文章编号：1006-1355(2017)01-0128-04+141

特征时段选择对飞行模态辨识结果的影响

王　亮[1]，张　妍[1]，蔡毅鹏[1]，廖选平[1,2]，南宫自军[1]

（1. 中国运载火箭技术研究院，北京 100076；
2. 国防科学技术大学 航天科学与工程学院，长沙 410073）

摘　要：基于飞行遥测数据，研究使用环境激励模态辨识方法辨识系统的模态参数时，挑选特征时段数据的方法。首先，详细介绍ARMA-NExT环境激励模态辨识方法的理论。接着，通过算例研究选择不同特征时段数据对模态辨识结果的影响，给出特征时段选择的方法和指南。通过研究，得出以下结论：低阶模态响应的信噪比较好的时段，模态频率和模态阻尼的辨识结果较为稳定。在使用遥测数据进行模态辨识时，应选择低阶模态响应信噪比较高的数据段。

关键词：振动与波；模态辨识；ARMA；NExT；工作模态；信噪比

中图分类号：O32　　**文献标识码：**A　　**DOI编码：**10.3969/j.issn.1006-1335.2017.01.028

Influence of the Measure Feature Phase Selection on Operational Modal Identification of Aircrafts

WANG Liang[1], *ZHANG Yan*[1], *CAI Yi-peng*[1], *LIAO Xuan-ping*[1,2], *NANGONG Zi-jun*[1]

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;
2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract : Based on the telemetry data, the technique of the measure feature phase selection is investigated in the operational modal identification of aircrafts. Firstly, the theory of ARMA-NExT method for environment excitation modal identification is introduced. Then, the influence of the data in different measure feature phases on the operational modal identification is studied by several examples. Finally, the strategy of the measure feature phase selection is put forward. It is found that the modal identification result is stable when the signal-to-noise ratio of the low order modal response is high. So, the data of the low order nodal response with high signal-to-noise ratio should be selected when using the telemetry data to identify the modals of the aircrafts.

Key words : vibration and wave; mode identification; ARMA; NExT; operational mode; signal to noise ratio

在飞行器动特性设计时，一般采用理论计算和模态试验相结合的方法。但理论计算和地面试验均无法完全模拟飞行的状态，如外部的气动力和发动机的推力等。为了与地面模态试验结果对比，改进设计，飞行器的飞行工作模态的辨识是很有意义的工作。但是由于飞行器在飞行过程中的激励无法精确测量，故可采用环境激励模态辨识技术。因此，通过工作模态辨识技术的研究，研究战术导弹结构模态参数天地差异，通过工作模态辨识结果指导其动特性设计，对于动载荷设计、姿控设计、天地差异研究和系统优化设计均有非常重要的意义。

工作模态辨识的理论和思想在20世纪70年代初期就出现了，经过几十年的发展，已形成了多种模态辨识的方法，按识别域分为：时域辨识法、频域辨识法以及联合时频辨识法；按信号的测取方法分为：单输入多输出法和多输入多输出法；按激励信号分为：平稳随机激励法和非平稳随机激励法；按识别方法又可分为：时间序列法、峰值拾取法、随机减量法、环境激励法以及随机子空间法等。目前工作模态参数识别方法研究较多是基于输出信号的时域参数识别方法，也有部分学者研究频域和时频域的分析法[1-2]。

收稿日期：2016-10-12
基金项目：南京航空航天大学国家重点实验室2015年开放课题资助项目(MCMS-0115G01)
作者简介：王亮（1985－），男，江苏省扬州市人，高级工程师，博士，主要研究方向为飞行器结构动力学研究。
E-mail: wangliang@nuaa.edu.cn

工作模态分析研究最早可以追溯到1968年Cole的单阶模态测试的随机减量法[3]。1973年Ibrahim提出了一种参数识别的方法，该方法仅利用时域信号即可进行识别工作，经多年的不断完善形成了独具一格的Ibrahim时域法（ITD法）。该方法的特点是能够在激励信号未知的条件下，直接使用输出响应的时域信号进行模态参数识别，识别时无需将测试的响应信号进行不同域的变换，避免由不同域变换而引起的信号截断误差，但这种方法对噪声比较敏感。1976年Box与Jellkins详细论述了用于时域参数识别的时序分析方法，该方法利用能反映系统特性的一组有序的按时间排列的数据，通过建立描述这些数据规律的自回归模型或自回归滑动模型来识别模态参数，其优点是无能量泄漏，分辨率高，计算速度快，但这种方法仅适用于白噪声激励，实际应用中模型的定阶比较困难。1983年Metgeay提出了单参考点复指数法[4]，其核心是最小二乘估计，后来Leuridan和vold进一步发展了多参考点复指数法(PRCE)，该方法同时利用所有响应点的数据进行分析，与单参考点复指数法相比扩大了参数识别的信息量，使识别的参数具有整体的统一性，并具有比较强的对虚假模态辨识的能力，提高了模态的识别精度，但该方法运算量比较大。1984年Pappa发表了特征系数实现法的专著，该方法利用了线性系统的状态方程和系统最小实现理论，属于多输入多输出的模态参数辨识方法，通过构造Hankel矩阵，利用奇异值分解技术，确定相互描述状态方程的系统矩阵和输入、输出矩阵，构成最小阶的系统实现，通过求解，得到系统的模态参数。

90年代以后，随着测试技术、信号分析技术和计算机技术的发展，模态参数辨识理论研究及应用获得很大进展。美国SADIA国家实验室的James和Carne在1995年证明了系统脉冲响应与白噪声激励时两点之间的响应互相关函数有相似的表达式[5]，从而将运用脉冲响应函数进行参数辨识的广告扩展到应用相关函数进行参数识别，这就是自然激励技术（NExT）方法，该方法可用于高速汽轮机叶片在工作状态下固有频率和阻尼比的识别。此外又进一步提出了利用互相关函数识别模态参数的NExT技术，经过实验验证，运用该技术和脉冲力激励下的结构比较差异较小。

国内外在模态参数识别领域研究在许多理论和应用中也取得了较多的成果[6-10]。其中练继建等对基于熵降噪的水工结构振动模态特征系统实现算法（Eigensystem Realization Algorithm，ERA）进行了研究[11]。刘兴汉等对改进的随机子空间法进行了研究[12]。于开平等用小波分析方法对结构系统的脉冲响应函数进行小波变换利用小波变换的幅值、相位与阻尼比、频率的关系进行参数辨识[13]。

综上所述，针对飞行器飞行工况下的结构动特性辨识问题，基于遥测振动数据，使用ARMA-NExT模态辨识方法研究了导弹飞行过程中的模态参数，针对真实模态筛选的问题，利用稳定图方法、频域和时频分析方法挑选出飞行过程中的工作模态。

1　模态辨识技术

N个自由度的线性系统激励与响应之间的关系可用高阶微分方程来描述，在离散时间域内，该微分方程变成由一系列不同时刻的时间序列表示的差分方程，即ARMA时序模型方程

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k x_{t-k} = \sum_{k=0}^{2N} b_k f_{t-k} \tag{1}$$

$2N$为自回归模型和滑动均值模型的阶次，a_k、b_k分别表示待识别的自回归系数和滑动均值系数，f_t表示白噪声激励。当$k=0$时，设$a_0=b_0=1$。

由于ARMA过程$\{x_t\}$具有唯一的平稳解为

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} h_i f_{t-i} \tag{2}$$

式中h_i为脉冲响应函数。

f_t是白噪声，故

$$E[f_{t-i} f_{t+\tau-k}] = \begin{cases} \sigma^2 & k=\tau+i \\ 0 & \text{other} \end{cases} \tag{3}$$

式中σ^2为白噪声方差。

因为线性系统的脉冲响应函数h_i，是脉冲信号δ，激励该系统时的输出响应，故ARMA过程定义的表达式为

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k h_{t-k} = \sum_{k=0}^{2N} b_k \delta_{t-k} = b_t \tag{4}$$

利用式(3)和式(4)，可以得出

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k R_{l-k} = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \sum_{k=0}^{2N} a_k \delta_{i+l-k} = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} h_i b_{i+l} \tag{5}$$

对于一个ARMA过程，当大于其阶次$2N$时，参数$b_k=0$。故当$l>2N$时，式(5)恒等于零，于是有

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k R_{l-k} = -R_l, \quad l>2N \tag{6}$$

设相关函数的长度为L，并令$M=2N$。对应不同的l值，代入以上公式可得一组方程

$$\begin{cases} a_1 R_M + a_2 R_{M-1} + \cdots + a_M R_1 = R_{M+1} \\ a_1 R_{M+1} + a_2 R_M + \cdots + a_M R_2 = R_{M+2} \\ \vdots \\ a_1 R_{L-1} + a_2 R_{L-2} + \cdots + a_M R_{L-M} = R_L \end{cases} \tag{7}$$

采用伪逆法可求得方程组的最小二乘解，即

$$\{a\}=([R]^{\mathrm{T}}[R])^{-1}([R]^{\mathrm{T}}\{R'\}) \tag{8}$$

由此求得自回归系数 $a_k(k=1,2,\cdots,2N)$。滑动平均模型系数 $b_k(k=1,2,\cdots,2N)$ 可通过以下非线性方程组来求解

$$\begin{aligned} &b_0^2+b_1^2+\cdots+b_M^2=c_0\\ &b_0b_1+\cdots+b_{M-1}b_M=c_1\\ &\vdots\\ &b_0b_M=c_M \end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$c_k=\sum_{i=0}^{2N}\sum_{j=0}^{2N}a_ia_jC_{k-i+j},\quad k=0,1,2,\cdots\cdots,2N \tag{10}$$

式中 C_k 为响应序列 x_t 的自协方差函数。

当求得自回归系数 a_k 和滑动均值系数 b_k 后，可以通过ARMA模型传递函数的表达式计算系统的模态参数，ARMA模型的传递函数为

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{2N}b_kz^{-k}}{\sum_{k=0}^{2N}a_kz^{-k}} \tag{11}$$

用高次代数方程求解方法计算分母多项式方程的根

$$z^{2N}+a_1z^{2N-1}+\cdots+a_{2N-1}z+a_{2N}=0 \tag{12}$$

求解得到的根为传递函数的极点，它们与系统的模态频率 ω_k，和阻尼比 ξ_k 的关系为

$$\begin{cases} z_k=\exp(s_k\Delta t)=\exp[(-\xi_k\omega_k+\mathrm{j}\omega_k\sqrt{1-\xi_k^2})\Delta t]\\ z_k^*=\exp(s_k^*\Delta t)=\exp[(-\xi_k\omega_k-\mathrm{j}\omega_k\sqrt{1-\xi_k^2})\Delta t] \end{cases} \tag{13}$$

并且由式(13)可求得模态频率 ω_k，和阻尼比 ξ_k，即

$$\begin{cases} R_k=\ln z_k=s_k\Delta t\\ k\omega_r=|R_k|/\Delta t\\ \xi_k=\sqrt{\dfrac{1}{1+(\mathrm{Im}(R_k)/\mathrm{Re}(R_k))^2}} \end{cases} \tag{14}$$

2 数据特征时段选择研究

根据导弹全程飞行的振动遥测数据，对其进行功率谱密度分析，发现弹上测点在大动压飞行阶段、机动飞行阶段和下压阶段响应较大，低阶模态参与度较高，与背景噪声相比信噪比较大，而在其他飞行段，如小动压飞行段，其振动响应较小，因此低阶模态响应与背景噪声相比，信噪比较小，对模态辨识影响较大。因此，本文通过对遥测数据进行全程分析，对比各时段下模态辨识的结果，分析不同时段的不同信噪比的数据对模态辨识结果的影响。

图1给出了典型测点 y 向振动均方根值曲线与动压的关系。从测点振动时域均方根值曲线上可以发现，过渡段大端面处振动响应与飞行动压有一定比例关系，各通道响应量级随动压增大而增大，随其减小而减小。

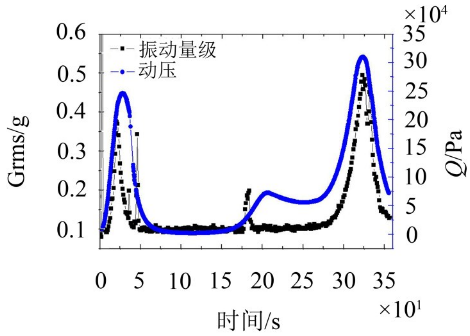

图1 振动均方根值曲线与动压的关系

图2—图4给出了前段大动压区振动响应较大时段、中段小动压区振动响应较小时段和后段大动压区振动响应较大时段三个特征时段的振动信号功率谱密度分析结果。

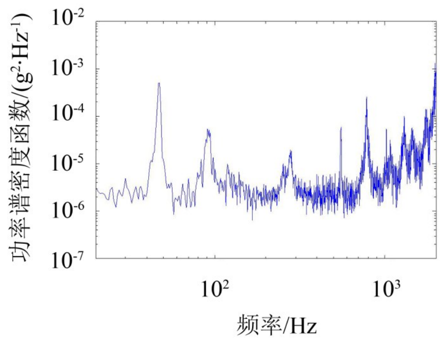

图2 振动13 s～15 s功率谱密度曲线

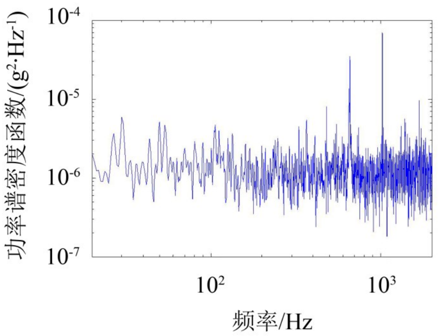

图3 振动170 s～172 s功率谱密度曲线

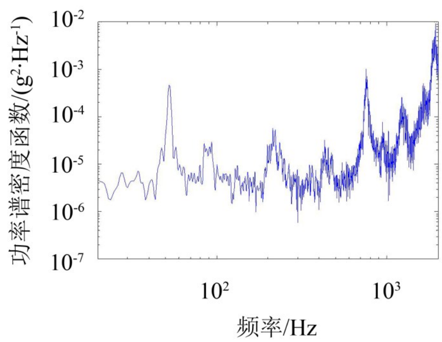

图4 振动332 s～334 s功率谱密度曲线

从图上可以发现，在两个大动压区振动响应较大时段，信号的功率谱密度曲线中可以明显看出弹体的前3阶模态，且由于飞行过程中燃料的消耗，导弹质量减轻，低阶模态频率上升；另外，在小动压区振动响应较小时段，信号的功率谱密度曲线中并没有出现明显的弹体模态。

为了辨识前3阶模态，考虑到飞行结束段前第3阶模态频率在150 Hz左右，因此采用30 Hz～200 Hz滤波器进行滤波，对某特征段信号处理后的功率谱密度分析结果如图5所示。

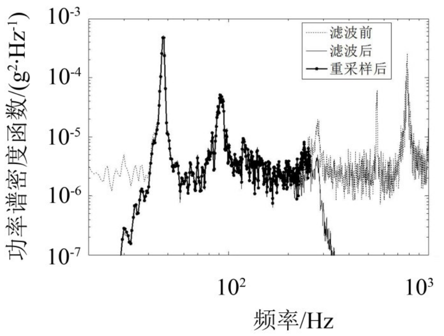

图5 处理前后参考点信号的功率谱密度曲线对比

从图上可以发现低频的谐振峰位置在45 Hz和85 Hz左右。

接着，对全程的飞行振动数据采用1 s的矩形时间窗滑动截取数据，使用4阶ARMA模型对各段数据进行模态辨识，辨识出模态频率和模态阻尼，1阶模态的辨识结果如图6和图7所示。

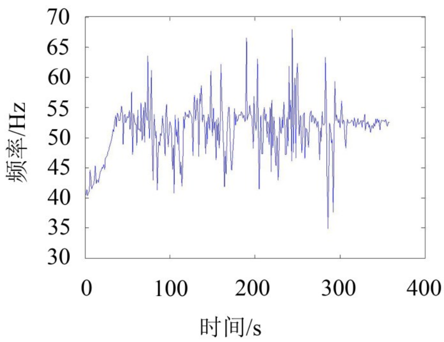

图6 全程1阶模态频率辨识结果曲线

从图上可以得出以下结论：

(1) 从辨识结果可以发现，在时间前段和后段，由于振动响应较大，低阶模态响应的信噪比较好，模态频率和模态阻尼的辨识结果较为稳定，基本无较大波动；相反地，在时间中段，飞行动压较小，振动响应较小，低阶模态响应的信噪比较差，因此模态辨识结果波动较大，模态频率波动偏差最大达到30 %，模态阻尼基本在20 %左右，可信度较低。

(2) 从模态频率的辨识结果曲线上，在前段时间可以明显看出随燃料消耗，导弹1阶模态频率随时间逐渐上升，从最初的41 Hz上升至52 Hz，后续由于导弹质量不变，导弹1阶模态频率维持在52 Hz左右。

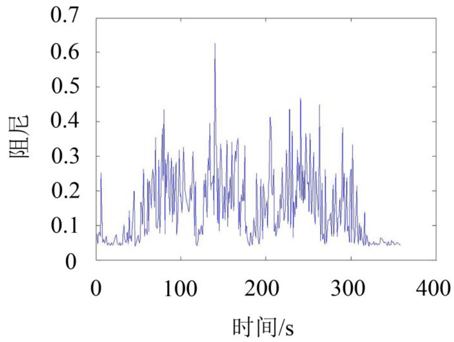

图7 全程1阶模态阻尼辨识结果曲线

(3) 从模态阻尼的辨识结果曲线上可以看出，在信噪比较高段，导弹1阶模态阻尼随时间基本不变，维持在4.5 %左右。

因此，在使用遥测数据进行模态辨识时，应选择低阶模态响应信噪比较高的数据段。实际操作时，应先对选定时段数据进行功率谱密度分析，在曲线上可明显看出低阶模态的谐振峰时，使用该段数据进行模态辨识效果较好。

3 结 语

本文研究了基于飞行遥测数据，使用环境激励模态辨识方法辨识系统的模态参数时，挑选特征时段数据的方法。通过研究，可以得出以下结论：

(1) 从辨识结果可以发现，低阶模态响应的信噪比较好的时段，模态频率和模态阻尼的辨识结果较为稳定，基本无较大波动；相反地，低阶模态响应的信噪比较差的时段，模态辨识结果波动较大，可信度较低。

(2) 在使用遥测数据进行模态辨识时，应选择低阶模态响应信噪比较高的数据段。实际操作时，应先对选定时段数据进行功率谱密度分析，在曲线上可明显看出低阶模态的谐振峰时，使用该段数据进行模态辨识效果较好。

通过本课题的研究，可以有效地选择特征时段数据并辨识出较为可信的飞行模态。

4 参考文献：

[1] SLAVIE J, SIMONOVSKI L, BOLTEZAR M. Damping identification using a continuous wavelet transform: application to real data[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2003, 21(2): 291-307.

（下转第141页）