

文章编号:1006-1355(2017)06-0001-06+11

随机路面激励下车辆垂向振动微分几何解耦控制

邓涛, 谭海鑫, 李志飞, 余浩源

(重庆交通大学 机电与车辆工程学院, 重庆 400074)

摘要:分析车辆悬挂与非悬挂质量动力学耦合机理,建立装备被动悬架的整车7自由度非线性模型,利用微分几何方法对该非线性模型受到随机路面激励时的垂向振动进行解耦分析。经过解耦的非线性系统成为独立的互不干扰的线性子系统,悬架簧上质量的振动不受路面激励的影响。进行解耦前后仿真对比分析,结果表明:解耦后的车身垂向加速度、车身俯仰角和侧倾角的振动幅值和频率大幅衰减,验证了解耦算法的有效性。

关键词:振动与波;车辆;垂向振动;微分几何;解耦;仿真

中图分类号:U463.33

文献标识码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2017.06.001

Differential Geometry Decoupling Control of Vehicle's Vertical Vibration under Random Road Excitations

DENG Tao, TAN Hai-xin, LI Zhi-fei, YU Hao-yuan

(School of Mechatronics & Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The dynamic coupling mechanism between vehicle's suspension mass and non-suspension mass is analyzed. The 7-DOF nonlinear model of vehicles with passive suspension is established. The vertical vibration of the nonlinear model under random road excitations is analyzed by means of the method of differential geometry. After the decoupling, the nonlinear system becomes several independent linear subsystems, and the vibration of the suspension spring mass is not affected by the excitations of road surface any more. The simulation results before and after decoupling are compared mutually. It is shown that after the decoupling, the amplitude and frequency of the vertical vibration, pitch vibration and roll vibration of the vehicle's body are greatly attenuated. And the effectiveness of the decoupling algorithm is verified.

Key words: vibration and wave; vehicle; vertical vibration; differential geometry; decoupling; simulation

虽然半主动、主动悬架具有优越的性能,并且逐渐得到广大汽车制造商的青睐,但由于半主动悬架要求执行机构的时滞小,这对车辆悬架执行机构的制造提出了很高的要求;而对于主动悬架的研究和开发才刚刚起步,制造成本高、结构复杂、能量消耗大等诸多难题还有待进一步解决^[1],所以国内主流车辆目前仍然采用被动悬架^[2]。

车辆行驶时,随机路面激励引起车身垂向振动,使得车辆簧上质量振动耦合了各个车轮引起的振动,即汽车悬挂质量和非悬挂质量在垂直方向上

产生耦合振动^[3],不仅降低了车辆行驶平顺性,对于驾乘者的舒适度影响也不容小觑。若将汽车看作成一个振动系统,则根据振动原理分析可知,悬挂质量和非悬挂质量分别构成了一个垂直方向的弹性阻尼系统,当地面输入发生变化时,两系统之间必然产生相互耦合作用,这对于装有被动悬架的车辆更加明显。解耦技术的广泛应用,对研究车辆运动、分析复杂的车辆模型、解决车辆运动时的多干扰、非线性、滞后、不确定性以及强耦合等问题具有深远的意义。

为了更好地研究车辆运动时的振动耦合机理并寻求恰当的方法解决耦合问题,学者们做了大量的工作。Chen用准线性化方式保持纵向加速度和制动力之间以及转向角和车辆状态之间的耦合效应,建立3自由度非线性车辆模型,根据模型设计输入输出解耦控制器,解决车辆运动时的耦合问题^[4]。陈无畏建立车辆横向和垂向运动时的非线性系统动

收稿日期:2017-04-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51305473);中国博士后科学基金资助项目(2014M552317);重庆市博士后研究人员科研特别资助项目(xm2014032)

作者简介:邓涛(1982-),男,江西省新干县人,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为电动汽车、智能汽车。

E-mail: d82t722@cqjtu.edu.cn

力学模型,并对系统模型进行解耦,以消除各控制通道耦合的影响以及路面不平度输入的干扰^[5]。Tan研究了安装有轮毂电机(IWM)独立驱动的电动汽车,由于路面的振动和轮毂电机输出转矩波动双重影响所导致的车辆振动,建立11自由度电动车行驶动力学模型来研究磁力对车辆纵向和横向耦合动力学的影响^[6]。Marino建立四轮转向车辆运动模型,设计2阶动态解耦控制器,通过对比分析该解耦控制器应用于不同单轨线性化车辆模型时反馈前后的横摆角速度、纵向速度和侧向加速度的变化,验证了其有效性^[7]。Tsay提出了一种非线性解耦技术,设计并分析了一个严重耦合的气动导弹飞行控制系统^[8]。张海龙建立了4自由度半车悬架系统模型,定量地求得半车悬架系统前、后悬架系统之间存在的耦合力^[9]。陈建国建立1/2车辆非线性模型,运用微分几何理论对建立的系统模型解耦,使悬挂质量与非悬挂质量之间的振动相互独立^[2]。

以上文献有的只是建立了简单的车辆模型来分析振动耦合,与实际车辆的振动耦合规律相差较远;有的虽然以比较高的自由度建立了车辆模型,但实际考虑的影响因素却有限,所以最终车辆运动模型耦合分析也受到较大限制。

本文首先分析了车辆悬挂与非悬挂质量动力学耦合机理,为了更接近车辆运动实际工况,提高模型精度,建立了整车7自由度非线性模型,运用微分几何方法对车辆垂向振动进行解耦控制,使车轮所受随机路面激励与簧上质量之间的振动相互独立,仿真对比解耦前后车身垂向、俯仰和侧倾加速度,验证解耦的有效性。

1 整车行驶动力学建模

根据实际研究目标,建立整车7自由度行驶动力学模型时,做如下假设:

- (1) 整车车身质心位置不随车身质量变化;
- (2) 随机路面输入作用下,车辆在系统平衡位置作小幅振动;
- (3) 汽车绕 y 轴的俯仰角、绕 x 轴的侧倾角很小。

基于以上假设,建立被动悬架车辆整车7自由度行驶动力学模型如图1所示。

图中 m_s 为整车悬挂质量, $m_{\omega f1}$ 、 $m_{\omega f2}$ 、 $m_{\omega r1}$ 、 $m_{\omega r2}$ 分别为等效在4个车轮处的非悬挂质量; I_{sx} 为悬挂质量绕 x 轴的转动惯量, I_{sy} 为悬挂质量绕 y 轴的转动惯量; z_s 为车身质心处的垂向位移, ϕ 为车身绕 x 轴的侧倾角, θ 为车身绕 y 轴的俯仰角, z_{sf1} 、

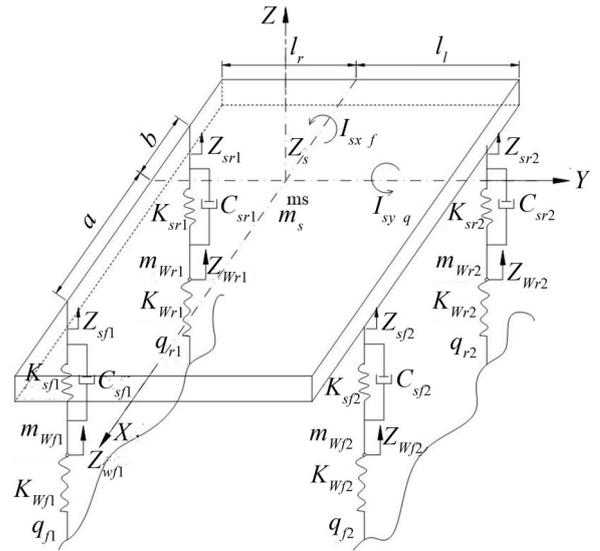


图1 被动悬架汽车整车行驶动力学模型

z_{sf2} 、 z_{sr1} 、 z_{sr2} 分别为4个车轮上方悬挂质量的垂直位移; $z_{\omega f1}$ 、 $z_{\omega f2}$ 、 $z_{\omega r1}$ 、 $z_{\omega r2}$ 分别为4个车轮轴(车轮质心)的垂直位移, K_{sf1} 、 K_{sf2} 、 K_{sr1} 、 K_{sr2} 分别为4个悬架的刚度, C_{sf1} 、 C_{sf2} 、 C_{sr1} 、 C_{sr2} 分别为4个悬架的阻尼系数; $K_{\omega f1}$ 、 $K_{\omega f2}$ 、 $K_{\omega r1}$ 、 $K_{\omega r2}$ 分别为4个轮胎的刚度; q_{f1} 、 q_{f2} 、 q_{r1} 、 q_{r2} 分别为4个车轮路面不平度的位移; a 、 b 分别为车辆质心至前、后轴距离; l_r 、 l_l 分别为质心至左、右侧车轮的距离。

结合研究目标,建立的车辆行驶动力学整车模型包括7个自由度,即悬挂质量的垂直、俯仰和侧倾运动及4个非悬挂质量的垂向运动。

当侧倾角和俯仰角在小角度范围内变化时,车轮上方4个悬挂质量端点的位移分别为

$$\begin{aligned} z_{sf1} &= z_s - l_r \phi - a\theta \\ z_{sf2} &= z_s + l_l \phi - a\theta \\ z_{sr1} &= z_s - l_r \phi + b\theta \\ z_{sr2} &= z_s + l_l \phi + b\theta \end{aligned} \quad (1)$$

车身质心处的垂直运动方程为

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= K_{sf1}(z_{\omega f1} - z_{sf1}) + C_{sf1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{sf1}) + \\ &K_{sf2}(z_{\omega f2} - z_{sf2}) + C_{sf2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{sf2}) + K_{sr1}(z_{\omega r1} - z_{sr1}) + \\ &C_{sr1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{sr1}) + K_{sr2}(z_{\omega r2} - z_{sr2}) + C_{sr2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{sr2}) \end{aligned} \quad (2)$$

车身俯仰运动方程为

$$\begin{aligned} I_{sy} \ddot{\theta} &= b[K_{sr1}(z_{\omega r1} - z_{sr1}) + C_{sr1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{sr1}) + \\ &K_{sr2}(z_{\omega r2} - z_{sr2}) + C_{sr2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{sr2})] - a[K_{sf1}(z_{\omega f1} - z_{sf1}) + \\ &C_{sf1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{sf1}) + K_{sf2}(z_{\omega f2} - z_{sf2}) + C_{sf2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{sf2})] \end{aligned} \quad (3)$$

车身的侧倾运动方程为

$$\begin{aligned} I_{sx} \ddot{\phi} &= l_l[K_{sf2}(z_{\omega f2} - z_{sf2}) + C_{sf2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{sf2}) + \\ &K_{sr2}(z_{\omega r2} - z_{sr2}) + C_{sr2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{sr2})] - l_r[K_{sf1}(z_{\omega f1} - z_{sf1}) + \\ &C_{sf1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{sf1}) + K_{sr1}(z_{\omega r1} - z_{sr1}) + C_{sr1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{sr1})] \end{aligned} \quad (4)$$

非悬挂质量垂向运动方程分别为

$$\begin{aligned} m_{\omega f1} \ddot{z}_{\omega f1} &= K_{\omega f1}(q_{f1} - z_{\omega f1}) - K_{s f1}(z_{\omega f1} - z_{s f1}) - C_{s f1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{s f1}) \\ m_{\omega f2} \ddot{z}_{\omega f2} &= K_{\omega f2}(q_{f2} - z_{\omega f2}) - K_{s f2}(z_{\omega f2} - z_{s f2}) - C_{s f2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{s f2}) \\ m_{\omega r1} \ddot{z}_{\omega r1} &= K_{\omega r1}(q_{r1} - z_{\omega r1}) - K_{s r1}(z_{\omega r1} - z_{s r1}) - C_{s r1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{s r1}) \\ m_{\omega r2} \ddot{z}_{\omega r2} &= K_{\omega r2}(q_{r2} - z_{\omega r2}) - K_{s r2}(z_{\omega r2} - z_{s r2}) - C_{s r2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{s r2}) \end{aligned} \quad (5)$$

选取车身垂直位移、俯仰角、侧倾角、4个非悬挂质量垂直位移、车身垂直振动速度、俯仰角速度、侧倾角速度、4个非悬挂质量垂直速度作为系统的状态矢量,即

$$X = (z_s, \dot{z}_s, \theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}, z_{\omega f1}, \dot{z}_{\omega f1}, z_{\omega f2}, \dot{z}_{\omega f2}, z_{\omega r1}, \dot{z}_{\omega r1}, z_{\omega r2}, \dot{z}_{\omega r2})^T$$

选择悬挂质量垂直位移、俯仰角、侧倾角,车辆左前非悬挂质量的垂直位移为系统的输出变量,即

$$Y = (z_s, \theta, \phi, z_{\omega f1})^T$$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \frac{K_{s f1}(z_{\omega f1} - z_{s f1}) + C_{s f1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{s f1}) + K_{s f2}(z_{\omega f2} - z_{s f2}) + C_{s f2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{s f2})}{m_s} & f_3(x) &= x_4 \\ f_4(x) &= \frac{b[K_{s r1}(z_{\omega r1} - z_{s r1}) + C_{s r1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{s r1}) + K_{s r2}(z_{\omega r2} - z_{s r2}) + C_{s r2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{s r2})]}{I_{sy}} & f_5(x) &= x_6 \\ f_6(x) &= \frac{l_r[K_{s f2}(z_{\omega f2} - z_{s f2}) + C_{s f2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{s f2}) + K_{s r2}(z_{\omega r2} - z_{s r2}) + C_{s r2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{s r2})]}{I_{sx}} & f_7(x) &= x_8 \\ f_8(x) &= \frac{K_{\omega f1}(q_{f1} - z_{\omega f1}) - K_{s f1}(z_{\omega f1} - z_{s f1}) - C_{s f1}(\dot{z}_{\omega f1} - \dot{z}_{s f1})}{m_{\omega f1}} & f_9(x) &= x_{10} \\ f_{10}(x) &= \frac{K_{\omega f2}(q_{f2} - z_{\omega f2}) - K_{s f2}(z_{\omega f2} - z_{s f2}) - C_{s f2}(\dot{z}_{\omega f2} - \dot{z}_{s f2})}{m_{\omega f2}} & f_{11}(x) &= x_{12} \\ f_{12}(x) &= \frac{K_{\omega r1}(q_{r1} - z_{\omega r1}) - K_{s r1}(z_{\omega r1} - z_{s r1}) - C_{s r1}(\dot{z}_{\omega r1} - \dot{z}_{s r1})}{m_{\omega r1}} & f_{13}(x) &= x_{14} \\ f_{14}(x) &= \frac{K_{\omega r2}(q_{r2} - z_{\omega r2}) - K_{s r2}(z_{\omega r2} - z_{s r2}) - C_{s r2}(\dot{z}_{\omega r2} - \dot{z}_{s r2})}{m_{\omega r2}} \end{aligned}$$

$$g(X) = \begin{bmatrix} 0 & 1/m_s & 0 & -a/I_{sy} & 0 & -l_r/I_{sx} & 0 & 1/m_{\omega f1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_s & 0 & -a/I_{sy} & 0 & l_r/I_{sx} & 0 & 0 & 0 & 1/m_{\omega f2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_s & 0 & b/I_{sy} & 0 & -l_r/I_{sx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/m_{\omega r1} & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_s & 0 & b/I_{sy} & 0 & l_r/I_{sx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/m_{\omega r2} \end{bmatrix}^T$$

$$P(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\omega f1}}{m_{\omega f1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\omega f2}}{m_{\omega f2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\omega r1}}{m_{\omega r1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\omega r2}}{m_{\omega r2}} & 0 \end{bmatrix}^T$$

考虑车身垂向、俯仰和侧倾振动,在随机路面激励下得到车辆运动模型系统方程。为了减小车身垂直位移、俯仰角、侧倾角,提高车辆行驶平顺性和乘坐舒适性,同时减小车辆各个方向的振动加速度,模型中综合考虑了较多影响因素,运用传统的数学方法求解难度大,计算繁琐。所以必须对模型解耦才能得到预期结果。对比各个解耦算法的特点与运用^[10-13],结合线性系统理论相关知识^[14],本文利用微分几何理论对建立的车辆系统状态方程解耦。

2 微分几何解耦控制方法

泰勒级数展开法在系统模型的线性化中得到广

泛

$$\begin{aligned} z_s &= x_1, \dot{z}_s = x_2, \theta = x_3, \dot{\theta} = x_4, \phi = x_5, \dot{\phi} = x_6, z_{\omega f1} = x_7, \dot{z}_{\omega f1} = x_8 \\ z_{\omega f2} &= x_9, \dot{z}_{\omega f2} = x_{10}, z_{\omega r1} = x_{11}, \dot{z}_{\omega r1} = x_{12}, z_{\omega r2} = x_{13}, \dot{z}_{\omega r2} = x_{14} \end{aligned}$$

则系统的状态方程为

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u + P(X)W \quad (6)$$

$$h_1(t) = x_1(t) \quad (7)$$

$$h_2(t) = x_4(t) \quad (8)$$

$$h_3(t) = x_6(t) \quad (9)$$

$$h_4(t) = x_8(t) \quad (10)$$

其中

$$f(X) = [f_1(x) \cdots f_{14}(x)]^T, \quad g(X) = [g_1(x) \cdots g_4(x)]^T,$$

$$f_1(x) = x_2$$

泛应用,但这种方法很容易忽略系统的高阶非线性项,导致误差增大。微分几何法近年来逐渐成为研究非线性控制的主流方法,其突出优点在于能够实现系统的精确线性化,且可以将多变量系统解耦^[16],这种精确线性化方法不仅使模型线性化更加精确,而且更具有全局性,即不再局限于系统的部分非线性项。

2.1 微分几何的基本理论

根据微分几何理论^[2, 15],把式(6)作为一般的MIMO非线性系统表达形式,其中状态 x 是 n 维的,输入 u 是 m 维的。

定义: 如果以下条件(1)和条件(2)成立, 则MIMO非线性系统表达式(6)在 x_0 处具有关于输入 u 的向量相对阶 $\gamma = [\gamma_1 \gamma_2 \cdots \gamma_m]$ 。

(1) 对所有 $i, j = 1, \cdots, m$, $k < \gamma_{i-1}$, 在 x_0 的领域内的所有 x 都有 $L_{g_i} L_f^k h_i(x) = 0$

其中

$$L_f^k h_i(x) = \frac{\partial(L_f^{k-1} h_i(x))}{\partial x} f(x)$$

$$L_{g_i} L_f h_i(x) = \frac{\partial(L_f h_i(x))}{\partial x} g(x)$$

(2) $m \times m$ 解耦矩阵

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1-1} h_1(x) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (11)$$

在 x_0 处非奇异。

命题1 对于式(6)表示的非线性系统, 如果在 x_0 点具有相对阶, 即矩阵 $A(x)$ 在 x_0 处非奇异, 那么系统输入输出解耦在 x_0 附近可以通过一个静态状态反馈来解决, 该反馈形式为

$$u = A^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^{\gamma_1} h_1(x) \\ \vdots \\ -L_f^{\gamma_m} h_m(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中 $[v_1 v_2 \cdots v_m]$ 是参考输入。

命题2 MIMO非线性系统表达式(6)在 x_0 处具有关于输入 u 的向量相对阶, 当且仅当 $L_p L_f^k h_i(x) = 0$, 对所有 $0 \leq k \leq \gamma_i - 1$, $1 \leq i \leq m$ 成立, 则存在式(12)的一个反馈, 使得输出 $y(t)$ 独立于干扰 $w(t)$ 。

2.2 微分几何解耦整车模型

针对式(6), 有 $m = 4$, 则有

$$\begin{aligned} L_f h_1(X) &= \frac{\partial h_1(X)}{\partial X} f(X) = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(f_1, f_2 \cdots f_{14}) = x_2 \\ L_{g_1} L_f^1 h_1(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_1(X)}{\partial X} g_1(X) = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_1(X) = \frac{1}{m_s} \\ L_{g_2} L_f^1 h_1(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_1(X)}{\partial X} g_2(X) = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_2(X) = \frac{1}{m_s} \\ L_{g_3} L_f^1 h_1(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_1(X)}{\partial X} g_3(X) = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_3(X) = \frac{1}{m_s} \\ L_{g_4} L_f^1 h_1(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_1(X)}{\partial X} g_4(X) = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_4(X) = \frac{1}{m_s} \\ L_f h_2(X) &= \frac{\partial h_2(X)}{\partial X} f(X) = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(f_1, f_2 \cdots f_{14}) = x_4 \\ L_{g_1} L_f^1 h_2(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_2(X)}{\partial X} g_1(X) = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_1(X) = -\frac{a}{I_{sy}} \\ L_{g_2} L_f^1 h_2(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_2(X)}{\partial X} g_2(X) = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_2(X) = -\frac{a}{I_{sy}} \\ L_{g_3} L_f^1 h_2(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_2(X)}{\partial X} g_3(X) = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_3(X) = \frac{b}{I_{sy}} \\ L_{g_4} L_f^1 h_2(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_2(X)}{\partial X} g_4(X) = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_4(X) = \frac{b}{I_{sy}} \\ L_f h_3(X) &= \frac{\partial h_3(X)}{\partial X} f(X) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(f_1, f_2 \cdots f_{14}) = x_6 \\ L_{g_1} L_f^1 h_3(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_3(X)}{\partial X} g_1(X) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_1(X) = -\frac{l_l}{I_{sx}} \\ L_{g_2} L_f^1 h_3(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_3(X)}{\partial X} g_2(X) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_2(X) = \frac{l_l}{I_{sx}} \\ L_{g_3} L_f^1 h_3(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_3(X)}{\partial X} g_3(X) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_3(X) = -\frac{l_r}{I_{sx}} \\ L_{g_4} L_f^1 h_3(X) &= \frac{\partial L_f^1 h_3(X)}{\partial X} g_4(X) = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) g_4(X) = \frac{l_r}{I_{sx}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_f h_4(X) &= \frac{\partial h_4(X)}{\partial X} f(X) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(f_1, f_2 \cdots f_{14}) = x_8 \\
 L_{g_1} L_f h_4(X) &= \frac{\partial L_f h_4(X)}{\partial X} g_1(X) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) g_1(X) = \frac{1}{m_{\omega f1}} \\
 L_{g_2} L_f h_4(X) &= \frac{\partial L_f h_4(X)}{\partial X} g_2(X) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) g_2(X) = 0 \\
 L_{g_3} L_f h_4(X) &= \frac{\partial L_f h_4(X)}{\partial X} g_3(X) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) g_3(X) = 0 \\
 L_{g_4} L_f h_4(X) &= \frac{\partial L_f h_4(X)}{\partial X} g_4(X) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) g_4(X) = 0
 \end{aligned}$$

由上式可知, 对应于输出 z_s 的 k 等于 1, $L_{g_i} L_f^{\gamma_i - 1} h_i(X) \neq 0$, 易知 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 2$ 。则系统的解耦矩阵为

$$A(X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} \\ -\frac{a}{I_{sy}} & -\frac{a}{I_{sy}} & \frac{b}{I_{sy}} & \frac{b}{I_{sy}} \\ -\frac{l_l}{I_{sx}} & \frac{l_l}{I_{sx}} & -\frac{l_r}{I_{sx}} & \frac{l_r}{I_{sx}} \\ \frac{1}{m_{\omega f1}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{z}_s \\ \dot{x}_2 = v_1 \\ \dot{x}_3 = \dot{\theta} \\ \dot{x}_4 = v_2 \\ \dot{x}_5 = \dot{\phi} \\ \dot{x}_6 = v_3 \\ \dot{x}_7 = \dot{z}_{\omega f1} \\ \dot{x}_8 = v_4 \end{cases} \quad (16)$$

显然, 模型的簧上质量振动速度和加速度分别由 v_1, v_2, v_3, v_4 决定, 而 v_1, v_2, v_3, v_4 都是文中拟定的参考输入, 与路面激励无关。即 v_1, v_2, v_3, v_4 的取值直接决定了车辆簧上质量垂直振动、俯仰和侧倾的加速度大小。同时簧下质量的振动也成为各自独立的线性子系统, 即通过微分几何理论对系统模型实现了解耦控制。

根据本文研究的对象, 只考虑车身的垂直位移、俯仰角、侧倾角的变化, 结合上述推导, 则由式(15)、式(16)可得关于三者的线性 2 阶系统表达式分别为

$$\begin{aligned}
 \ddot{z}_s + k_{11}\dot{z}_s + k_{12}z_s &= 0 \\
 \ddot{\theta} + k_{21}\dot{\theta} + k_{22}\theta &= 0 \\
 \ddot{\phi} + k_{31}\dot{\phi} + k_{32}\phi &= 0
 \end{aligned}$$

根据线性控制理论, 结合得到的线性方程可知, 只要 2 阶系统的系数大于零, 系统就能稳定。为得到的 2 阶线性系统表达式选择适当的加权系数, 可以使车身垂向加速度、俯仰加速度和侧倾加速度的振幅明显衰减。通过仿真验证, 定性地得到了解耦前和解耦后的振动对比图。

3 仿真分析

为验证以上解耦的有效性, 在 Matlab/simulink 中对其进行了仿真, 并与解耦前仿真结果进行了比较。

仿真采用的数据如表 1 所示。

参考文献[16 - 17], 根据 GB 7031《车辆振动输入——路面平度表示》规定^[18], 选取行驶路面不平度 8 级分类标准中的 B 级路面作为参照, 仿真车速取为 60 km/h, 根据车辆系统随机振动理论^[19], 代入路面

显然, $A(X)$ 非奇异, 则可得其逆矩阵。

$$A^{-1}(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_{\omega f1} \\ \frac{bm_s}{a+b} & -\frac{I_{sy}}{a+b} & 0 & -m_{\omega f1} \\ \frac{(bl_1 + al_2)m_s}{2l_2(a+b)} & \frac{(l_2 - l_1)I_{sy}}{2l_2(a+b)} & -\frac{I_{sx}}{2l_2} & -\frac{l_1}{l_2}m_{\omega f1} \\ \frac{(al_2 - bl_1)m_s}{2l_2(a+b)} & \frac{(l_2 + l_1)I_{sy}}{2l_2(a+b)} & \frac{I_{sx}}{2l_2} & \frac{l_1}{l_2}m_{\omega f1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

计算控制量 u , 由式(12)得

$$u = A^{-1} \left(\begin{bmatrix} -L_f^2 h_1(x) \\ -L_f^2 h_2(x) \\ -L_f^2 h_3(x) \\ -L_f^2 h_4(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \right)$$

根据前边计算可知

$$-L_f^2 h_1(x) = -L_f^2 h_2(x) = -L_f^2 h_3(x) = -L_f^2 h_4(x) = 0, \text{ 即}$$

$$u = A^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

为了减小簧上质量振动的位移项(包括垂向位移、俯仰角及侧倾角)和加速度项(包括垂向加速度、俯仰角加速度及侧倾角加速度), 令参考输入为

$$\begin{aligned}
 v_1 &= -k_{11}\dot{z}_s - k_{12}z_s \\
 v_2 &= -k_{21}\dot{\theta} - k_{22}\theta \\
 v_3 &= -k_{31}\dot{\phi} - k_{32}\phi \\
 v_4 &= \frac{-k_{41}\dot{z}_{\omega f1} - k_{42}z_{\omega f1} - k_{\omega f1}z_{\omega f1}}{m_{\omega f1}}
 \end{aligned} \quad (15)$$

将式(13)、式(14)、式(15)代入式(6), 可得

表1 仿真参数表

名称	数值
$K_{y1}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	23 000
$K_{y2}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	22 000
$K_{\varphi1}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	34 000
$K_{\varphi2}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	32 000
$C_{y1}=C_{y2}/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	1 000
$C_{\varphi1}=C_{\varphi2}/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$	1 100
m_i/kg	1 200
$l_i=l_i(\text{m})$	1
a/m	1.38
b/m	1.36
$I_{yy}/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	2 400
$I_{zz}/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	770

水平位移与车速间的微分关系,把空间频率函数换算为时间频率函数^[19],可得路面不平度位移时域表达式如下

$$\dot{z}_r(t) = -2\pi n_c v z_r(t) + 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0)} v \omega(t) \quad (17)$$

其中 $G_q(n_0)$ 为路面不平度系数,根据路面等级的不同取不同的值, B 级路面时为 6.4×10^{-5} , $n_c = 0.01 (\text{m}^{-1})$ 为路面空间下截止频率; v 为车速; n_0 为参考空间频率,通常 $n_0 = 0.1 (\text{m}^{-1})$; $\omega(t)$ 为白噪声。

在 Matlab/simulink 中建立左前轮随机路面输入模型,图2是仿真得到的随机路面激励不平度曲线。

设定2阶线性系统参数时,首先参考线性控制理论知识:2阶系统的系数大于零,系统就能稳定,即 $k_{ij} \neq 0$;再根据实际线性系统参数变化时对系统振幅的影响,通过仿真软件反复调适,最终得出一个比较理想的、能够定性表达解耦前后振动幅值变化的系数值。即: $k_{11}=3, k_{12}=3, k_{21}=2, k_{22}=2, k_{31}=2, k_{32}=2$ 。仿真时间为10 s,仿真步长为0.01 s,采用4阶龙格库塔算法解微分方程组。仿真结果如图3至图5所示。

显然,解耦后的悬挂质量垂向加速度、俯仰角加速度和侧身侧倾角加速度的振动幅值和频率都明显减小,即整车系统耦合方程实现了线性化,达到了解耦的目的。理论上讲,解耦后的悬挂质量垂向加速度、俯仰角加速度和侧倾角加速度都应不再受路面激励作用,为确保系统稳定,解耦后设定2阶线性系统的系数不为零,但与解耦前相比较其振幅都有较大衰减,这已充分说明文中所采用的解耦算法的有效性。

4 结语

(1) 针对目前研究大多忽略车辆4个轮胎受到

的不同的路面随机激励的情况,考虑簧载质量和非簧载质量所受力,以车身垂向加速度、车身俯仰角加速度和车身侧倾角加速度为最终控制目标,建立了装备被动悬架的整车7自由度模型。

(2) 利用微分几何法线性化整车在随机路面输入下垂向振动模型,设计了解耦控制规律,解耦后的车辆簧上质量振动不受路面激励影响。仿真结果表明解耦后车身悬挂质量垂向、俯仰和侧倾振动加速度明显减弱,从而提高了整车行驶平顺性及乘坐舒适性,达到减振的目的。

(3) 适当选择解耦后的2阶线性系统的加权系数,获得了解耦前后车身垂向、俯仰和侧倾振动加速度的仿真对比结果,验证了解耦控制方法的有效性。

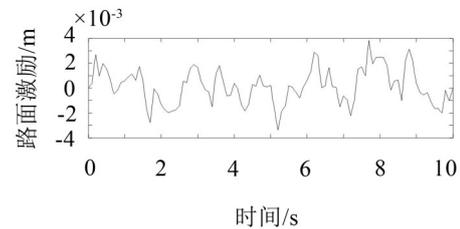


图2 路面不平度曲线

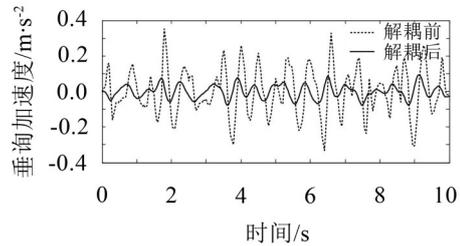


图3 垂向加速度对比图

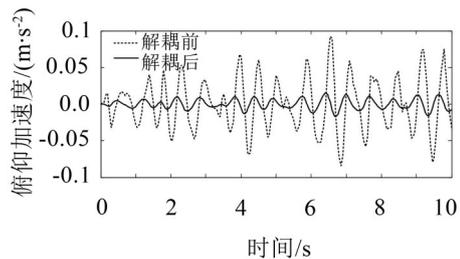


图4 俯仰加速度对比图

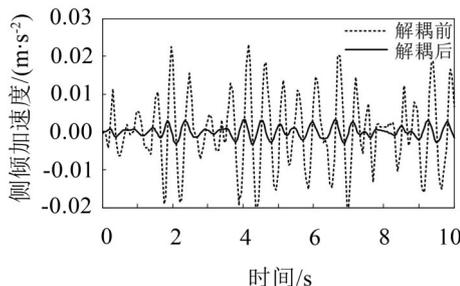


图5 侧倾加速度对比图

(下转第11页)