文章编号:1006-1355(2018)03-0141-04+156

# 基于动柔度法的轨道高架桥橡胶垫减振性能研究

宋 瑞[1,2],刘林芽[1],徐 斌[2],刘全民[1],秦佳良[1]
(1. 华东交通大学 铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心,南昌 330013;
2. 南昌工程学院 土木与建筑工程学院,南昌 330099)

**摘 要**:为探讨下橡胶垫对桥梁减振效果,基于动柔度法建立车辆-轨道-桥梁耦合的垂向动力学模型,车辆考虑1/8轮对系统,只考虑一系弹簧阻尼计算车轮动柔度,钢轨看作无限长Timoshenko梁,桥梁简化为简支的Euler梁,扣件系统、橡胶垫用线性弹簧阻尼单元模拟,联合车轮动柔度、钢轨动柔度和线性接触动柔度计算频域轮轨力并施加到钢轨上,计算钢轨、道床板、桥梁的动力响应。采用振动加速度级、加速度级插入损失和Z振级插入损失评价橡胶垫的减振效果,结果表明,采用橡胶垫后钢轨振动响应略有增大,Z振级插入损失为–0.81 dB,道床板振动响应大幅增加,Z振级插入损失为–10.3 dB,桥梁的振动响应减小明显,Z振级插入损失为:15.6 dB,计算结果表明橡胶垫能有效的降低桥梁结构振动,相关的研究为桥梁的减振降噪提供了一定参考。

**关键词**:振动与波;高架桥;橡胶减振垫;动柔度法;振动加速度级;插入损失
**中图分类号**:U260.331+.5 文献标志码:A **DOI**编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2018.03.027

# Study on Vibration Reduction Performance of Rubber Pads of Track Viaducts based on Dynamic Compliance Method

*SONG Rui* [1,2], *LIU Linya* [1], *XU Bin* [2], *LIU Quanmin* [1], *QING Jialiang* [1]
(1. Engineering Research Center of Railway Environment Vibration and Noise, Ministry of Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;
2. College of Civil Engineering and Architecture, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China)

**Abstract :** In order to study the vibration reduction effect of rubber pads under cement or asphalt layers of viaducts, the vertical dynamic model of vehicle-track-bridge coupling is established based on dynamic compliance method. Only 1/8 of the wheel-pair system of the vehicle and the primary suspension are considered. The rails are regarded as infinitely long Timoshenko beams and the bridge is simplified as a simply supported Euler beam. The fastener system, cement or asphalt layer and the rubber pads are simplified as a linear spring-damping system. The wheel-rail contact force is calculated in frequency domain using the wheel dynamic compliance, rail dynamic compliance and linear contact compliance. This contact force is then applied to the rail to calculate the dynamic responses of the rail, track sleeper panels and the bridge. The vibration reduction effect of the rubber pads is evaluated by the vibration acceleration level, the acceleration level insertion loss and the Z-level insertion loss. The results show that the vibration response of the rail is slightly increased after the rubber pads are installed and the insertion loss of the Z-level is–0.81 dB; the vibration response of the track sleeper panel increases significantly and the Z-level insertion loss is–10.3 dB; the vibration response of the bridge decreases obviously and the Z-level insertion loss is 15.6 dB. The calculation results show that the rubber pads can effectively reduce the vibration response of the bridge structure. The relevant research provides a reference for vibration and noise reduction of bridges.

**Keywords :** vibration and wave; viaduct; rubber absorber pad; dynamic compliance method; vibration acceleration level; insertion loss

近10年来,我国的轨道交通得到飞速发展,铁路环境问题也越来越受到关注,其中以振动问题受居民投诉最多。为了减少铁路振动对周围环境的影响,国内外学者做了大量研究工作,其中一部分措施应用于某些工程项目中,取得了一定的减振效果[1–6]。

橡胶是一种柔性材料,它的刚度较低,在一定的频率范围内具有较好的隔振效果,在机械船舶等领域应用较为广泛。近年来,国内外一些学者开始关注采用橡胶垫进行轨道交通领域的减隔振设计。于

**收稿日期**:2017-09-22
**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(51578238;51608201)
**作者简介**:宋瑞(1981–),男,江西省吉安市人,博士生,主要研究方向为轨道交通振动与噪声。
**通信作者**:刘林芽(1973–),男,江西省樟树市人,教授,从事轨道交通振动与噪声研究。
E-mai1: lly1949@163.com

鹏等[7]研究了减振垫刚度等参数对结构振动的影响，减振垫的刚度越低，其隔振性能越好。王志强等[8]通过轨道静态锤击实验和列车运营状态下振动测试，在20 Hz～400 Hz范围内，道床平均加速度振级减少24.4 dB。金浩等[9]探讨梯式轨道的减振垫铺设方式对减振性能的影响。辛涛等[10]针对减振垫不同的位置进行优化，认为减振垫设置在底座板下具有更好的减振效果。对于橡胶垫的使用，在轨道交通使用范围，较多地应用于地铁等项目中，工程实践表明采用橡胶垫具有较好的减振效果，但是应用在桥梁结构中不多，其主要原因是振动通过桥梁、桥墩、基础等构件再传递到地面上，振动衰减较大，对桥梁结构振动的影响关注不多。近年来随着城市轨道交通迅速发展，一部分地铁项目建设在地面高架桥上，由桥梁结构振动引起的噪声得到很大关注。与普通路面轨道相比，高架轨道交通15 m处总噪声级较地面上的平顺线路大10 dB或更多。其原因主要是车辆-轨道耦合振动并通过底座等构件向下传递能量，引起高架桥振动并辐射结构噪声[11]。采用橡胶垫降低桥梁结构振动是一种有益的探索。赵才友等[12]在成都-都江堰高速铁路上铺设了200 m长的橡胶减振垫试验段，与未铺设橡胶垫的对比研究，桥梁的最大加速度降低了63.3 %。易强等[13]采用减振垫降低了桥梁结构噪声，但是增大了轮轨噪声，利用减振垫加声屏障组合方式来降低轮轨桥噪声。

本文基于车辆、轨道、桥梁解析模型，利用动柔度法分别计算车辆和轨道（包含桥梁）的动柔度，建立了频率域的车辆-轨道-桥梁耦合模型，得到桥梁结构频域轮轨力并施加到钢轨上，计算得到输入到各子系统中的功率和结构的动力学响应，对比铺设橡胶垫和未铺设橡胶垫两种工况，采用三个评价指标即振动加速度级、加速度级插入损失以及Z振级插入损失来评价橡胶垫的减振效果，相关的研究成果可以定量得到橡胶垫的减振效果，为采用橡胶垫降低城市轨道交通的振动和噪声提供一定的参考。

# 1 车辆-轨道-桥梁耦合动力学模型

## 1.1 车辆模型

考虑一系悬挂的1/8集总参数车辆模型，通过线性化的Hertz接触弹簧与轨道相互垂直作用。频域模型只能采用线性化轮轨接触刚度。不考虑车轮之间的相互影响，只计算单轮作用下的响应。轮轨力由车轮踏面和钢轨表面的不平顺的相对位移所激励产生，由于列车速度远小于行波传播速度，忽略车轮沿钢轨运动，代之以一个“移动的激励”拖动粗糙“带”通过轮轨间隙[14]。轮轨动态力表示为

$$F_c = \frac{R}{\alpha_W + \alpha_C + \alpha_T} \tag{1}$$

式中：$\alpha_W$、$\alpha_C$、$\alpha_T$分别表示为车轮、接触弹簧、钢轨的动柔度，即单位简谐载荷在其作用位置处引起的稳态位移响应。$R$为车轮和轨道的联合不平顺。

本文主要研究的是10 Hz以上频段的结构振动，二系悬挂通常在1 Hz左右。因此车辆模型中不考虑二系悬挂系统。1/8集总参数车辆模型自上而下依次为1/4转向架、一系悬挂和车轮。车轮动柔度表示为[15]

$$\alpha_W = \frac{X_W}{F} = \frac{k_1 + \mathrm{i}\omega c_1 - m_b\omega^2}{m_b m_\omega \omega^4 - (k_1 + i\omega c_1)\ (m_b + m_\omega)\,\omega^2} \tag{2}$$

式中：$x_b$和$x_\omega$分别为转向架和车轮的垂向位移，$m_b$和$m_\omega$分别为转向架和车轮(及其上非悬挂部件)的质量；$c_1$和$k_1$分别为一系悬挂的阻尼和刚度系数。轮轨接触弹簧的柔度为$\alpha_C = 1/k_H$，$k_H$为弹簧线性化接触刚度。车辆-轨道-桥梁分析模型如图1所示。

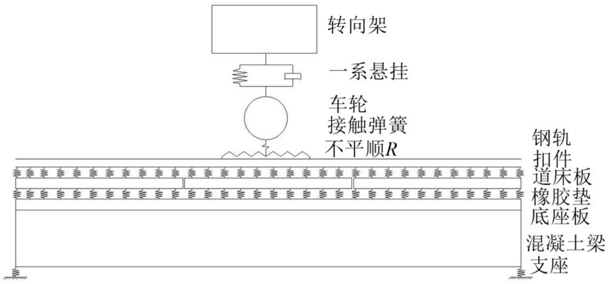



图1 车辆-轨道-桥梁分析模型

## 1.2 钢轨-道床板-桥梁动柔度模型

钢轨采用无限长的Timoshenko梁模拟，其动柔度函数可表示为[16]

$$\alpha\ (z_1, z_2)\ = B_1 e^{k_1|z_1 - z_2|} + B_2 e^{k_2|z_1 - z_2|} \tag{3}$$

其中：$B_1$、$B_2$、$k_1$、$k_2$为与钢轨参数有关的系数。

$\alpha\ (z_1, z_2)$表示在$z_2$位置施加单位荷载引起$z_1$位置处的位移。钢轨主要承受上部车轮荷载以及下部扣件荷载，其运动方程为

$$Y_r(z) = \sum_{w=1}^{Nw} \alpha_r(z, z_w) P_w - \sum_{i=1}^{Nf} \alpha_r(z, z_i) K_r (Y_{ri} - Y_{si}) \tag{4}$$

其中：$P_w$为轮轨力，$K_r$为扣件弹簧刚度，$Y_{ri} - Y_{si}$为扣件绝对变形量。一跨桥梁上有若干个道床板，其动柔度可以表示为

$$\begin{bmatrix} \alpha_{s1} & & & \\ & \alpha_{s2} & & \\ & & \cdots & \\ & & & \alpha_{sn} \end{bmatrix}$$

其中：$\alpha_{s1}$为一块道床板的两端自由Euler梁动柔度，可采用模态叠加法计算，其动柔度可表示为

$$\alpha_{s1}(z_2, z_1) = \sum_{n=1}^{NMS} \frac{W_{sn}(z_2) W_{sn}(z_1)}{(1 + i\eta_s)\,\omega_{sn}^2 - \omega^2} \tag{5}$$

其中：$W_{sn}$为Euler梁的第$n$阶振型函数，则道床板的

运动方程可表示为

$$Y_s(z)=\sum_{i=1}^{Ni}\alpha_s(z,z_i)K_r(Y_{ri}-Y_{si})-\sum_{j=1}^{N_j}\alpha_s(z,z_j)K_s(Y_{sj}-Y_{bj}) \tag{6}$$

$K_s$为橡胶垫的弹簧刚度，$Y_{si}-Y_{bi}$为道床板绝对变形量。桥梁采用Euler梁模拟，其运动方程可以表示为

$$Y_b(z)=\sum_{i=1}^{Ni}\alpha_b(z,z_i)K_s(Y_{si}-Y_{bi})-\sum_{j=1}^{N_j}\alpha_b(z,z_j)K_zY_{bj} \tag{7}$$

$K_z$为桥梁橡胶支座的刚度。$\alpha_b$为桥梁的动柔度，可以采用模态叠加法求得。联合式(3)、式(6)、式(7)并组合成矩阵形式

$$\boldsymbol{K}\times\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{P} \tag{8}$$

其中：$\boldsymbol{K}$为由钢轨、道床板、桥梁组合的刚度矩阵，$\boldsymbol{Z}$为待求的结构位移矩阵，$\boldsymbol{P}$为结构的荷载矩阵。计算式(8)即可得出钢轨、道床板、桥梁各位置处的位移响应。其中钢轨中间点的位移响应即为考虑了道床板和桥梁刚度的钢轨动柔度。

### 1.3　功率流模型

利用前面计算得到的车轮动柔度，钢轨动柔度以及轮轨接触动柔度得到总动柔度，代入式(1)即可以求出不平顺$R$激励下频域轮轨力$F_r(\omega)$。将频域轮轨力代入式(8)中可以求出结构不平顺激励下的位移响应$Z(\omega)$，则结构的速度响应表示为$V(\omega)=i*\omega*Z(\omega)$，钢轨-道床板和道床板-桥梁之间的内力为$F_{rs}(\omega)=K_r*(Z_r(\omega)-Z_s(\omega))$

$$F_{sb}(\omega)=K_s*(Z_s(\omega)-Z_b(\omega)) \tag{9}$$

根据功率流的定义公式，传递到钢轨和桥梁中的功率流分别为

$$P_r=\frac{1}{2}\mathrm{Re}(F_{rs}(\omega)*V_r^*(\omega))$$

$$P_b=\frac{1}{2}\mathrm{Re}(F_{sb}(\omega)*V_b^*(\omega)) \tag{10}$$

式中：Re表示取实部运算，*表示共轭运算。

## 2　结构模型及参数

计算结构模型参数参考文献[17]，桥梁为32 m单线混凝土简支箱梁，钢轨采用CHN60钢轨，底座板与桥面刚性连接，将底座板刚度和质量等效到桥梁结构中。本文不考虑接触弹簧的非线性，接触弹簧的刚度取为$1.31\times10^9$ N/m$^2$。模型计算参数如表1所示。

ISO3095：2005提供了具有较好平顺性的轨道不平顺谱，其不平顺幅值主要与波长有关，用式(11)表示为

$$20\log_{10}(\frac{r}{r_0})=\begin{cases}18.45\log_{10}^{\lambda}+27.20\lambda\geq0.01\\-9.70\lambda<0.01\end{cases} \tag{11}$$

表1　模型计算参数

| 系统构件 | 项目 | 数值 |
|---|---|---|
| 车辆 | 一系悬挂刚度 | 0.525 MN/m |
| | 阻尼系数 | 1.2E4 N·s/m |
| | 1/4转向架质量 | 700 kg |
| | 车轮质量 | 900 kg |
| 钢轨 | 截面面积 | $7.745\times10^{-3}$ m$^2$ |
| | 截面惯性矩 | $3.217\times10^{-5}$ m$^4$ |
| | 损耗因子 | 0.01 |
| 扣件 | 刚度 | 60 MN/m |
| | 损耗因子 | 0.25 |
| 橡胶垫 | 刚度 | 0.019 N/mm$^3$ |
| | 损耗因子 | 0.25 |
| 桥梁结构 | 截面惯性矩 | 5.757 m$^4$ |
| | 截面面积 | 4.416 m$^2$ |
| 橡胶支座 | 刚度 | 6 948 MN/m |
| | 损耗因子 | 0.25 |

其中：$r_0$代表参考粗糙度，$r_0$=$10^{-6}$ m，$r$代表粗糙度波长，与车辆速度和激励频率$\omega$有关，$\lambda=2\pi V/\omega$。

### 2.1　结构动柔度分析

利用表1中计算参数，分别求出车轮、轨道和桥梁动柔度如图2所示。

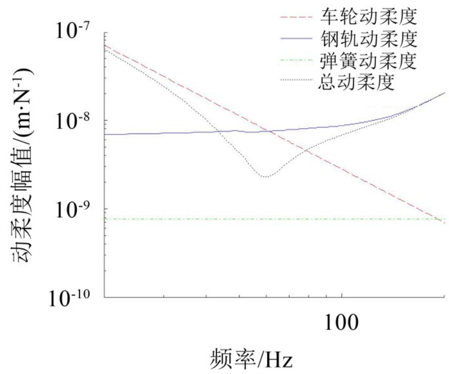



图2 结构动柔度

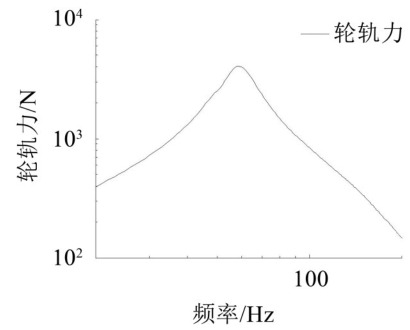



图3 频域轮轨力

从图中可以看出，接触弹簧的动柔度远小于钢轨的动柔度，车轮动柔度随着频率增大而减少，在10 Hz～30 Hz范围内车轮的动柔度其控制作用；钢

轨动柔度随着频率增加而缓慢增大，在100 Hz～200 Hz范围内钢轨动柔度起主要作用。在60 Hz附近，车轮和钢轨动柔度幅值相等，相位相反，导致总动柔度出现极小值，该频率对应是车轮-钢轨系统的固有频率。将总刚度和轨道不平顺代入式(1)中即可以得到频域轮轨力如图3所示。

列车行驶速度为80 km/h。从图3中可以看出，钢轨扣件刚度为60 MN/m时，系统总动柔度在60 Hz附近最小，轮轨力在60 Hz存在最大值，且其峰值与峰值对应的频率随着钢轨扣件的增大而减少[14]。

### 2.2 输入功率

功率反映了结构中的能量大小，通过计算输入到各子结构中的功率，可以采用统计分析方法计算求得子系统的平均速度。图4为输入至钢轨、道床板、桥梁中的频率-功率曲线，从图中可以看出，三条曲线整体上呈现先增大后减少的趋势，钢轨在60 Hz附近输入功率最大，其原因主要是在这一频率段轮轨力最大。

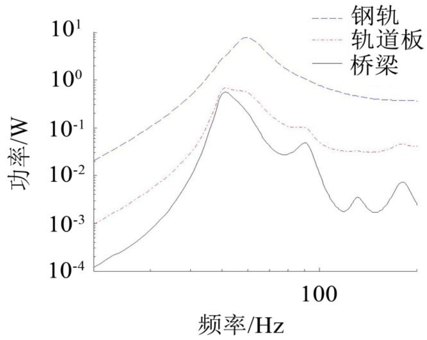



图4 输入至各构件中的功率

而道床板和桥梁的最大输入功率对应的频率为50 Hz。随着频率增大，在100 Hz以后，输入至钢轨中的功率变化比较平稳，而输入至道床板和桥梁中的功率随着频率的增大而迅速的减少，且输入至桥梁的功率较输入至道床板中的功率衰减更快，这是由于橡胶减振垫的阻尼远大于钢轨阻尼，随着频率的增大，更多的能量被橡胶垫的阻尼所消耗，导致传递到桥梁中的功率迅速降低。

## 3 橡胶垫隔振效果评价

### 3.1 评价标准

#### 3.1.1 振动加速度级

振动加速度级计算式为

$$VL = 20\log\frac{a}{a_0} \tag{12}$$

式中：$a$为钢轨、道床板或桥梁振动加速度，$a_0$为参考振动加速度，取$a_0 = 10^{-6}\mathrm{m/s^2}$。

#### 3.1.2 插入损失

插入损失计算式为

$$IL = VL_a - VL_b \tag{13}$$

式中：$VL_a$为未考虑橡胶减震板工况下，各构件振动加速度级，$VL_b$为考虑胶减震板工况下，各构件振动加速度级。

#### 3.1.3 Z振级插入损失

构件垂向Z振级定义为

$$VL_z = 20\log(a'_{\mathrm{rms}}/a_0) \tag{14}$$

其中：$a'_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\sum a_{f\mathrm{rms}}^2 \times 10^{0.1*c_f}}$，$a_{f\mathrm{rms}} = [\frac{1}{T}\int_0^T a_f^2(t)\mathrm{d}t]^{1/2}$

$a_0$为基准加速度，取$a_0 = 10^{-6}\mathrm{m/s^2}$，$a_{f\mathrm{rms}}$表示频率为$f$的振动加速度有效值，$T$为振动测量时间，$c_f$为垂向振动加速度的感觉修正值，具体数值可参考规范ISO2631/1-1985。最后将是否考虑橡胶垫的两个Z振级相减，得到Z振级插入损失。

### 3.2 评价结果

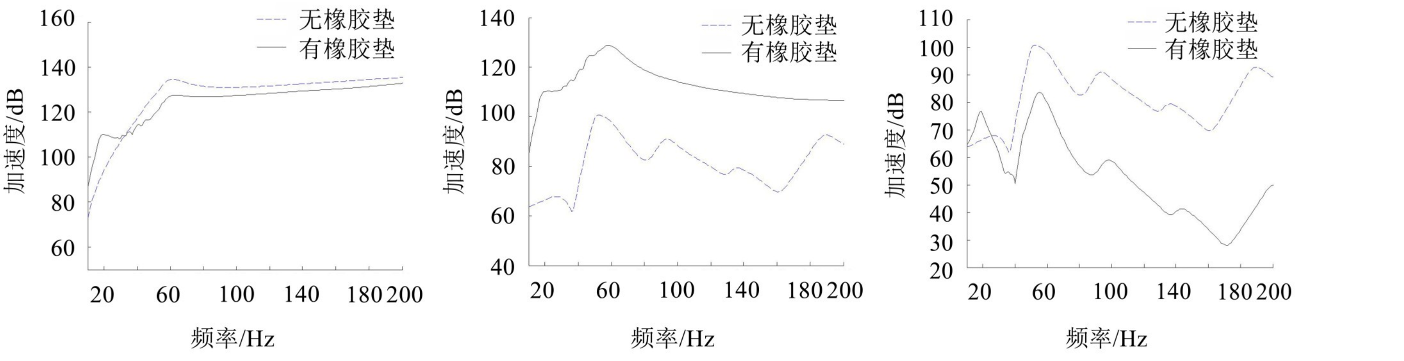
通过在道床板下铺设橡胶垫层，可以减少能量传递到桥梁结构中，降低桥梁的振动以及轨道两侧的环境振动，铺设橡胶层后以上结构轨道结构和桥梁的振动能量会出现重分配，因此要全面评价橡胶橡胶垫对车辆-轨道-桥梁系统的减振效果。由于振动对环境的影响主要在10 Hz～200 Hz范围，因此本文只对10 Hz～200 Hz范围的振动进行评价。

#### 3.2.1 振动加速度级

图5为钢轨、道床板、桥梁结构中部振动加速度级图，通过比较图5(a)可知，在10 Hz～35 Hz范围内，加上橡胶垫后钢轨的振动加速度级大于无橡胶垫工况，而在35 Hz～200 Hz范围内，有橡胶垫钢轨振动加速度级略小于无橡胶垫工况；通过图5(b)可知，使用橡胶垫会显著的增大道床板的振级加速度级，其主要原因是使用橡胶垫后，能量不能够通过橡胶垫有效的传递到桥梁结构当中，而是反射回道床板，由于扣件等弹性构件又有效地隔离了道床板将能量反传递给钢轨，导致道床板耗散大量的能量，表现为道床板的加速度级迅速增大；图5(c)为桥梁的振动加速度级比较图，从图中可以看出，30 Hz～200 Hz范围内，在采用橡胶垫后，桥梁的振动加速度级显著降低，且随着频率的增大，减振效果有增大的趋势，表明采用橡胶垫能有效隔离能量的传递，减少桥梁结构的振动。

#### 3.2.2 插入损失

利用前面得到的振动加速度级，有橡胶垫和无橡胶垫的结构加速度数值相减，得到钢轨、道床板和桥梁的插入损失，从图6中可以看出，钢轨的插入损




(a) 钢轨　　(b) 道床板　　(c) 桥梁

图5 结构振动加速度级

失随着频率的增加接近于0，在20 Hz附近最大，最大值为20.4 dB。

道床板的插入损失在10 Hz～200 Hz范围内均为负值，表示使用橡胶垫后道床板的振动级增加，在37 Hz附近插入损失最大,最大插入损失为－47.3 dB。桥梁的插入损失为正值，在180 Hz附近最大，最大值为47.6 dB，且随着频率的增大，插入损失有增大的趋势，表明使用橡胶垫能有效的降低桥梁结构的振动。

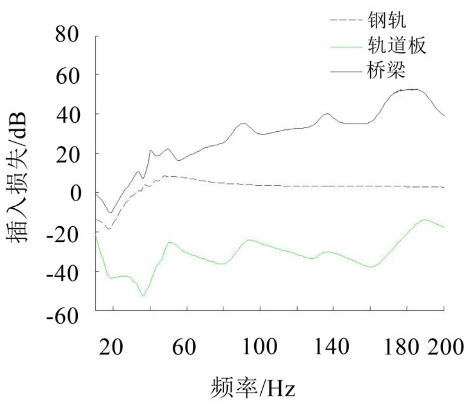



图6 结构中部构件插入损失

### 3.2.3 Z振级插入损失

根据公式3可以计算出加橡胶垫和不加橡胶垫两种工况下钢轨、道床板、桥梁中部的Z振级，两者的差值即为Z振级插入损失，如图7所示。

从图中可以看出，钢轨的Z振级插入损失为－0.81 dB，道床板的插入损失为－10.3 dB，桥梁的插入损失为15.6 dB。从另外一个参数上说明了安装橡胶垫后桥梁的具有较好的减振隔振效果。

## 4 结 语

通过动柔度法计算了频域轮轨力并施加到系统中得到钢轨、轨道、桥梁的振动响应，采用3个评价指标对橡胶垫的减振效果进行了评价。可以得到以下结论：

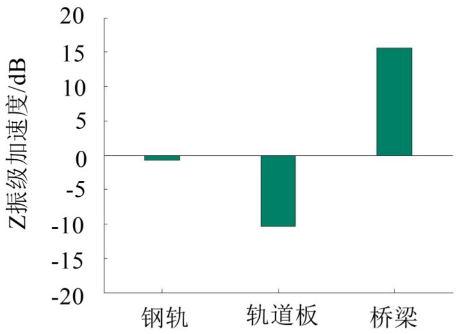



图7 构件Z振级插入损失

（1）采用橡胶垫后，钢轨的振动加速度响应小幅增大，最大加速度插入损失为20.4 dB，道床板振动加速度响应大幅增大，最大的插入损失为－47.3 dB，桥梁振动加速度响应减小，最大的插入损失为47.6 dB。

(2) 钢轨、道床板、桥梁的Z振级插入损失分别为－0.81 dB、－10.3 dB、15.6 dB，表明橡胶垫能有效地降低桥梁结构振动，采用橡胶垫的方法能够有效地抑制30 Hz以上频段的桥梁振动，为桥梁结构减振降噪提供了一个新思路。

**参考文献：**

[1] 陈建国，夏禾，曹艳梅. 高架轨道交通引起的环境振动影响分析与预测[J]. **工程力学**，2012，29(6)：293-299.

[2] LUTZ A. Dynamic behavior of slab tracks on homogenous and layered soils and the reduction of ground vibration by floating slab tracks[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2012, 138(8): 923-933.

[3] CAO ZHIGANG, CAL YUANQIANG, BOSTROM A, et al. Simi-analytical analysis of the isolation to moving-load induced ground vibrations by trenches on a poroelastic half-space[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2012, 331(4): 947-961.

（下转第156页）