

文章编号:1006-1355(2018)04-0006-06

二维声子晶体带隙特性分析与应用研究

姜超君^{1,2}, 向阳^{1,2}, 张波^{1,2}, 郭宁^{1,2}, 何鹏^{1,2}

(1. 武汉理工大学 能源与动力工程学院, 武汉 430063;

2. 船舶动力系统运用技术交通行业重点实验室, 武汉 430063)

摘要:声子晶体在减振方面拥有广泛应用前景,而带隙分析是将其付诸应用的首要前提。先利用有限元法研究结构与材料参数对带隙的影响,接着基于带隙特性分析的结果,根据实验所得的典型船用离心泵机脚的振动特性,设计以硅橡胶为基体、铅为散射体的声子晶体薄板。将声子晶体引入舱段减振设计中并进行相应的数值响应验证,结果表明:将所设计的声子晶体薄板插入舱段的内底板,在带隙作用范围内可有效阻抑振动传递,并降低舱段外壳的振动响应。

关键词:声学;声子晶体;带隙特性;离心泵;减振降噪

中图分类号:TB532

文献标志码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2018.04.002

Analysis and Application of Band Gap Characteristics of Two-dimensional Sonic Crystals

JIANG Chaojun^{1,2}, XIANG Yang^{1,2}, ZHANG Bo^{1,2},
GUO Ning^{1,2}, HE Peng^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China;

2. Key Laboratory of Marine Power Engineering and Technology, Ministry of Communications, Wuhan 430063, China)

Abstract: Sonic crystal has great prospects in vibration damping, while the analysis of band gap characteristics is the primary prerequisite. Therefore, the effects of structure and material parameters of the sonic crystal on band gap were studied with FE method in this paper. According to the results of the analysis of band gap characteristics and the vibration performance data of a ship centrifugal pump foundation from the test, the sonic crystal plate with silicone rubber as the matrix and lead as scatterer was designed. The vibration damping of a cabin with sonic crystal was designed and studied through harmonic response calculation. The results show that a good inhibition of vibration can be gained when sonic crystal plate is used as elastic interlayers inside the bottom board and the vibration response of the cabin shell is reduced.

Keywords: acoustics; sonic crystal; band gap characteristics; centrifugal pump; vibration and noise reduction

声子晶体是指两种或两种以上弹性材料构成的周期结构功能材料,传入其中的弹性波由于和周期结构相互作用,在一定频率范围内将无法透过并继续传播,此特定频段即弹性波带隙^[1]。目前针对声子晶体带隙的计算已有传递矩阵法、平面波展开法、有限元法^[2]等较为成熟的方法。而在带隙特性方面,温

激鸿等^[3]通过分析得出,二维二组元声子晶体的带隙特性主要与散射体、基体的密度和弹性模量及散射体的填充率有关。但相关参数对带隙的影响机理十分复杂,以各项参数作为单一变量难以全面分析带隙特性。故在单一参数分析的基础上,赵浩江等^[4]研究发现散射体和基体的弹性模量比与密度比对声子晶体薄板的带隙有极大影响。张昭等^[5]的研究则表明,当散射体与基体弹性模量比处于不同数量级时,材料弹性模量对带隙的影响会有很大差别。本文不仅研究散射体周长、旋转角等单一参数对带隙的影响,而且研究在弹性模量比、密度比与填充率等多参量影响下的带隙特性,为接下来进行带隙减振设计提供更为全面的理论依据。

收稿日期:2017-12-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51279148)

作者简介:姜超君(1993-),男,浙江省衢州市人,硕士研究生,主要研究方向为振动与噪声控制。

通信作者:向阳,女,教授,博士生导师。

E-mail: yxiang@whut.edu.cn

相比带隙特性分析,目前关于声子晶体应用的研究成果较少。在已公开报道的文献中,Sorokin等^[6]将充液管路系统设计成沿轴向阵列分布的几何周期结构,在“波阻带”频率范围内有效抑制了振动能量,但阻抑频段较窄,综合减振效果并不理想;魏振东等^[7]基于带隙理论设计了舰船液压管路支承隔振器,在中高频段内获得了良好的轴向减振性能,但低频减振效果一般。陈圣兵等^[8]设计了新型局域共振模型,可通过改变分流电路参数进行带隙的主动调控,但调控范围集中于中高频,且目前仍未能运用于实际结构中。本文提出将声子晶体薄板作为黏弹性夹层的应用方案,首先以典型船用离心泵为研究对象,根据其激励特性,设计以铅为散射体、硅橡胶为基体的声子晶体薄板,并将其插入离心泵基座以下的内底板中。通过对离心泵所在的舱段结构进行数值实验,验证了利用声子晶体薄板的带隙特性,可有效阻抑振动的传递,降低舱段结构的振动响应。本文所提方案不只局限于船用离心泵,对其他动力设备的减振设计同样有借鉴意义。

1 带隙计算理论和算例分析

1.1 有限元方法基本理论

有限元法可计算各种形状声子晶体的能带结构,且收敛性好,故已成为研究带隙的重要方法。通过对单个晶胞进行网格划分,根据有限元理论,在XY方向上单个晶胞内特征方程的离散形式为

$$\mathbf{K}v = \omega^2 \mathbf{M}v \quad (1)$$

其中: \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 分别为刚度矩阵和质量矩阵; v 是整体位移幅度列阵。声子晶体中传播的弹性波为Bloch波^[9],将Bloch定理应用于每个单元,则原胞中任一点所在单元的节点位移为

$$u_i^e = \begin{Bmatrix} u_{ix}^e \\ u_{iy}^e \end{Bmatrix} = v_i^e e^{i(k_x x_i + k_y y_i - \omega t)} = \begin{Bmatrix} v_{ix}^e \\ v_{iy}^e \end{Bmatrix} e^{i(k_x x_i + k_y y_i - \omega t)} \quad (2)$$

其中: k 是波矢, $k=(k_x, k_y)$, k_x 与 k_y 分别为 x 、 y 方向上的波数; i 为单元结点数,按网格划分类型取值, v_i^e 为位移幅度向量,具有和声子晶体相同的平移周期性, v_{ix}^e 与 v_{iy}^e 分别为结点 i 在 x 、 y 方向上的位移幅度分量; ω 为圆频率, t 为时间。将式(2)作为边界条件,求解式(1)中每个波矢所对应的特征值,即可得到声子晶体的能带结构。

1.2 带隙计算

以正方形晶胞为研究对象,晶格常数 $a=0.01$ m,散射体边长 $l=0.004$ m。散射体材料为铅,基体材料为硅橡胶,材料参数如表1所示。

表1 基体/散射体材料参数

材料	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	弹性模量/GPa	泊松比
铅	11 600	40.8	0.369
硅橡胶	1 180	1.18×10^4	0.469

仅考虑二维平面内的振动,采用有限元法进行能带结构计算。计算所得能带结构如图1所示。

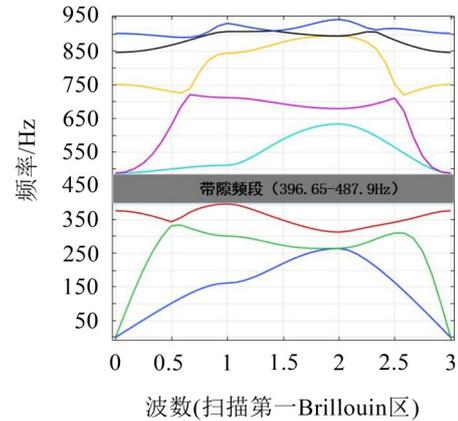


图1 能带结构图

可见在396.65 Hz~487.9 Hz频段内不存在任何频率与波矢对应,故该频段是弹性波无法传递的带隙区域。

在COMSOL中建立上述晶胞组成的周期结构模型,于结构左侧施加沿 x 轴方向的边界载荷并进行响应计算,如图2所示。

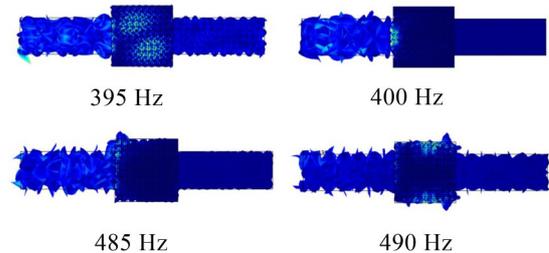


图2 各激励频率下的振动响应

当激励频率落在计算带隙外,振动可顺利通过周期结构,而一旦激励频率落入带隙,振动被阻抑于结构一侧。这说明声子晶体结构在带隙内拥有优异的阻振性能。

2 带隙特性分析

2.1 散射体周长与旋转角度对第一完全带隙的影响

沿用上节晶胞,保持其他参数不变,使正多边形散射体边数 n 增加。可见当填充率不变时,散射体边数 n 越大,周长越小。计算得到第一完全带隙随散射体周长的变化曲线如图3所示。可见当散射体周长减小,带隙起始频率逐渐下降并趋于稳定,截止频率总体呈下降趋势,可当散射体边数由4增加为5

时,截止频率上升,带隙宽度呈现出同样的变化趋势。这似乎与文献[5]中带隙宽度随着正多边形散射体边数增加而增加的结论相悖。

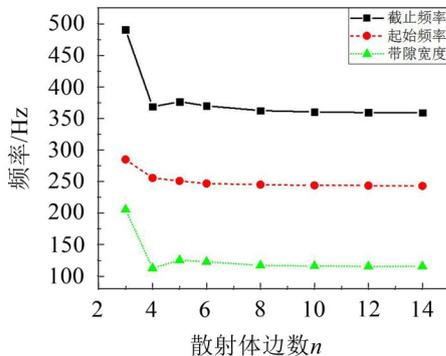


图3 散射体周长对带隙的影响

现对散射体为正方形的晶胞进行分析,其他参数不变,计算了散射体相对基体转过不同角度时晶体的带隙,结果如图4所示。

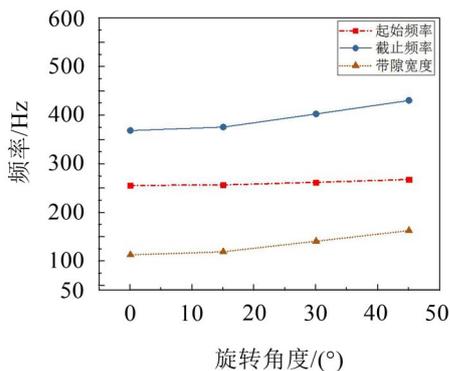


图4 散射体旋转角度对带隙的影响

可见起始、截止频率均随旋转角增大而增加,而截止频率增幅更大,因此带宽增加。以散射体旋转角为45度时的带宽为前述讨论的结果,则与文献[5]的结论相符。可见带隙特性不仅和散射体周长有关,还与其旋转角有关,一方面散射体周长增加,增加了散射体与周围介质的接触面积,使相邻晶胞间反射波的同相叠加效应增强,带隙增加;另一方面对于某些形状的散射体,增加其旋转角可减小相邻晶

胞中散射体的间距,加强结构中的反射现象,增加了带隙。

2.2 散射体填充率对第一完全带隙的影响

设散射体(A材料)密度 $\rho_A = 8\,000\text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E_A = 200\text{ GPa}$,泊松比 $\mu_A = 0.34$;基体(B材料)密度 $\rho_B = 1\,000\text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E_B = 2\text{ GPa}$,泊松比 $\mu_B = 0.45$ 。晶胞形状为正方形,晶格常数 $a = 15.5\text{ mm}$,散射体为圆形,半径为 r ,晶胞填充率 $f = \pi r^2 / a^2$,故可通过改变散射体半径来调整填充率。其他参数不变,提高散射体的弹性模量 E_A 使 E_A/E_B 处于不同数量级,并计算各数量级下第一完全带隙随填充率(散射体半径)的变化,计算结果如表2所示,图5为相应带隙宽度的变化曲线。

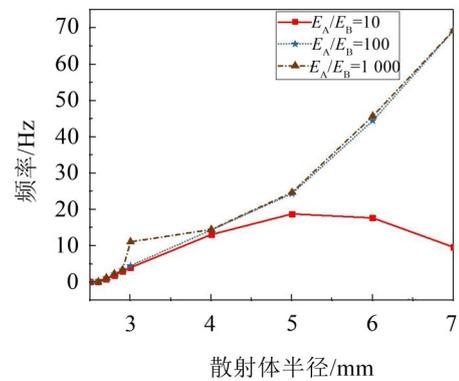


图5 E_A/E_B 不同时填充率对带隙宽度的影响

可见当 $E_A/E_B = 10$ 时,填充率增加,起始频率先降低后增加,截止频率先增加后降低,带隙宽度则呈现出先增加后减少的变化趋势;而当 $E_A/E_B = 100$ 和 $E_A/E_B = 1\,000$ 时,填充率增加,带隙起始频率和截止频率均增加,带隙宽度逐渐增加。当填充率一定时, E_A/E_B 的数量级越大,带隙宽度越大,而对于 $E_A/E_B = 100$ 和 $E_A/E_B = 1\,000$,二者带隙宽度的变化曲线基本重合,说明当 E_A/E_B 较大时,通过增加弹性模量差别来扩大带宽的方法将收效甚微。对于填充率,一方面填充率增大,散射面积增加,拓宽了带隙宽度,可当填充率增大到一定程度时,相邻散射体间的相互作用增

表2 E_A/E_B 不同时填充率对带隙的影响/kHz

散射体半径 r/mm	$E_A/E_B = 10$		$E_A/E_B = 100$		$E_A/E_B = 1\,000$	
	起始频率	截止频率	起始频率	截止频率	起始频率	截止频率
2	42.8	42.8	43.4	43.4	43.4	43.4
3	39.6	43.7	40.0	44.4	36.6	47.7
4	34.8	47.9	35.9	50.3	36.0	50.5
5	35.9	54.7	37.4	61.7	37.5	62.2
6	38.5	56.1	40.8	85.2	41.0	86.7
7	43.0	52.6	48.7	118.0	49.4	118.7

强,导致带隙宽度变小,而较大的弹性模量差别能减弱这种相互作用。故采用较大弹性模量差别和较高填充率的晶胞,有利于拓宽带隙。

现保持其他参数不变,提高散射体的密度 ρ_A 使 ρ_A/ρ_B 处于不同数量级。计算各个数量级下,第一完全带隙随填充率的变化,计算结果如表3所示。图6为相应带隙宽度的变化曲线。

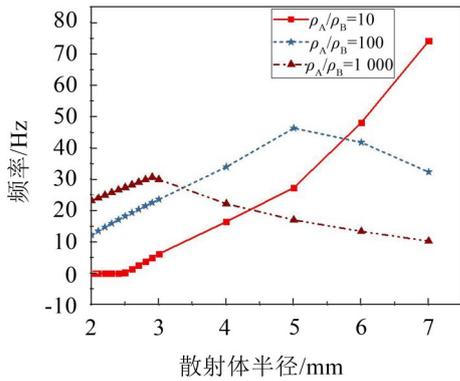


图6 ρ_A/ρ_B 不同时填充率对带隙的影响

可见当散射体与基体密度比处于不同数量级时,随着数量级的增大,带隙起始、截止频率都降低,带隙往低频移动。 $\rho_A/\rho_B = 10$ 时,当填充率增加,带隙起始频率和截止频率增加,带隙宽度增大; $\rho_A/\rho_B = 100$ 和 $\rho_A/\rho_B = 1000$ 时,当填充率增加,带隙起始频率逐渐降低,当填充率达到一定值后又开始增加,而截止频率则先升高,当填充率达到一定值后开始降低,带隙宽度呈现出与截止频率相同的变化

表3 ρ_A/ρ_B 不同时填充率对带隙的影响/kHz

散射体半径 r/mm	$\rho_A/\rho_B=10$		$\rho_A/\rho_B=100$		$\rho_A/\rho_B=1000$	
	起始频率	截止频率	起始频率	截止频率	起始频率	截止频率
2	41.9	41.9	18.8	31.1	6.05	29.2
3	36.9	43.2	13.1	36.7	4.18	34.1
4	32.4	48.9	10.6	44.6	3.37	25.6
5	33.6	60.9	10.9	57.2	3.44	20.5
6	36.5	84.7	11.7	53.5	3.71	17.1
7	43.6	117.8	13.9	46.3	4.41	14.7

趋势,且密度比的数量级越大,带隙宽度开始减小时所对应的填充率越小。所以采用高填充率和低密度比有利于增加带宽,但密度比减小会使带隙向高频移动,不利于声子晶体在低频减振中的应用。

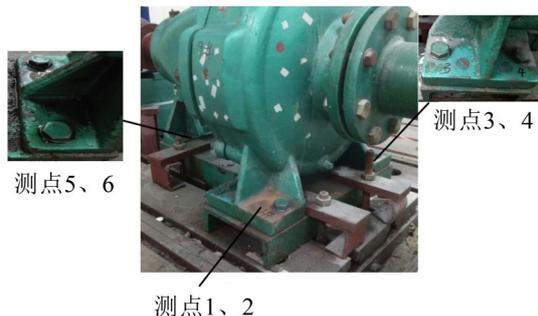
3 声子晶体薄板的减振应用研究

离心泵是现代舰船的主要辅机设备,其工作时产生的低频振动由基座传至内底板,最后到达外壳,是水下辐射噪声的来源之一,故控制离心泵低频振动对提高舰船隐身性有重要意义。本文以IS100-65-315单级单吸卧式离心泵为研究对象,为分析其激励特性,搭建试验测量台架测取离心泵在额定流量(50 m³/h)下的机脚振动加速度,测量台架和测点位置如图7所示。

提取最后两个叶轮旋转周期内的振动数据并进行傅里叶变换,得到0~400 Hz范围内离心泵机脚加速度频谱图,图8为1号、3号、5号测点处提取到的加速度频谱。可见离心泵三个机脚的激励在25 Hz、150 Hz及290 Hz附近出现峰值,且290 Hz处激励最大,故本文对该频率处的振动进行控制。近年来针对低频减振已发展出许多新型的局域共振结构,如Meij^[10]根据局域共振机理设计的声学超材料可在100 Hz~1 000 Hz频段内利用可调控的带隙进行减振降噪。但目前许多新型局域共振结构存在着工艺复杂、带隙范围窄等问题,尚未能应用于实际工程结构。而本文所研究的离心泵,其机脚振级峰值



(a) 离心泵测量台架



(b) 测点布置图

图7 实验测量示意图

出现在特定频段且较为集中,采用结构较为简单的传统局域共振结构便能达到控制峰值频率点处振动的目的,并可降低应用成本。因此结合前文带隙分析,本文以铅为散射体、硅橡胶为基体设计声子晶体减振薄板,基体与散射体均为正方形,晶格常数为60 mm,散射体边长为45 mm,相对基体无旋转。通过计算知其带隙频率为266.79 Hz~533.2 Hz,能够对离心泵290 Hz频率附近的振动进行有效控制。

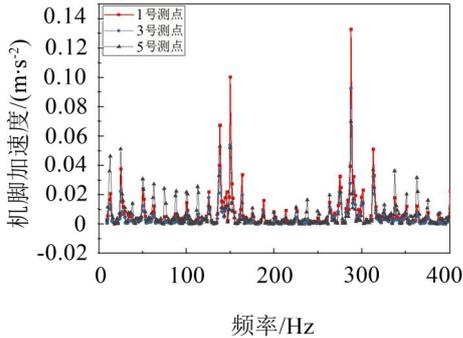
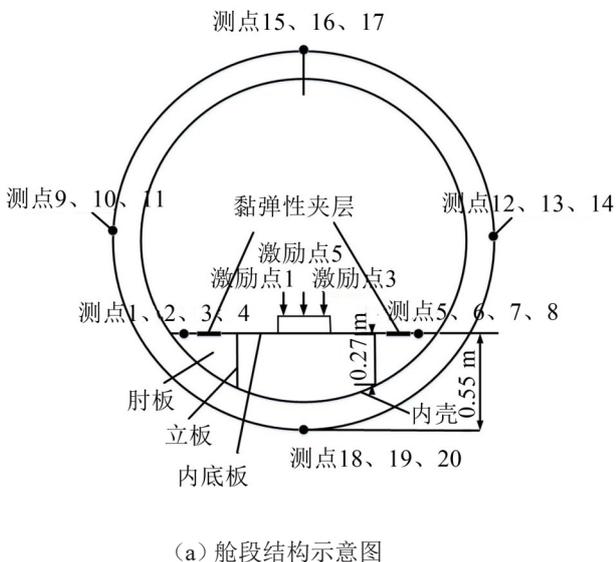


图8 离心泵机脚振动加速度频谱图

将上述晶胞组成的声子晶体薄板作为黏弹性夹层应用于舱段结构,并进行减振效果的数值验证计算。本文以文献[11]中的舱段结构为验证模型并沿母线方向进行了一定的缩减。缩减后的舱段结构尺寸如下:长为2.6 m;外壳直径为2.4 m,厚为0.006 m;内壳直径为2 m,厚为0.010 m;实肋板厚为0.008 m,肋距为0.65 m;内底板厚为0.005 m;立板、肘板厚为1.2 mm;基座面板厚为0.008 m。结构材料均为钢材。声子晶体薄板由晶胞按5×20的形式排列而成,插入舱段内底板。为综合考察结构的振动响应特性,在内底板和舱段外壳上选取了20个测点。图9所示为舱段结构及测点布置的示意图。



(a) 舱段结构示意图

将测得的离心泵机脚激励垂直施加于基座面板上,在20 Hz~400 Hz频段内对整个舱段进行谐响应计算。对于内底板上8个测点以及外壳上12个测点处的位移响应值,按下式计算平均振动响应位移级。

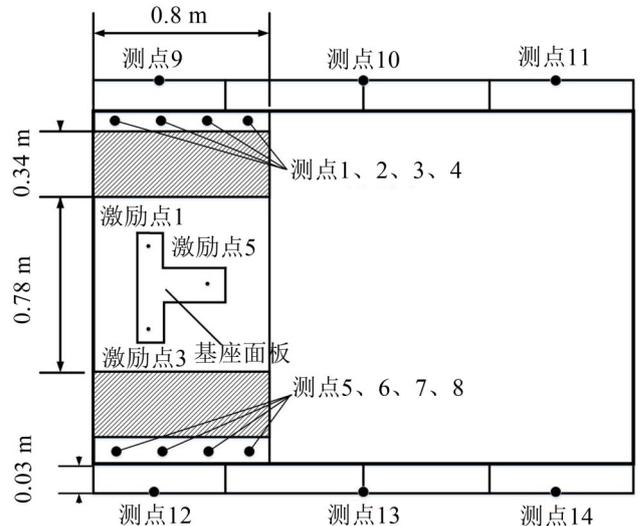
$$\bar{L}_a = 10 \log \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{L_{ai}/10} \right] \quad (3)$$

其中 L_{ai} 为各测点振动位移级,减振前后内底板与外壳平均振动位移级频响曲线如图10所示。

可见将硅橡胶插入内底板后,在所分析频段内,舱段内底板与外壳的平均位移响应均有不同程度的下降。据文献[11]之结论,黏弹性夹层材料的弹性模量越小,阻振效果越好,故拥有较小弹性模量的硅橡胶是理想的黏弹性夹层材料。而在硅橡胶中插入铅条组成拥有带隙特性的带隙夹层后,内底板和外壳的位移响应分别从285 Hz和280 Hz开始有进一步的衰减。且在290 Hz频率处,原舱段内底板和外壳的响应位移级分别为66.08 dB和38.18 dB,插入带隙夹层后则分别降为51.16 dB和16.26 dB,说明在内底板中插入带隙夹层,舱段结构在290 Hz这一激励峰值频率处的振动得到了有效控制。

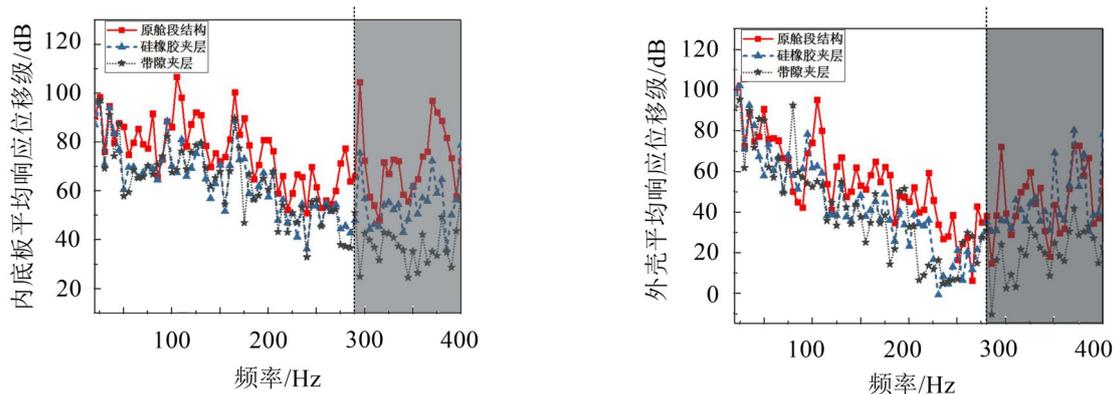
但此处带隙开始作用的频率和前文计算得到的起始频率(266.79 Hz)有一定偏差,这是因为进行能带结构计算时,已对单个晶胞依据Bloch定理施加了周期性条件,故能带结构的计算模型相当于无限结构,而进行响应验证时的声子晶体薄板是有限结构,且宽度方向的晶胞个数较少(5个),结构易产生表面局域现象,使得带隙范围内出现衰减较小的透射波。这反映在频响曲线上,就会出现减振作用频率和计算带隙频率不一致的情况。

此外,在带隙作用范围(图中灰色区域)内,舱段



(b) 测点布置示意图

图9 舱段结构与测点布置示意图



(a) 内底板平均振动位移级频响曲线

(b) 外壳平均振动位移级频响曲线

图10 减振前后结构位移级频响曲线

外壳振动位移响应的衰减程度不及内底板。这是因为带隙夹层虽阻抑了内底板中的振动传递,但振动仍可沿着立板与腹板传至外壳,引起外壳振动。且在带隙范围以外,舱段外壳的振动位移响应的衰减较少,所以仅在内底板中插入带隙夹层是不够的,还应配合使用其他减振措施,如施加阻振质量、隔振器等,对带隙以外的振动响应加以控制,从而获得更为理想的减振效果。

4 结语

本文首先对二维二组元声子晶体带隙特性进行了分析,接着针对典型船用离心泵的激励特性,设计了以声子晶体薄板作为黏弹性夹层的减振方案,并通过数值实验考察了该方案的减振效果。主要结论如下:

(1) 第一带隙宽度随着散射体周长的增加而增加;对于正方形散射体,其带隙还受散射体旋转角的影响,当旋转角增加,第一带隙增加;

(2) 散射体与基体弹性模量比处于不同数量级时,填充率对带隙特性的影响会有很大差别。当填充率增加,第一带隙宽度先增加,可当填充率增加到一定程度,相邻晶胞间的相互作用会加强,反而使得带隙宽度减小。当弹性模量比较大时,这种相互作用的影响会减弱,使带隙宽度随填充率的增加而继续增加;

(3) 采用较低数量级的密度比可增加第一带隙宽度,但密度比减小会使带隙向高频移动,不利于其在低频减振中的应用;

(4) 将声子晶体薄板作为黏弹性夹层插入内底板,在带隙作用范围内可有效阻抑振动传递,降低舱段内底板和外壳的振动响应。但为了控制带隙以外的振动响应,仍应配合使用其他减振措施,方可获得更为理想的减振效果。

参考文献:

- [1] 张研,韩林,蒋林华. 声子晶体的计算方法与带隙特性[M]. 北京:科学出版社,2014:1.
- [2] HUANG J, YIN J, ZHANG S. Propagation properties of elastic waves in a stacking composite material like nacre [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(24): 88-128.
- [3] 温激鸿. 声子晶体振动带隙及减振特性研究[D]. 长沙:国防科技大学,2005.
- [4] ZHAO H J, LIU R Q, GUO H D, et al. Effects of material parameters on flexural vibration band gaps of thin phononic crystals plates[J]. *Journal of Synthetic Crystal*, 2014, 43(11): 2846-3851.
- [5] 张昭,韩星凯,苏开创,等. 基于声子晶体带隙特性的薄板减振设计[J]. *人工晶体学报*, 2016, 45(4): 872-879.
- [6] SOE KNUDSEN A, SOROKIN S V. Modelling of linear wave propagation in spatial fluid filled pipe systems consisting of elastic curved and straight elements[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010(329): 5116-5142.
- [7] 魏振东,李宝仁,杜经民,等. 基于声子晶体理论的舰船液压管路支承用隔振器轴向振动带隙特性研究[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(15): 91-97.
- [8] 陈圣兵,王刚. 可调谐局域共振梁带隙模型改进[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(14): 121-125.
- [9] XIN NING, SERGIO PELLEGRINO. Bloch wave bucking analysis of axially loaded periodic cylindrical shells[J]. *Computers and Structures*, 2016, 177: 114-125.
- [10] MEI JUN, MA GUANGCONG, YANG MIN, et al. Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound[J]. *Nature Communications*, 2012, 3 (3): 756-762.
- [11] 计方,路晓东,姚熊亮. 船体结构粘弹性夹层阻抑振动波传递特性研究[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2012, 20 (3): 464-471.