

文章编号:1006-1355(2018) 04-0051-05+71

# 电磁变刚度半主动动力吸振结构的振动控制研究

尤佳欣, 王 熙, 杨斌堂

(上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

**摘要:**分析特殊结构变刚度动力吸振系统的移频和减振特性。提出一种电磁式变刚度结构,作用于传统动力吸振器以进一步改变主系统共振频率,实现振动宽频半主动控制。设计一种新型电磁变刚度结构的功能及支撑部件,在其内部形成闭合磁路,使转子在磁场作用下具有回复到平衡位置的特性。通过改变电流大小改变电磁力作用下结构刚度。基于结构设计,建立电磁变刚度结构磁路数学模型,并利用麦克斯韦应力张量理论,对磁场及输出转矩进行数学求解。利用Ansoft进行有限元模拟分析,计算输出力矩。加工实验样机并测量输出转矩,对比模拟值、数值求解值,发现结果具有良好的一致性。仿真和试验结果验证了所提出电磁变刚度半主动吸振控制的可行性。

**关键词:**振动与波;动力吸振;变刚度;磁路建模;仿真;实验

中图分类号:TB535.1

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2018.04.010

## Semi-active Vibration Control using Electromagnetic Absorption Structures with Variable Stiffness

YOU Jiaxin, WANG xi, YANG Bintang

(State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** A kind of electromagnetic structures with variable stiffness is proposed. It can be used to changing the resonant frequency of the controlled system through its specific installation and making it possible to realize semi-active control. Supporting and functional components of the electromagnetic structures with variable stiffness are designed. Closed magnetic path is stimulated when current is applied. The stiffness of the system can be changed by adjusting the value of the current. A mathematical model of the structures is established to calculate the magnet field and the output torque based on the Maxwell tensor method. Simulation is done to figure out the output torque using Ansoft code. A prototype is manufactured and the output torque is measured. The testing results show a high uniformity with the simulation and calculation results, which means that the mathematical model can be used in further studies. Simulation of the semi-active control system is done and it is proved effective.

**Keywords:** vibration and wave; vibration absorbing; variable stiffness; magnetic path modeling; simulation; experiment

动力吸振器是利用共振原理吸收主系统能量、减小主系统振幅的设备。动力吸振器具有安装方便、不改变主系统结构的特点,因其稳定性和经济性而被广泛使用。

传统动力吸振器刚度固定,对于变频激励,其减振性能大幅降低。此外,当激励频率远离主系统共振频率时,动力吸振器的吸振效果十分有限<sup>[1-2]</sup>。变刚度技术是一种半主动动力吸振技术,通过调整吸

振器刚度来调节吸振器本身的共振频率,能够较好实现宽频吸振。Walsh. P. L<sup>[3]</sup>等提出的组合梁在悬臂梁基础上,利用弹性元件改变梁的组合方式,使其呈现不同形态,从而改变吸振器刚度<sup>[4]</sup>。K. Nagaya提出一种悬臂梁变刚度结构,通过改变悬臂梁支点,改变其有效长度,从而调节吸振器共振频率<sup>[5]</sup>。近年来,随着智能材料的发展,压电陶瓷、形状记忆合金、磁流变弹性体等智能材料也被用于变刚度吸振器结构<sup>[6-8]</sup>。

传统梁结构变刚度系统具有刚度变化连续、线性度较好的特征。但一般结构尺寸较大,响应速度较慢。智能材料变刚度系统普遍具有响应快的特点,但其刚度变化范围较小,非线性强,控制难度大。

收稿日期:2017-11-22

作者简介:尤佳欣(1992-),女,武汉市人,硕士研究生,主要研究方向为电磁变刚度动力吸振。

通信作者:杨斌堂,男,教授,博士生导师。

E-mail: btyang@sjtu.edu.cn

电磁式变刚度系统具有刚度调节范围大、响应迅速的特点。Mizuno T等综述了一系列电磁悬挂负刚度弹簧,用于隔离系统振动<sup>[9]</sup>。从理论上分析了其可行性,并没有加工实物进行验证。冯肖肖设计并通过实验验证了一种齿式电磁变刚度动力吸振器<sup>[10]</sup>。动力吸振器运动过程中线圈随之运动,增加了系统的不确定性。对磁路的分析仅限于仿真,不利于系统的分析与控制。电磁建模有利于系统的分析与控制。麦克斯韦张量理论常应用于电机建模,以求解径向转矩<sup>[11-12]</sup>。但是,针对电磁变刚度动力吸振结构的数学模型之前鲜有研究。

本文提出一种新型的线圈固定电磁变刚度动力吸振结构,作用于传统动力吸振器上以进一步改变主系统共振频率,实现振动宽频半主动控制。其具有结构紧凑、刚度连续可调的特点。本文建立了该结构的数学模型并求解。通过仿真及原型样机实验,验证所建立模型的准确性和所提出的电磁变刚度结构用于实现半主动宽频振动控制的可行性。

## 1 吸振原理

如图1所示,本文提出一种由传统质量刚度阻尼系统以及附加电磁变刚度结构两部分组成的动力吸振系统。主系统由 $m_0$ 、 $k_0$ 、 $c_0$ 构成,电磁变刚度动力吸振系统由 $m_1$ 、 $k_1$ 、 $c_1$ 以及 $k_m$ 构成,施加于主系统之上,起到动力吸振器的作用。电磁变刚度结构安装于基座上,随电流变化的输出力矩为 $M$ ,力矩刚度为 $k_m$ ,当 $\theta$ 较小时,力矩通过输出杆 $L$ 转化为近似平动的力作用于 $m_1$ 上,在吸振系统原有 $k_1$ 基础上增加一个等效变刚度 $q_m = \frac{k_m}{L^2}$ 。

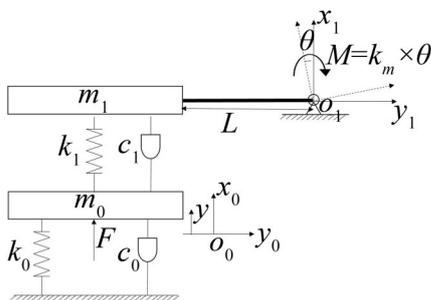


图1 动力吸振系统模型

建立系统运动方程

$$\begin{cases} m_0 \ddot{x}_0 + c_0 \dot{x}_0 + (k_0 + k_1)x_0 - k_1 x_1 + c_1 \dot{x}_0 - c_1 \dot{x}_1 = F & (1) \\ m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_1 \dot{x}_0 + k_1 x_1 + q_m x_1 - k_1 x_0 = 0 & (2) \end{cases}$$

由于系统本身的阻尼一般很小,忽略阻尼项 $c_0$ 。

由于阻尼 $c_1$ 的存在,系统的自由振动会随着时间衰减,现只分析受迫振动时系统稳态响应幅值 $X_0$ 。

整理方程得

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m_0 + k_0 + k_1 + c_1 \omega i & -k_1 - c_1 \omega i \\ -k_1 - c_1 \omega i & -\omega^2 m_1 + k_1 + \frac{k_m}{L^2} + c_1 \omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_0 = F \sqrt{\frac{(A + q_m)^2 + B^2}{[C - c_0 q_m \omega^2 + q_m(k_0 + k_1)]^2 + (q_m + D)^2 B^2}}$$

其中: $A = -m_1 \omega^2 + k_1$ ;  $B = c_1 \omega$ ;

$C = (m_0 \omega^2 - k_0)(m_1 \omega^2 - k_1) - m_0 k_0 \omega^2$ ;

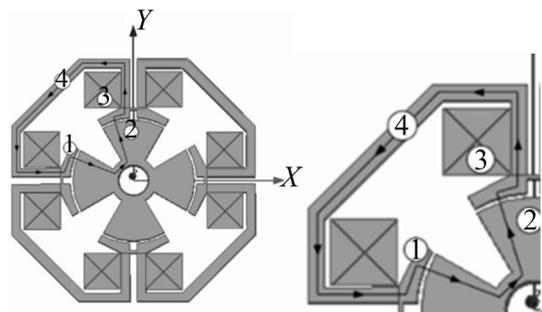
$D = k_0 - (m_0 + m_1) \omega^2$ ,是不附加 $q_m$ 时系统稳态响应 $X_0$ 表达式的公共部分。可以看出,由于引入 $q_m$ ,系统稳态响应幅值发生变化,共振频率相应将发生移动。

由分析可知,区别于传统动力吸振系统,本系统可以通过改变 $q_m$ 值,使初级系统的共振频率在一定范围内发生变化,当初级系统在变化的外部激励下产生共振时,调节 $q_m$ 可以在一定频带内起到良好的减振效果。

## 2 电磁变刚度吸振结构设计

基于吸振原理,利用电磁原理设计一种电磁变刚度吸振结构,使其在不同电流下输出变化的转矩,实现对初级系统施加可调刚度 $q_m$ 的目的。

通过不同方案的比较分析,考虑系统稳定性和输出刚度的调节范围,设计一种电磁变刚度吸振结构。其主要部件剖面如图2所示。



① 定子 ② 转子 ③ 线圈 ④ 导磁路

图2 电磁变刚度吸振结构

定子与导磁路固定在壳体内,线圈不通电时,转子围绕轴心自由转动。线圈通电时激发磁场,在导磁路的作用下,变刚度结构内部形成四个闭合的磁回路。磁场作用下,转子表现出对中性,即转子将旋转到和定子相对面积最大的如图所示位置,此处为结构的平衡位置。

当外界激励促使转子发生相对转动时,磁感应线发生扭曲,系统偏离能量最小的平衡位置。在磁场作用下,转子受到一个大小与相对转动相关的回复力矩。单位相对转动对应的回复力矩即为电磁变刚度结构的输出刚度。改变电流大小,磁场强度随之改变。相对转动量相同时,输出力矩不同。因此,

电磁变刚度结构的刚度由电流大小和相对转动量共同决定。

### 3 磁场数学模型

为了计算系统输出扭矩,实现系统的半主动控制,对磁场进行建模,求解输出力矩十分重要。

由麦克斯韦应力张量理论,选择合适的积分路径,可以求得转子所受合力为

$$F_n = \frac{1}{2\mu_0} \iint (B_n^2 - B_t^2) dA \quad (3)$$

$$F_t = \frac{1}{2\mu_0} \iint B_n B_t dA \quad (4)$$

如图3所示,选取半径为  $R + \frac{1}{2}l_g$  的圆作为积分路径,由于结构的对称性,选取最小单元进行求解。

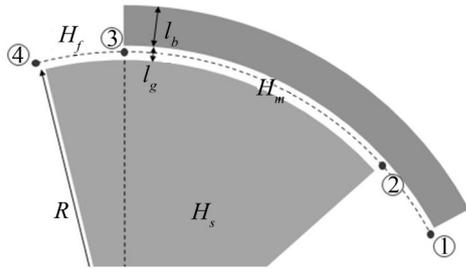


图3 积分路径

②到③磁感线趋近于垂直于积分路径分布,没有切向分量,不产生切向力。①到②与③到④具有一定的对称性,为方便分析,选取其中一段③到④进行研究。

对于模型的求解基于以下几点假设:

(1) 定转子相对部分磁场强度均匀分布,大小为  $H_m$ ;

(2) 因为导磁路相对较长,导磁材料相对磁导率较高,可以忽略因为路径、定子尺寸形状带来的磁路内部磁路长度差异。记导磁路内磁场强度为  $H_s$ ;

(3) 忽略漏磁;

(4) 忽略边界效应。

根据麦克斯韦方程,得到平衡方程为

$$\begin{cases} NI = H_m l_g + H_s (l_1 - l_g) & (5) \\ NI = H_f l_f + H_s l_x & (6) \\ \mu_0 H_m A_m + 2\mu_0 \sum H_f A_f = \mu H_s A_s & (7) \end{cases}$$

其中:

$N$ 为线圈匝数; $I$ 为电流大小; $H_m$ 为相对部分气隙磁场强度; $H_f$ 为错开部分气隙磁场强度; $H_s$ 为导磁路内磁场强度; $l_1$ 为相对部分总磁路长度; $l_g$ 为气隙长度; $l_f$ 为错开部分气隙磁路长度; $l_x$ 为错开部分导磁路内磁路长度。

式(5)、式(6)为磁势平衡方程,式(7)是磁通量平衡方程。其中  $H_m$ 、 $H_s$ 、 $H_f$  未知,方程有唯一解。

其中  $l_f$  和  $A_f$  需要重点讨论。在仿真基础上,结合传统的1/4圆弧建模方法<sup>[11-12]</sup>,本文给出对应于三种转角范围条件下的三种不同磁感应线分布示意模型,分别如图4所示。

当  $0 \leq \Phi < \frac{l_g}{R}$  时,磁感线接近于散射状态,将  $k$  段等分,保持  $d_k$  均匀,对于每一个单元,积分路径  $p_k$  长度为  $d_k/2$ 。

$$l_{fk} = \sqrt{l_g^2 + k^2}$$

$$\alpha_k = a \tan\left(\frac{l_g}{k}\right)$$

$$A_k = L d_k \sin(\alpha_k)$$

当  $\frac{l_g}{R} \leq \Phi < \frac{l_g + l_b}{R}$  时,  $k$  段分布保持不变,  $i$  段磁感线近似于1/4圆弧分布,将  $i$  段等分,保持  $d_i$  均匀。对于每一个单元,可以认为积分路径  $p_i$  近似等于  $d_i$ 。

$$l_{fi} = \frac{\pi}{2} i$$

$$A_i = L d_i$$

$$\alpha_i = a \cos\left(\frac{l_g}{2i}\right)$$

当  $\frac{l_g + l_b}{R} \leq \Phi$  时,  $k$ 、 $i$  段分布保持不变,  $j$  段磁感线近似于圆在一条连线上的圆弧分布。将  $j$  段等分,保持  $d_j$  均匀。对于每一个单元,可以认为积分路径  $p_j$  近似等于  $d_j$ 。根据  $R_j = l_b + l_g + x = \sqrt{x^2 + j^2}$ , 求得  $x = \frac{j^2 - (l_b + l_g)^2}{2(l_b + l_g)}$

线近似于圆在一条连线上的圆弧分布。将  $j$  段等分,保持  $d_j$  均匀。对于每一个单元,可以认为积分路径  $p_j$  近似等于  $d_j$ 。根据  $R_j = l_b + l_g + x = \sqrt{x^2 + j^2}$ , 求得  $x = \frac{j^2 - (l_b + l_g)^2}{2(l_b + l_g)}$

$$x = \frac{j^2 - (l_b + l_g)^2}{2(l_b + l_g)}$$

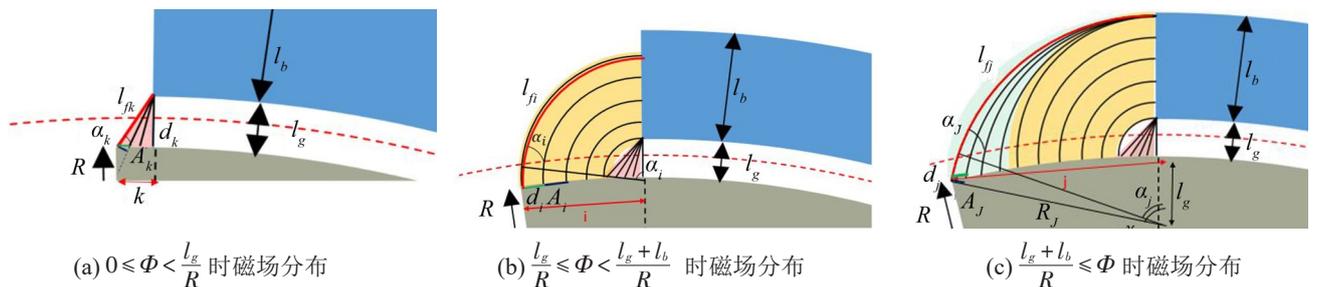


图4 三种角度条件下磁感应线分布示意模型

$$R_j = l_b + l_g + x$$

$$\alpha_j = a \cos \left( \frac{\frac{1}{2} l_g + x}{R_j} \right)$$

$$\gamma_j = a \cos \left( \frac{x}{R_j} \right)$$

$$l_{f_j} = R_j \gamma_j$$

$$A_{f_j} = L d_j \sin \gamma_j$$

确定关键参数后,将其代入麦克斯韦方程,对磁场进行求解。分别求得  $H_{f_i}$ 、 $H_{f_j}$ 、 $H_{f_k}$ ,由  $B = \mu_0 H$ ,得到  $B_{f_i}$ 、 $B_{f_j}$ 、 $B_{f_k}$ 。

由  $f = \frac{1}{2\mu_0} L p B \cos \alpha B \sin \alpha = \frac{1}{4\mu_0} L p B^2 \sin(2\alpha)$ , 可以分别求得  $f_i$ 、 $f_j$ 、 $f_k$ 。对于单边  $F_s = f_i + f_j + f_k$ 。对于单极,  $F_p = 2F_s$ 。对于整个转子  $F = nF_p$ 。其中,  $n$  为极数。整个转子受到的转矩大小为  $T = F \left( R + \frac{l_g}{2} \right)$ 。本例中,  $n=4$ 。

## 4 仿真与实验验证

### 4.1 电磁变刚度结构及磁场数学模型验证

根据以上结构设计及磁场建模分析,对电磁变刚度动力吸振结构进行详细设计,确定设计参数如表1以及表2所示。

表1 电磁变刚度结构主要材料参数

部件	材料	相对磁导率	线径	匝数
定子	电工纯铁	4 000		
转子	电工纯铁	4 000		
导磁路	电工纯铁	4 000		
线圈	铜	0.999 991	0.3 mm	2 000
支撑结构	铝	1.000 021		

利用 Ansoft 对模型进行仿真。设置材料特性、系统边界以及激励安匝数,求解磁感应强度以及输出力矩。

表2 电磁变刚度结构主要几何参数/mm

$R$	$l_g$	$l_b$	$l_1$	$l_x$	$L$ (厚)
25	1	3	163	168	20

图5展示由 Ansoft 仿真得到的磁感应强度分布情况,可见结构内部形成了4个磁回路。

按照设计方案加工实验样机。通过改变电流调整安匝数,测量输出力矩。

将实验测量结果与三维仿真、数学模型计算结果进行对比见图6。

结果显示,当安匝数较小时,实验测量结果与仿真、数学计算结果呈现高度一致性。

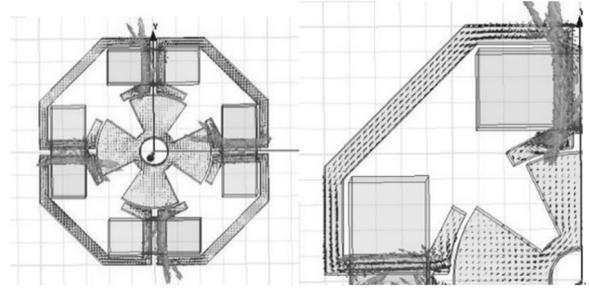


图5 电磁回路仿真结果

当安匝数较大,达到 320 AZ 后,测量值略小于仿真及计算值。这可能是由电流的热效应引起损耗造成的。

综合来看,本文建立的数学模型具有较高的精度,可以为系统的分析与控制提供依据,为实现变刚度调频半主动自适应动力吸振研究奠定了基础。

### 4.2 系统半主动振动控制仿真

根据结构设计方案,采用线径为 0.3、匝数为 2 000 的铜线圈,电流控制在 0~0.2 A 范围内,电磁变刚度结构在转角小于 15° 的范围内工作。利用电磁数学模型,对结构的输出刚度  $q_m$  进行求解如图7所示。系统可调刚度  $q_m$  随电流和角度变化,范围在 0~200 N/m 之间。

利用 Simulink 对系统吸振效果进行仿真验证。全系统分为电流控制系统、电磁变刚度结构以及动力吸振系统三大模块。通过调整电流大小,输出  $q_m$ ,抑制主系统振动。

选择测试系统的主要参数如表3所示,根据运动学方程,通过改变  $q_m$ ,求得系统的稳态响应幅值随激励频率变化如图8所示。

由图8分析可知,针对表3所述测试系统,  $q_m = 0$  时,测试系统的共振频率分别为 32 rad/s 以及 45 rad/s。而当  $q_m = 35$  时,系统共振频率发生移动,系统在原共振频率下减振效果明显。

分别对系统施加幅值为 0.1、角频率为 32 rad/s 以及 45 rad/s 的正弦激励。前 10 s 内电流  $I=0$ , 10 s 后施加控制电流  $I=0.09$  A,调整电磁变刚度结构输出刚度,使得  $q_m$  接近 35 N/m,结果如图9、图10、图11所示。

由仿真结果可知,系统较好实现振动半主动控制,仿真结果和图8有高度的一致性。

## 5 结语

本文提出了一种电磁式变刚度动力吸振结构,使其满足可通过调节电流改变刚度的功能,作用于传统动力吸振器上,实现宽频吸振。设计满足要求的电磁部件,并针对物理模型,提出对应的磁路模

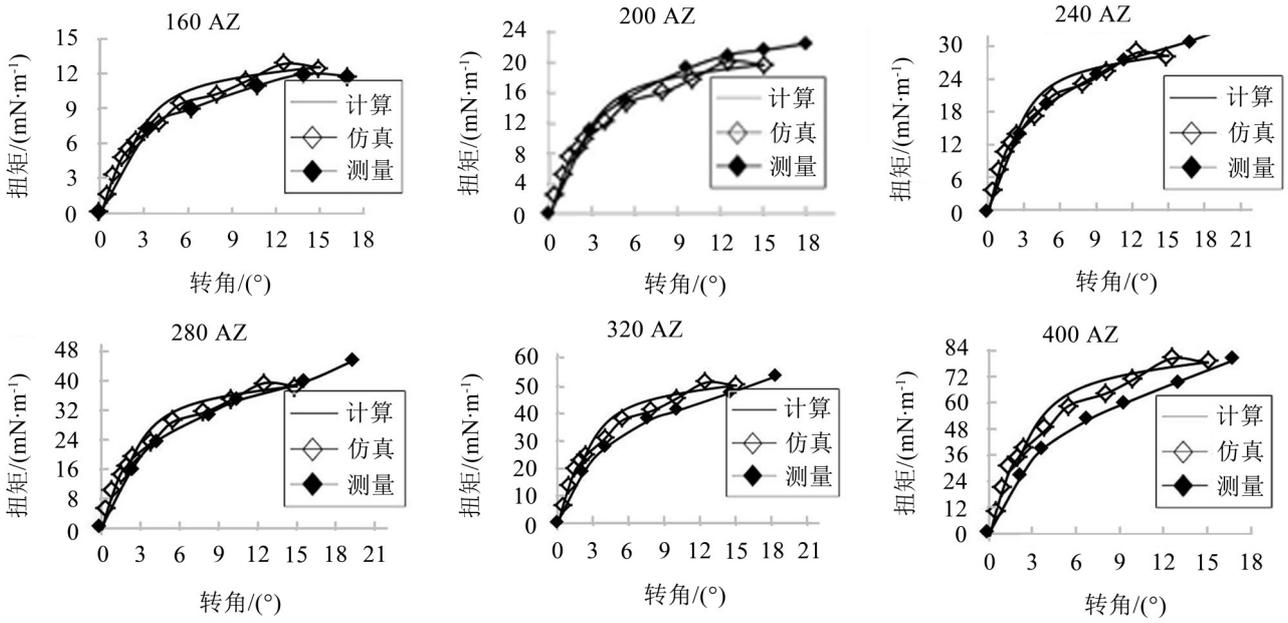


图6 测量数据与仿真、计算结果对比

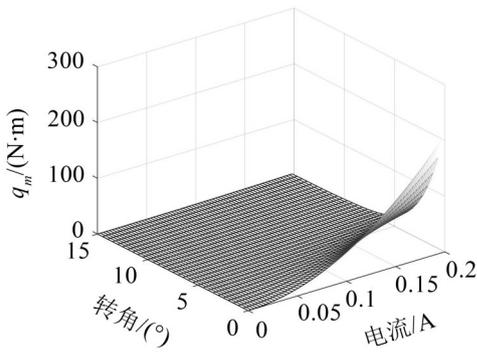


图7  $q_m$ 随电流、转角变化图

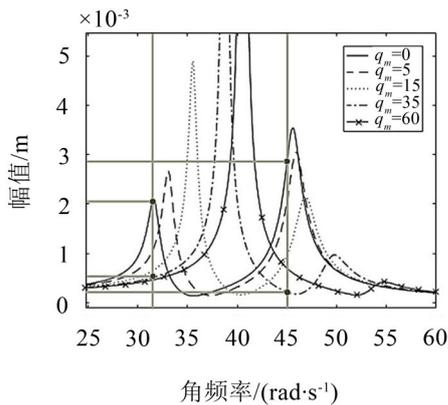


图8 初级系统稳态响应与 $q_m$ 的关系

型,基于麦克斯韦张量理论对输出力矩进行计算。结果表明,理论计算结果与有限元模拟结果以及实验测量结果具有较好的一致性,证明在一定角度范

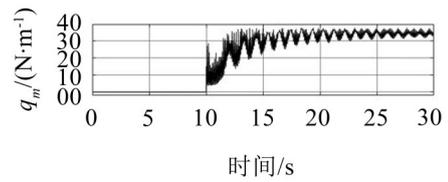


图9  $q_m$ 随时间变化

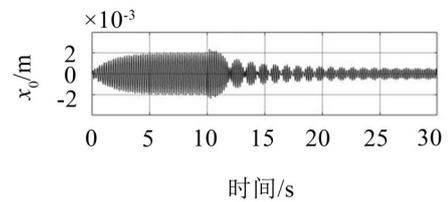


图10 角频率=32 rad/s时控制前后对比图

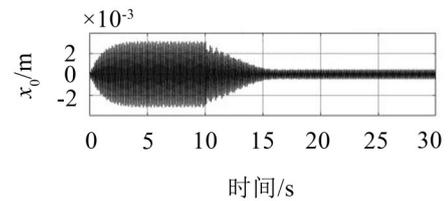


图11 角频率=45 rad/s时控制前后对比图

围内模型的准确性。数学模型的建立有助于系统的分析和控制,为实现变刚度调频半主动自适应动力吸振奠定了基础。基于此,利用 Simulink 对测试系统进行仿真,仿真结果验证了所提出的将电磁变刚度结构用于实现半主动宽频振动控制的可行性。

表3 测试系统参数

$m_0$	$m_1$	$k_0$	$k_1$	$c_0$	$c_1$
0.3 kg	0.04 kg	500 N/m	50 N/m	0.003 N/(m·s⁻¹)	0.1 N/(m·s⁻¹)