文章编号：1006-1355(2017)01-0035-05+48

非紧致阻抗圆柱气动噪声数值预测与控制方法

宋亚辉[1]，刘亚梅[2]，刘秋洪[3]

（1. 中国飞行试验研究院，西安 710089； 2. 西安远方航空技术发展总公司，西安 710089；
3. 西北工业大学 航空学院，西安 710072）

摘 要：为预测非定常流动与非紧致阻抗固体边界相互作用产生的气动噪声，开发一种基于精确格林函数和声模拟理论的气动噪声数值预测方法。非紧致阻抗边界对声波的散射作用计入精确格林函数，远场噪声采用FW-H方程计算。对具有任意几何外形的非紧致阻抗边界，采用边界元方法计算满足声学硬边界或声学阻抗边界条件的精确格林函数。同时，推导了具有阻抗边界条件的二维非紧致圆柱精确格林函数的解析解用以验证数值计算方法。数值计算结果表明数值解与解析解的结果一致，数值解要取得好的网格收敛效果需要在一个波长内布置至少20个网格点。圆柱绕流气动噪声预测结果表明，非紧致边界的阻抗特性对声传播有显著影响，采用合适的阻抗布置方式可以取得有效的噪声控制效果。

关键词：声学；气动噪声；声模拟；格林函数；阻抗边界；非紧致边界

中图分类号：O42；O355 **文献标识码**：A **DOI编码**：10.3969/j.issn.1006-1335.2017.01.008

Numerical Prediction and Control Method of Aerodynamic Noise from a Non-compact Circular Cylinder with Impedance Boundaries

SONG Ya-hui[1], *LIU Ya-mei*[2], *LIU Qiu-hong*[3]

(1. China Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China;
2. Xi'an Yuan Fang General Aviation Technology Development Corporation, Xi'an 710089, China;
3. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract : In order to predict the noise induced by the interaction between the unsteady flow and the solid boundaries, an aerodynamic noise prediction method is proposed based on the exact Green's function and acoustic simulation theory. The scattering effect from the non-compact bodies with impedance boundaries is evaluated by the exact Green's function. The sound far-fields are predicted with the FW-H equation. For the boundaries of arbitrarily shaped non-compact bodies, the BEM is used to calculate the exact Green's function which satisfies the acoustic hard boundary condition or impedance boundary condition. Meanwhile, the analytical solution of the exact Green's function for a two-dimensional non-compact cylinder with an impedance boundary condition is derived for validation. The results show that the numerical solution and the analytical solution are in excellent agreement when the number of the grid points per acoustic wavelength reaches 20. Moreover, the impedance of the non-compact body has a strong impact on the sound propagation. An effective noise reduction can be achieved if the impedance is properly distributed.

Key words : acoustics; aerodynamic noise; acoustic analogy; Green's function; impedance boundary; non-compact boundary

气动噪声的定量预测是航空航天领域众多学者关注但又十分棘手的问题。气动噪声是气流与固体相互作用产生，为了准确预测噪声的大小，需要考虑固体边界对声波的散射作用。计算流体力学和声模拟理论相结合的方法(一般采用FW-H方程[1]和自由空间格林函数)是迄今为止工程应用中最受欢迎的气动噪声预测方法。尽管声模拟理论在推导过程中没有要求固体边界必须是紧致边界(即边界的几何特征尺寸远小于声波的波长)，但是当流场求解精度

收稿日期：2016-08-31

作者简介：宋亚辉（1985－），男，河南省鹿邑县人，硕士，工程师，主要研究方向为飞机结构动力学。
E-mail: songyahuilym@163.com

通信作者：刘秋洪（1978－），男，湖南省茶陵人，副教授，主要研究方向为计算液体力学和气动声学。
E-mail: qhliu@nwpu.edu.cn

不能获取声学变量的波动时，直接应用FW-H方程和自由空间格林函数求解非紧致结构的气动噪声会无法考虑固体边界对声波的散射作用。

声波辐射到结构表面时，如果被结构边界全部反射掉，此结构称为声学硬边界，如果被结构边界部分反射，则该结构属于阻抗边界。声衬[2]是一种在航空领域较常见的噪声控制方法，当声源发出的声波辐射到声衬表面时，一部分声波被声衬散射，而另一部分声波被声衬吸收。因此声衬是一种声学阻抗边界。若流场求解精度不能获取声学变量的波动，采用自由空间格林函数求解FW-H方程同样无法考虑阻抗固体边界对声波的散射和吸收作用。

随着计算流体力学和计算声学的快速发展，大量学者就非紧致结构对声波的散射开展了卓有成效的研究工作，主要包括：计算气动声学方法[3-4]、基于Lighthill声模拟方程变分形式的有限元法[5-6]、基于声模拟理论和自由空间格林函数的边界积分方法[7-9]和寻求满足边界散射条件的精确格林函数方法[10-12,16]。上述气动噪声预测方法中的第二种和第三种方法都假定固体边界为声学硬边界，不能考虑边界阻抗特性对声传播的影响。计算气动声学方法可以考虑阻抗边界对声传播的影响，但需要将频域阻抗边界条件转化为时域阻抗边界条件[13]，同时远场边界还须采用特殊方法处理[14]以保证声学数据不被污染，因其计算量巨大而难以在工程中应用。

本文在利用上述第四种方法研究气动噪声数值预测方法[15-16]过程中发现，可以将频域阻抗边界条件直接施加到固体边界上，从而将阻抗边界对声传播的影响计入精确格林函数，这为解决声学阻抗边界的声散射问题提供了新思路。本文发展一种基于精确格林函数数值计算的非紧致阻抗边界气动噪声数值预测方法，采用发展的数值预测方法对圆柱绕流的气动噪声进行预测，通过在圆柱边界上布置声衬的方法对气动噪声控制方法进行分析。

1 气动噪声数值预测方法

当固体边界静止时，FW-H方程在频域下可写成

$$p_a(\boldsymbol{x},\omega)=\int_V T_{ij}\frac{\partial^2 G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial y_i\partial y_j}\mathrm{d}\boldsymbol{y}+\int_S p_h\frac{\partial G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial \boldsymbol{n}(\boldsymbol{y})}\mathrm{d}S(\boldsymbol{y}) \tag{1}$$

其中，x 和 y 分别表示观察点和源点位置，V 是产生声源的流动区域，S 是物体边界，n 是边界上指向流动区域的单位法向量，p_h 为单位面积物体边界作用在流体上的力，p_a 为声压，ω 是圆频率，$G(x,y,\omega)$ 是格林函数，满足方程

$$\left(k^2+\nabla_y^2\right)G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=-\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}) \tag{2}$$

式中 $k=\omega/c_0$ 为声学波数，c_0 为声速。

对于非紧致阻抗边界，$G(x,y,\omega)$ 在边界上满足

$$\frac{G(x,y,\omega)}{n}+\beta G(x,y,\omega)=0 \tag{3}$$

其中 $\beta=0$ 时为声学硬边界，$\beta=i\rho_0\omega/Z(\omega)$ 时为声学阻抗边界，$Z(\omega)$ 为边界的阻抗，i 为表示虚数单位。对静止、均匀的声传播介质，其密度为 ρ_0。

将式(3)代入式(1)，即可得到非紧致边界气动噪声数值预测方法的基本方程

$$p_a(\boldsymbol{x},\omega)=\int_V T_{ij}\frac{\partial^2 G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial y_i\partial y_j}\mathrm{d}\boldsymbol{y}+\int_S \beta p_h G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\mathrm{d}S(\boldsymbol{y}) \tag{4}$$

式(4)就是采用精确格林函数得到的考虑边界散射和阻抗影响的FW-H方程。式(4)所用到的格林函数与自由空间格林函数不同，它需要满足式(3)给定的非紧致阻抗边界条件。因此，在利用式(4)进行声学积分之前，需要获得精确格林函数的解。

2 精确格林函数数值计算方法

本文在文献[15]中的声学硬边界精确格林函数的表达式进行了推导，阻抗边界精确格林函数表达式的推导过程类似，结合阻抗边界精确格林函数在边界上满足的表达式(3)，可得其表达式为

$$G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=G_0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)+\int_S G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\omega)\frac{\partial G_0(\boldsymbol{z},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial \boldsymbol{n}(\boldsymbol{z})}\mathrm{d}S(\boldsymbol{z})+\int_S \beta G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\omega)G_0(\boldsymbol{z},\boldsymbol{y},\omega)\mathrm{d}S(\boldsymbol{z}) \tag{5}$$

式中，z 为边界 S 上的点。当 $\beta=0$ 时，式(5)退化为声学硬边界精确格林函数。根据式(5)可以看出，在求解 $G(x,y,\omega)$ 之前，需要先计算边界上的 $G(x,z,\omega)$。可将源点 $\boldsymbol{y}$ 无限趋近于散射边界，从而将方程(5)写为

$$\left[1-\frac{\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{z})}{4\pi}\right]G_N(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\omega)=G_0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\omega)+\int_{S'}G(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{z}},\omega)\frac{\partial G_0(\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{z},\omega)}{\partial \boldsymbol{n}(\bar{\boldsymbol{z}})}\mathrm{d}S(\bar{\boldsymbol{z}})+\int_{S'}\beta G(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{z}},\omega)G_0(\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{z},\omega)\mathrm{d}S(\bar{\boldsymbol{z}}) \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{z})$ 是边界上点 z 处的内固体角，S' 是边界 S 除去积分奇点后的部分。式(6)可离散为

$$\left[1-\frac{\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{z})}{4\pi}\right]G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}_n,\omega)=G_0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}_n,\omega)+\sum_{\mathrm{m}\neq\mathrm{n}}G(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{z}}_m,\omega)\frac{\partial G_0(\bar{\boldsymbol{z}}_m,\boldsymbol{z}_n,\omega)}{\partial \boldsymbol{n}(\bar{\boldsymbol{z}}_m)}\Delta S(\bar{\boldsymbol{z}}_m)+\sum_{\mathrm{m}\neq\mathrm{n}}\beta G(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{z}}_m,\omega)G_0(\bar{\boldsymbol{z}}_m,\boldsymbol{z}_n,\omega)\Delta S(\bar{\boldsymbol{z}}_m) \tag{7}$$

式中，$m,n=1,2,3,\cdots M$，M 为边界离散单元的数

量。可采用Gauss-Legendre方法求解线性方程组(7)，将结果代入式(6)的右端，即可实现对精确格林函数的数值计算。

3　二维阻抗圆柱格林函数解析解

数值方法的正确性可以采用理论解析结果进行对比验证。考察自由空间中半径为 a 的二维圆柱，在圆柱坐标系下，源点和观察点坐标分别为 (r_y,θ_y) 和 (r_x,θ_x)。根据文献[17]，自由空间格林函数为

$$G_0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=\frac{1}{4i}\sum_{m=0}^{+\infty}\varepsilon_m A_m H_m^{(1)}\left(kr_>\right)J_m\left(kr_<\right) \tag{8}$$

式中，当 $m=0$ 时，$\varepsilon_m=1$，当 $m>0$ 时，$\varepsilon_m=2$，$J_m(\ )$ 是 m 阶 Bessel 函数，$H_{\mathrm{m}}^{(1)}(\ )$ 是 m 阶 Hankel 函数，$A_m=\cos m(\theta_x-\theta_y)$，$r_<=\min(r_x,r_y)$，$r_>=\max(r_x,r_y)$。

假设散射格林函数具有如下表达形式

$$G_S(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=\frac{1}{4i}\sum_{m=0}^{+\infty}\varepsilon_m A_m B_m H_m^{(1)}(kr_x) \tag{9}$$

那么解析解可以表示为 $G_A=G_0+G_S$。则在圆柱表面 $r_x=a$ 处，边界条件为

$$\frac{\partial G_A(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial r_x}+\beta G_A(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=0 \tag{10}$$

将(12)和(13)代入(14)，可得

$$B_m=\alpha_m H_m^{(1)}\left(kr_y\right) \tag{11}$$

其中，$\alpha_m=-\dfrac{J_{m-1}(ka)-J_{m+1}(ka)+2\beta J_m(ka)/k}{H_{m-1}^{(1)}(ka)-H_{m+1}^{(1)}(ka)+2\beta H_m(ka)/k}$

当观察点位于远场时，二维圆柱阻抗边界精确格林函数的解析解表达式可以写成

$$G_A(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)=\frac{1}{4i}\sum_{m=0}^{+\infty}\varepsilon_m A_m H_m^{(1)}\left(kr_x\right)\cdot\left[J_m\left(kr_y\right)+\alpha_m H_m^{(1)}\left(kr_y\right)\right] \tag{12}$$

当 $\beta=0$ 时，式(12)可以退化为声学硬边界圆柱精确格林函数的解析解。

4　非紧致阻抗圆柱气动噪声预测

4.1　精确格林函数数值计算方法的验证

采用二维圆柱对单位点声源的声散射算例来验证本文提出的精确格林函数数值计算方法。本文作者在文献[15]中对圆柱硬边界条件下的非紧致精确格林函数进行了数值计算，得到了与相应的解析解一致的结果，因此本文仅对圆柱阻抗边界条件下的非紧致格林函数数值计算进行验证。坐标原点位于圆柱中心，X 轴方向与自由来流相同，圆柱半径 $a=0.05$ m，点源位于 $(2a,0)$，观察点位于直径为 $256a$ 的圆上。因二维圆柱绕流具有对称性，仅给出半圆上的观察点的结果。

边界阻抗由以下表达式给出

$$Z(\omega)=R(\omega)+iX(\omega) \tag{13}$$

阻抗是复数，其实部 R 称为声阻，虚部 X 称为声抗，这两部分均依赖于声波频率、媒质等因素，实际应用中一般采用经验或半经验公式来确定阻抗的值。本文采用的声阻和声抗的解析表达式为

$$R(\omega)/\rho_0 c_0=0.2 \tag{14}$$

$$X(\omega)/\rho c_0=-13.48/\omega+0.0739\omega \tag{15}$$

式中 $\rho_0 c_0$ 为空气的特性阻抗。

采用沿圆周均匀分布的线网格对二维圆柱进行离散，为研究网格密度对计算结果的影响，考虑了四种网格，网格数量分别为45、90、180和360。$k=185$ 时，四种网格相当于在一个波长内分别有5、10、20和40个网格单元。图1为圆柱声学硬边界条件下的精确格林函数指向性数值计算结果与理论解析解的对比，可以看出，后三种细致网格的数值解与理论解比较一致。从放大图可进一步发现，一个波长内布置20个点时，才能满足边界元噪声计算结果的网格无关性要求。

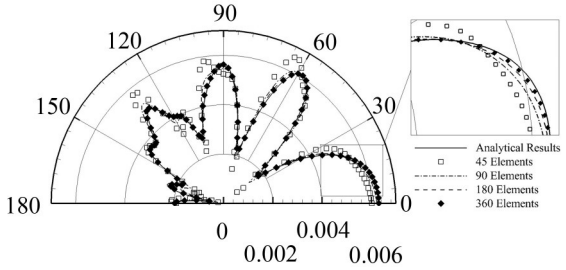


图1　精确格林函数的指向性分布随网格的变化

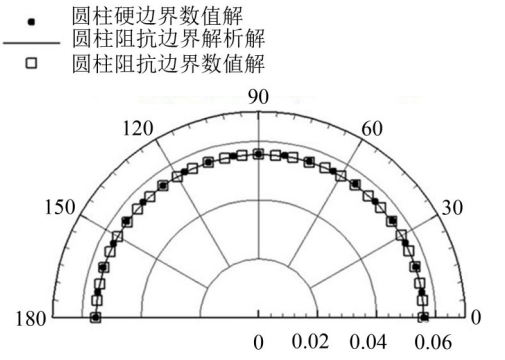
图2(a)为圆柱硬边界和阻抗边界条件下 $k=1$ 时的精确格林函数指向性的数值解与解析解的对比。此时，声波波长与圆柱直径的比为63，声波的波长远大于圆柱直径，圆柱边界是声学紧致边界。图2(b)为圆柱阻抗边界和阻抗边界条件下 $k=20$ 时的精确格林函数指向性的数值解与解析解的对比。此时声波波长与圆柱直径的比约为3，圆柱边界是声学非紧致边界。可以看出，精确格林函数的数值解在各观察点和波数下均与解析解一致。对紧致圆柱边界，由于声波可以绕过圆柱，因此边界阻抗对声的传播没有影响。而对非紧致圆柱边界，圆柱阻抗对声波的传播存在显著影响。

4.2　气动噪声数值预测结果与分析

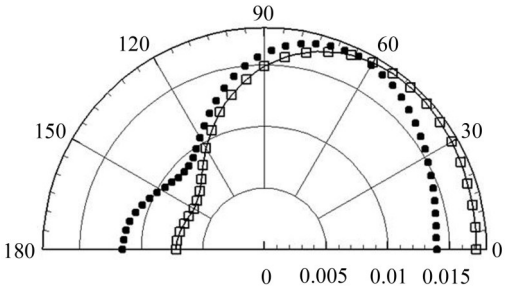
4.2.1　流动计算结果

流动计算参数为：圆柱直径 $D=0.1$ m，雷诺数 $Re_D=90\,000$，均匀来流马赫数 $Ma=0.2$。采用二维非定常不可压缩流体的雷诺时均Naiver-Stokes方程求解，湍流模型采用 $k-\omega$ SST。

图3为圆柱壁面升力系数 C_l 和阻力系数 C_d 随



(a) $k=1$



(b) $k=20$

图 2 圆柱硬边界和阻抗边界精确格林函数指向性结果对比

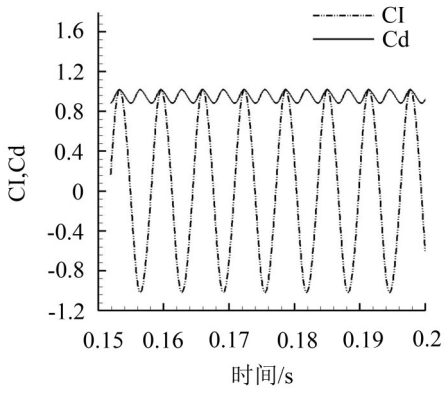


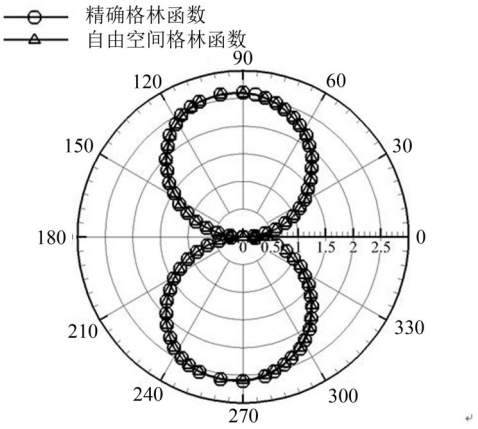
图 3 升力系数和阻力系数计算结果

时间的变化历程，可以看出，二维圆柱绕流具有明显的周期性。

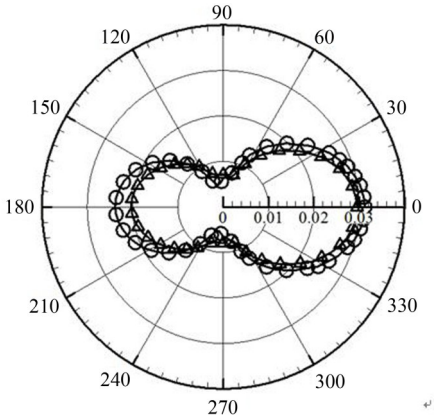
本文的重点在于提出和验证气动噪声计算方法，这里不再对流动做进一步的计算分析。气动噪声数值方法的正确性可以采用理论解析结果进行对比验证。

4.2.2 声学硬边界条件下气动噪声预测结果

图4是分别采用精确格林函数和自由空间格林函数求解FW-H方程得到的圆柱硬边界声压指向性图。当频率 $f=f_0$ 时，声波波长为 $21.6D$，两种方法得到的结果基本一致，圆柱对声波的散射作用可以忽略。而随着频率增高，当频率 $f=4f_0$ 时，声波波长为 $5.4D$，两种方法得到的结果出现了较为明显的差异。随着波长和圆柱边界特征尺寸的接近，圆柱



(a) $f=f_0$



(b) $f=4f_0$

图 4 圆柱硬边界的声压指向性图

呈现明显的非紧致特性，对声波的散射作用不可忽略。

4.2.3 声学阻抗边界条件下气动噪声预测结果

通过在圆柱表面不同位置施加阻抗边界条件来考察对边界阻抗对声传播的影响。设计3种方案，如图5所示。

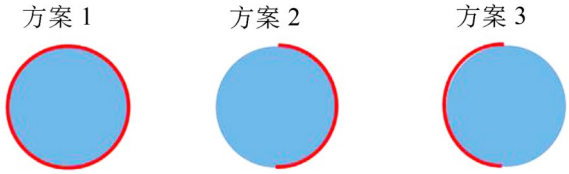
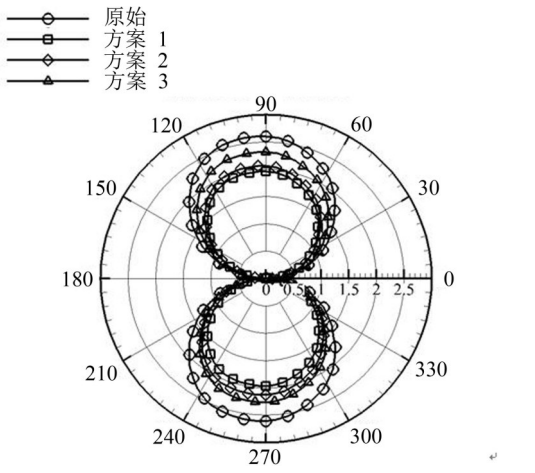
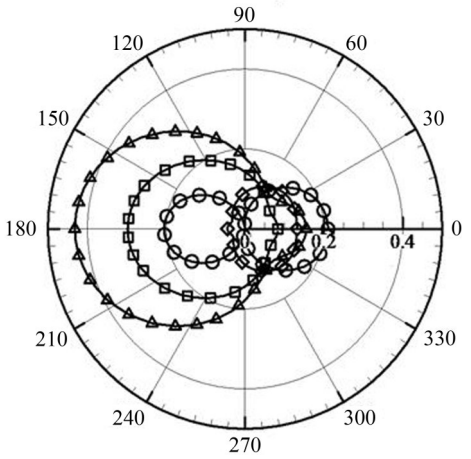


图 5 圆柱阻抗边界条件的施加三种方式

圆柱施加阻抗边界条件的声压指向性如图6所示。施加阻抗边界条件之后，噪声的指向性有明显的变化。在涡脱落频率，3种方案的各方向上的观察点声压均有所降低。在两倍涡脱落频率，3种方案在右半平面范围内的观察点有明显的消声效果，而方案1和3在左半平面观察点的声压和声压级反而增加。这表明，采用布置消声衬垫的方法消声，应充分考虑消声衬垫的阻抗特性和布置位置以及需要控制的噪声的频段。综合来看，方案2的消声效果较为理想。



(a) $f=f_0$



(b) $f=2f_0$

图 6 圆柱阻抗边界的声压指向性图

选取四个位于直角坐标轴上的观察点，其坐标分别为：点 1 $(128D,0)$、点 2 $(0,128D)$、点 3 $(-128D,\ 0)$、点 4 $(0,\ -128D)$。表 1 是圆柱表面施加阻抗边界条件后相比于声学硬边界的总声压级降噪量，正的降噪量表示相比于硬边界总声压级降低，负的降噪量表示总声压级增加。

不同的阻抗施加方案取得的降噪效果不同，方案 2 在 4 个观察点处均取得了有效的降噪效果。表 1 中的数据是根据数值计算结果统计而得，是否与工程实际一致还有待于实验的进一步验证。

表 1 阻抗边界的消声效果　　dB

总声压级降噪量	点 1	点 2	点 3	点 4
方案 1	7.6	2.5	−3.2	2.5
方案 2	1.4	2.0	3.1	2.0
方案 3	1.1	1.0	−6.6	1.0

5 结 语

本文发展了一种基于精确格林函数数值计算的非紧致阻抗边界气动噪声数值预测方法，适用于几何外形复杂的边界与非定常流动相互作用诱发的气动噪声的数值预测。通过对圆柱绕流诱发的气动噪声的数值预测，对该方法进行了验证分析。所得结论如下：

(1) 推导了阻抗边界条件下二维非紧致圆柱空间的精确格林函数解析解，声学硬边界条件下的解析解是该解的一种特殊情况；

(2) 采用边界元方法数值计算满足相应边界条件的精确格林函数，结果显示数值解和解析解一致，数值解要取得好的网格收敛效果需要在一个波长内布置 20 个网格点；

(3) 与采用自用空间格林函数求解 FW-H 方程的方法相比，本文提出的气动噪声数值预测方法不仅能够考虑非紧致边界对声波的散射，还能考虑阻抗边界对声传播的影响，能更准确地预测流动诱发的气动噪声；

(4) 噪声预测结果显示在圆柱表面施加阻抗边界条件能有效控制噪声，为今后噪声的实际控制提供了理论基础。

参考文献：

[1] FFOWCS WILLIAMS J E, HAWKINGS D L. Sound generation by turbulence and surface in arbitrary motion [J]. **Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematics and Physical Sciences**, 1969, 264: 321-342.

[2] SMITH M G, CHOW L C, MOLIN N. Attenuation of slat trailing edge noise using slat gap acoustic liners[C]. AIAA-2006-2666, 2006.

[3] **BAILLY C, JUVÉ D**. Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized Euler equations[J]. **AIAA Journal**, 2000, 38(1): 22-29.

[4] BOGEY C, BAILLY C. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations[J]. **Journal of Computational Physics**, 2004, 194(1): 194-214.

[5] OBERAI A A, ROKNALDIN F, HUGHES T J R. Computation of trailing-edge noise due to turbulent flow over an airfoil[J]. **AIAA Journal**, 2002, 40(11): 2206-2216.

[6] ALI I, ESCOBAR M, KALTENBACHER M, BECKER S. Time domain computation of flow induced sound[J]. **Computer and Fluids**, 2008, 37: 349-359.

[7] SCHRAM C. A boundary element extension of Curle's analogy for non-compact geometries at low-Mach numbers [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2009, 322: 264-281.

（下转第 48 页）