量为kf_p，k=±1，±2，±3，…。混频后信号$\tilde{x}_i(t)=x(t)p_i(t)$的离散傅立叶变

换为

$$\tilde{X}_i(f)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_{il}X(f-lf_p) \tag{7}$$

通过低通滤波器后，采样序列$y_i[n]$的离散傅立叶变换为

$$Y(f)=\sum_{l=-L_0}^{+L_0} c_{il}X(f-lf_p) \tag{8}$$

根据式(5)，式(6)及傅立叶变换性质，可将式(8)表示为

$$\begin{aligned}Y(f)&=\sum_{l=-L_0}^{+L_0} A^m(lf_p)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi^m(lf_p)}A^x(f-lf_p)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi^x(f-lf_p)}=\\&\sum_l A^m(lf_p)A^x(lf_p-f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left[\phi^m(lf_p)-\phi^x(lf_p-f)\right]}\end{aligned} \tag{9}$$

当频率为mf_r时可表示为

$$\begin{aligned}&Y(mf_r)=\\&\sum_k A^m(kf_p)A^x(kf_p-mf_r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left[\phi^m(kf_p)-\phi^x(kf_p-mf_r)\right]}=\\&\sum_k A_k^m A_{k,m}^x\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left[\phi^m(kf_p)-\phi^x\left[(kz-m)f_r\right]\right]}\end{aligned} \tag{10}$$

在频率对(m_1f_r,m_2f_r)处的双谱为

$$\begin{aligned}&B(m_1f_r,m_2f_r)=\\&E\left\{Y(m_1f_r)Y(m_2f_r)Y^*\left[(m_1+m_2)f_r\right]\right\}=\\&E\left\{\sum_{k_1}\sum_{k_2}\sum_{k_3}A_{k_1}^m A_{k_1,m_1}^x A_{k_2}^m A_{k_2,m_2}^x A_{k_3}^m A_{k_3,m_1+m_2}^x\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_1f_p)+\phi^m(k_2f_p)-\phi^m(k_3f_p)-\phi^x\left[(k_1z+m_1)f_r\right]-\phi^x\left[(k_2z+m_2)f_r\right]+\phi^x\left[(k_3z+m_1+m_2)f_r\right]\right\}}\right\}\end{aligned} \tag{11}$$

齿轮振动信号这样的相位耦合信号，其相位满足

$$\begin{aligned}&\phi^x\left[(k_1z+m_1)f_r\right]+\phi^x\left[(k_2z+m_2)f_r\right]-\\&\phi^x\left[(k_3z+m_1+m_2)f_r\right]\approx 0,\forall k_1,k_2,k_3,m_1,m_2,\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}&B(m_1f_r,m_2f_r)=\\&E\left\{\sum_{k_1}\sum_{k_2}\sum_{k_3}A_{k_1}^m A_{k_1,m_1}^x A_{k_2}^m A_{k_2,m_2}^x A_{k_3}^m A_{k_3,m_1+m_2}^x\times\right.\\&\left.\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_1f_p)+\phi^m(k_2f_p)-\phi^m(k_3f_p)\right\}}\right\}\end{aligned} \tag{12}$$

当M序列一个周期中脉冲数足够多时，其在kf_p处的相位谱$\phi^m(kf_p)$总是均匀分布在$(-\pi,\pi]$，故

$$E\left\{Y(m_1f_r)Y(m_2f_r)Y^*\left[(m_1+m_2)f_r\right]\right\}=0 \tag{13}$$

由上式可知，传统双谱无法表现相位耦合现象，因此需要另一种类型的双谱—中频双谱。

$$\begin{aligned}&\mathrm{MFB}_y(m_1f_r,m_2f_r)=\\&E\left\{Y(m_1f_r)Y(m_2f_r)Y^*\left[\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)f_r\right]^2\right\}=\\&E\left\{\sum_{k_1}A_{k_1}^m A_{k_1,m_1}^x\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_1f_p)-\phi^x\left[(k_1z-m_1)f_r\right]\right\}}\times\right.\\&\sum_{k_2}A_{k_2}^m A_{k_2,m_2}^x\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_2f_p)-\phi^x\left[(k_2z-m_2)f_r\right]\right\}}\times\\&\sum_{k_3}A_{k_3}^m A_{k_3,\frac{m_1+m_2}{2}}^x\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_3f_p)-\phi^x\left[\left(k_3z-\frac{m_1+m_2}{2}\right)f_r\right]\right\}}\times\\&\left.\sum_{k_4}A_{k_4}^m A_{k_4,\frac{m_1+m_2}{2}}^x\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_4f_p)-\phi^x\left[\left(k_4z-\frac{m_1+m_2}{2}\right)f_r\right]\right\}}\right\}=\\&E\left\{\sum_{k_1}\sum_{k_2}\sum_{k_3}\sum_{k_4}A_{k_1}^m A_{k_1,m_1}^x A_{k_2}^m A_{k_2,m_2}^x A_{k_3}^m A_{k_3,\frac{m_1+m_2}{2}}^x A_{k_4}^m A_{k_4,\frac{m_1+m_2}{2}}^x\times\right.\\&\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left\{\phi^m(k_1f_p)+\phi^m(k_2f_p)-\phi^m(k_3f_p)-\phi^m(k_4f_p)-\phi^x\left[(k_1z+m_1)f_r\right]-\right.}\\&\left.\left.{}^{\phi^x\left[(k_2z+m_2)f_r\right]+\phi^x\left[\left(k_3z+\frac{m_1+m_2}{2}\right)f_r\right]+\phi^x\left[\left(k_4z+\frac{m_1+m_2}{2}\right)f_r\right]\right\}}\right\}\end{aligned} \tag{14}$$

虽然上式有4阶的期望计算，但当且仅当$\phi^m(k_1f_p)+\phi^m(k_2f_p)-\phi^m(k_3f_p)-\phi^m(k_4f_p)\equiv 0$，即等效于$k_1=k_2=k_3=k_4$或$k_1=k_3\cap k_2=k_4$或$k_1=k_4\cap k_2=k_3$时上式不为0，故

$$\begin{aligned}&\mathrm{MFB}_y(m_1f_r,m_2f_r)=\\&\sum_k\left(A_k^m\right)^4 A_{k,m_1}^x A_{k,m_2}^x A_{k,\frac{m_1+m_2}{2}}^x A_{k,\frac{m_1+m_2}{2}}^x+\\&2\sum_{k_1}\sum_{k_2\neq k_1}\left(A_{k_1}^m A_{k_2}^m\right)^2 A_{k_1,m_1}^x A_{k_2,m_2}^x A_{k_1,\frac{m_1+m_2}{2}}^x A_{k_2,\frac{m_1+m_2}{2}}^x\end{aligned} \tag{15}$$

2 实验分析

2.1 仿真分析

下面对齿轮振动仿真信号$x(t)$进行分析，其表达式如下

$$\begin{aligned}&x(t)=\\&\sum_{i=0}^{5}A_i\cos(2\pi if_rt)\sum_{j=1}^{3}B_i\sin(2\pi jZf_rt+\phi_j)+n(t)\end{aligned} \tag{15}$$

式中：f_r=5 Hz，$\{A_i\}=\{1.5,1,0.6,0.4,0.3,0.25\}$，

$\{B_j\}=\{1,0.8,0.6\}$，$\phi_1=\dfrac{\pi}{3}$，$\phi_2=\dfrac{\pi}{4}$，$\phi_3=\dfrac{5\pi}{6}$，

Z=23，$n(t)$是高斯分布噪声。

仿真信号及其频谱如图4所示，图中可以看到与115 Hz，230 Hz，345 Hz相对应的三个谱峰及边频带分量。

令M序列一周期脉冲数W=63，则其时钟频率应为5 Hz×23×63=7.245 kHz。M序列及其频谱如图5所示，其频谱间隔为115 Hz。63个正交M序列的相位谱如图6所示，其相位谱均匀分布在(0，2π]。

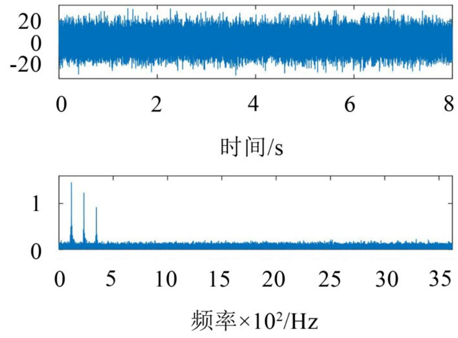

图4 $x(t)$及其频谱图

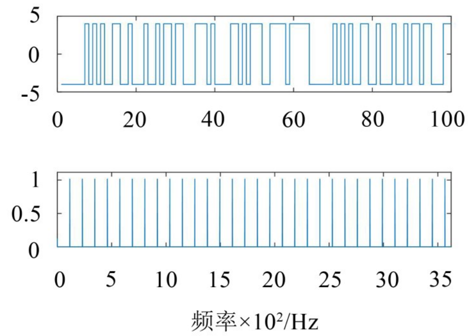

图5 $m(t)$及其频谱图

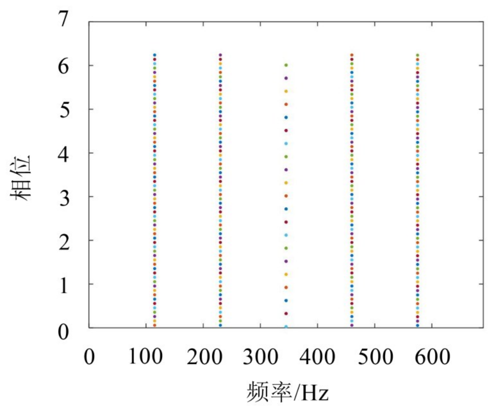

图6 M序列前5个谱线相位谱分布

混频信号及其频谱，滤波后频谱如图7所示：

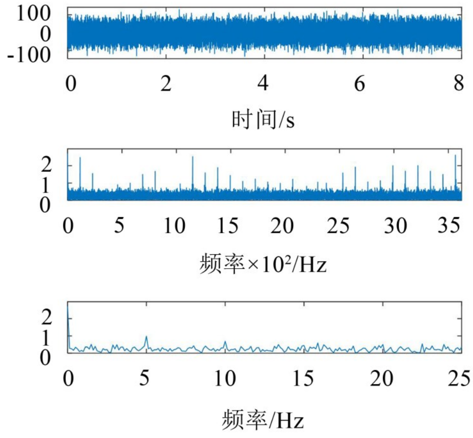

图7 混频信号及其频谱，滤波后频谱

对混频信号进行中频双谱分析，结果如图8所示。

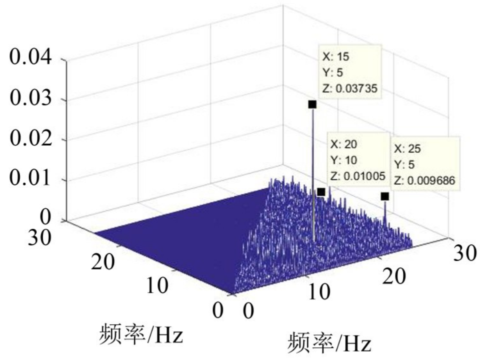

图8 混频信号中频双谱

上图可明显看到在(5 Hz，15 Hz)，(5 Hz，25 Hz)，(10 Hz，20 Hz) 处存在3个与(f_r，$3f_r$)，(f_r，$5f_r$)及($2f_r$，$4f_r$)对应的谱峰。因此，中频双谱可以用于识别相位耦合，即齿轮故障识别。

2.2 实验数据分析

实验数据来自英国哈德斯菲尔德大学，包括齿轮磨损整个生命周期的数据，试验台系统由两个串联安装的工业齿轮箱组成，如图9所示，主要参数如表1所示。

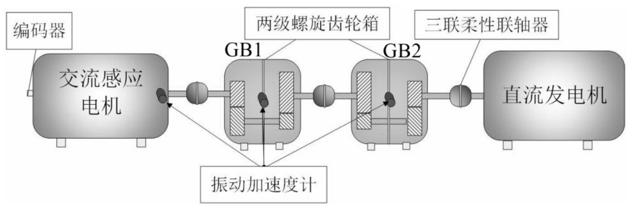

图9 试验台系统示意图

表1 试验台主要参数

参数	一级		二级	
	副齿轮	齿轮	副齿轮	齿轮
齿数	Z_{p1}=59	Z_{g1}=13	Z_{p2}=47	Z_{g2}=58
半径/mm	r_{p1}=56.7	r_{g1}=12.5	r_{p2}=30.5	r_{g2}=37.6
转速/Hz	f_{p1}=3.4	f_{g1}=15.41	f_{p2}=15.41	f_{g2}=12.49
啮合频率/Hz	f_{m1}=200.36		f_{m2}=724.4	

利用GB2齿轮自然磨损的振动信号进行分析，图10为其时域及频谱图。原始信号有两级啮合频率，这里只需要分析与故障更相关的一级啮合频率及其谐波，不相关部分通过低通滤波滤掉。

为了保留相位耦合信息，混频M序列时钟频率应为$63\times f_{m1}$，频谱间隔f_{m1}=200.36 Hz。对混频信号进行中频双谱分析，其结果如图11。

由于转速波动及异常频率影响，中频双谱图中无法看到明显的故障特征，需对方法进行改进。

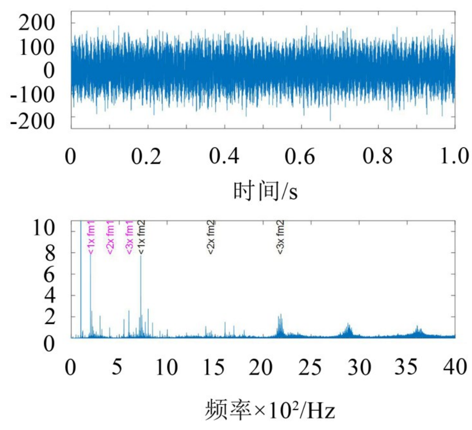

图 10 振动信号及其频谱

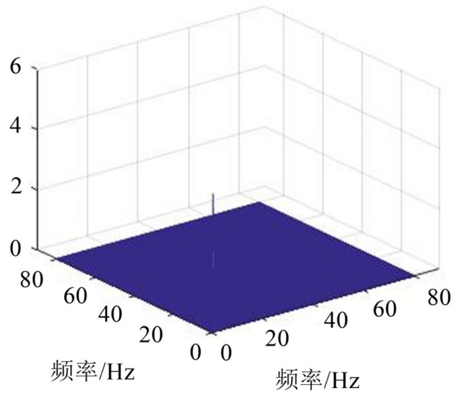

图 11 混频信号中频双谱

2.3 方法改进及验证

为了消除转速影响，引入阶次分析，将信号从时域转化为角度域，从频域分析转化为阶次域分析。同时采用角域同步平均，以加强与转速相关的同步振动分量，减小非同步分量及噪声。其原理框图如图12所示。

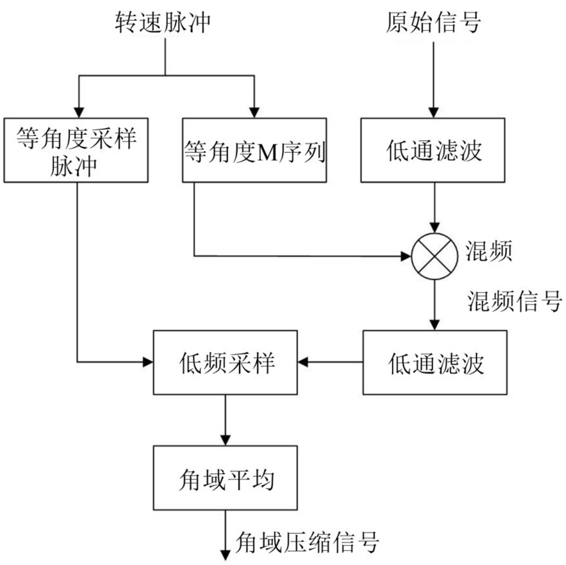

图 12 改进方法原理框图

振动信号阶次谱及滤波后阶次谱如图13所示

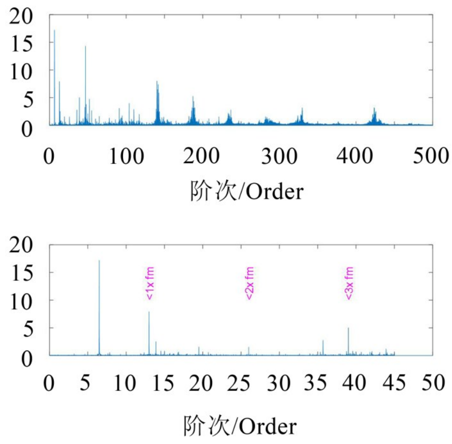

图 13 振动信号阶次谱及滤波后阶次谱

混频M序列时钟频率应为$63\times f_m$，频谱间隔f_m=13。M序列及混频信号阶次谱如图14所示

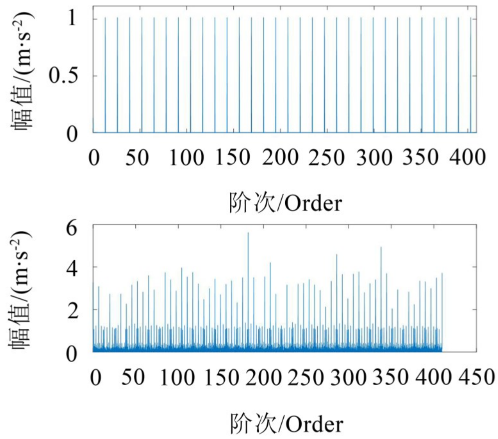

图 14 M序列阶次谱及混频信号阶次谱

混频信号通过截止频率为5的低通滤波器后进行低频采样，再通过角域平均消除非同步分量，得到角域压缩信号，结果如图15所示

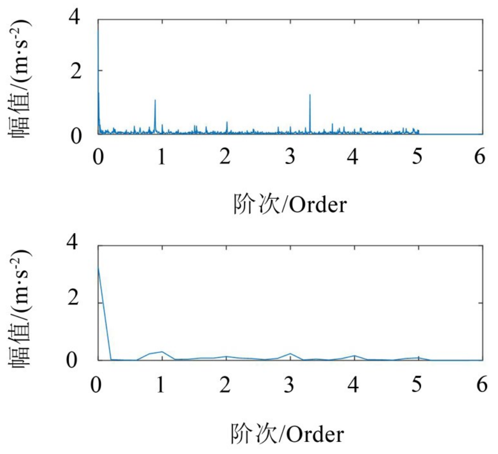

图 15 滤波及平均后混频信号阶次谱

对角域压缩信号进行中频双谱分析，不同故障阶段的结果如图16所示。

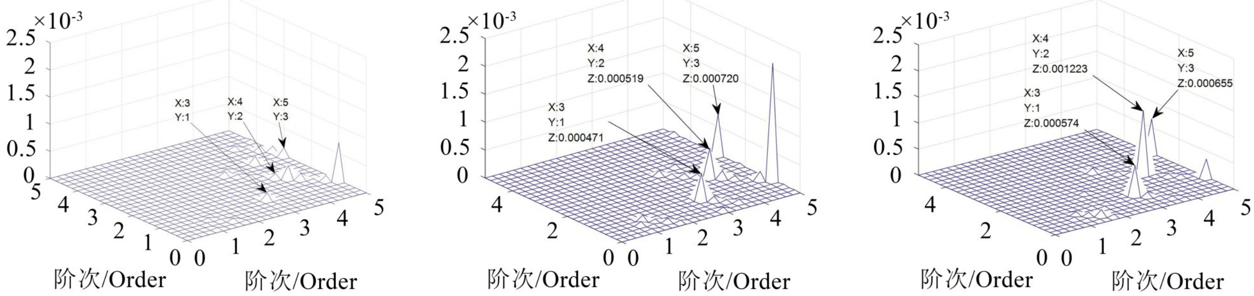

图 16 滤波及平均后混频信号阶次谱

可以看到在(3，1)，(2，4)和(5，3)处存在3个与($3f_r$，f_r)，($2f_r$，$4f_r$)及($5f_r$，$3f_r$)对应的谱峰，其幅值随故障程度而明显增加，可用于识别齿轮故障。

3　结　语

本文对齿轮压缩信号频域特性进行了研究，对压缩信号特征提取方法——中频双谱进行了理论推导，通过仿真及实验验证了方法的有效性。

（1）满足一定条件的混频M序列能将高频信息搬移到低频并保留相位耦合特征，中频双谱能够提取压缩信号中的相位耦合特征，识别齿轮故障。

（2）虽然实际应用中存在转速波动，非相关分量的影响，但这些问题可以通过引入阶次分析，角域同步平均等技术消除，得到很好的结果。

参考文献：

[1] D. L. DONOHO. Compressed sensing[J]. **IEEE Transactions on Information Theory**, 2006, 52(4): 1289-1306.

[2] E CANDÉS, M WAKIN. An introduction to compressive sampling[J]. **IEEE Signal Processing Magazine,** 2008, 25(2): 21-30.

[3] D DONOHO, Y TSAIG. Extensions of compressed sensing[J]. **Signal Processing**, 2006, 86(3): 533-548.

[4] 尹宏鹏，刘兆栋，柴毅，等. 压缩感知综述[J]. **控制与决策**，2013(10)：1441-1445.

[5] 侯少飞，李彦生，胥永刚，等. 双树复小波和双谱在轴承故障诊断中的应用[J]. **噪声与振动控制**，2016，36(5)：133-138.

[6] 靳子洋，陆永耕，张彬，等. 特征模态函数双谱分析在叶片裂纹识别中的应用[J]. **噪声与振动控制**，2016，36(1)：153-156.

（上接第106页）

[3] BONOWIEC M, LITAK G, FRISWALL M I. Nolinear response of an oscillator with magneto-rheological damper subjected to external forcing[J]. **Applied Mechanics & Materials**,2006, 5(6): 277-284.

[4] 张丙强. 车辆-路面系统耦合振动分析及乘坐舒适度分析[D]. 长沙：中南大学，2012.

[5] 侯彦羽. 汽车悬架的非线性动力学的数值分析[D]. 长沙：长沙理工大学，2013.

[6] 毕凤荣，石纯放，梁永勤. 悬架系统非线性减振器阻尼值变化系数对整车振动影响的研究[J]. **机械科学与术**，2017，36(9)：1-1427.

[7] 杨智勇. 连续减速带激励下多自由度车辆悬架系统的混沌振动与控制[D]. 重庆：重庆大学，2015.

[8] 李士松. 考虑阻尼非线性的汽车悬架的平顺性预测[J]. **北方交通大学学报**，1997，21(4)：459-461.

[9] 毕凤荣，郝志勇，谢庆森，等.汽车悬架系统非线性阻尼的优化设计[J]. **天津大学学报**，2002，35(1)：78-82.

[10] 赵和平. 汽车非线性悬架动态特性研究[J]. **系统仿真学报**，2001，23(2)：165-167.

[11] 任炜. 汽车悬架非线性运动学及橡胶原件设计研究[D]. 天津：天津大学，2001.

[12] 李碧君. 基于刚柔耦合的非线性悬架汽车的平顺性研究[D]. 长沙：湖南大学，2008.

[13] 杨永峰，任兴民，秦卫阳. 一种描述非线性动力学响应的新方法[J]. **中国机械工程**，2005，16(16)：1468-1470.