

文章编号:1006-1355(2016)02-0035-05

基于弹性基础的多级并联调谐质量阻尼器设计

贺小龙, 张立民, 屈晶晶, 郭力荣, 周 辉

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 成都 610031)

摘要:基于结构弹性基础假设,建立多级并联调谐质量阻尼器数学模型,获取弹性基础阻抗特性,推导主系统振幅无量纲表达式。研究发现地基弹性振动对主系统的影响不可忽略,结合多级并联调谐质量阻尼器对振动衰减的优势,提出对考虑弹性地基的多级并联系统进行优化设计的必要性。分析梁的连接位置距端部长度 u 对主系统影响规律: u 值越小,梁的弹性振动对主系统的影响程度就越小;当 $u \leq 1$ m,梁第1阶固有频率与主系统第1阶固有频率不发生耦合振动,中间位置($u=2$ m时)影响最大。并对此情况下2级并联和4级并联系统参数进行优化设计,优化结果表明:不考虑弹性地基的多级并联系统优化结果对于弹性地基下多级并联系统不再适用,考虑梁的弹性结合数值优化法对多级并联系统进行优化能很好削弱梁的弹性振动对主系统的影响。最后研究连接点动刚度对主系统的影响:当连接点动刚度 $K \geq 40 k_d$ 时,梁第1阶固有频率对主系统前三阶固有频率影响较小;当 $K \geq 70 k_d$ 时,可忽略弹性梁对调谐质量阻尼器设计的影响。

关键词:振动与波;弹性梁;多级并联;调谐质量阻尼器;优化设计

中图分类号:O422.6

文献标识码:A

DOI编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2016.02.008

Design of Multi-grade Parallel Dynamic Vibration Absorbers on an Elastic Foundation

HE Xiao-long, ZHANG Li-min, QU Jing-jing, GUO Li-rong, ZHOU Hui

(Traction Power State Key Laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract : The mathematical model of the multi-grade parallel dynamic vibration absorber on an elastic foundation was established. The dimensionless expression of the amplitude magnification factor and the impedance of the elastic foundation were gained. It was found that the influence of the elastic foundation on the main system cannot be ignored. Considering its advantage of vibration decay, the necessity to optimize the multi-grade parallel system was proposed. The influence of the distance u between the connection and the end of the beam on the main system was analyzed. It was found that the less u will lead to the smaller influence of the beam elastic vibration on the main system. The first frequency vibration of the beam will not couple with the first frequency vibration of the main system when $u \leq 1$ m, and the u has the largest influence on the main system when $u=2$ m. The numerical optimization method was used to design the parameters of 2-grade parallel and 4-grade parallel systems. The result shows that the result of the rigid connection system is not applicable to the elastic system. The elastic connection system can effectively optimize the multi-grade parallel system and reduce the influence of the beam's elastic vibration on the main system. Finally, influence of the dynamic stiffness of the connection on the main system was studied. It shows that the first natural frequency of the beam has no effect on the first three nature frequencies when $K \geq 40 k_d$, and the influence of the beam on the main system can be neglected when $K \geq 70 k_d$.

Key words : vibration and wave; elastic beam; multi-grade parallel; dynamic vibration absorber; optimum design

调谐质量阻尼器(dynamic vibration absorber, DVA)作为一种在稳定振动情况下简单有效的振动控制装置,在工程中得到广泛应用^[1]。调谐质量阻尼器包含质量、刚度和阻尼等设计参数,与被减振物

体相连接,吸收振动能量,从而达到衰减被减振物体强迫振动响应的目的。自Den Hartog^[2]提出了调谐质量阻尼器最优设计方法以来,很多学者都对更为复杂结构的调谐质量阻尼器参数设计进行研究。日本学者背户一登对 n 级并联调谐质量阻尼器(multiple tuned mass dampers, MTMD)参数进行设计^[3],代林建立刚性基础下 n 级并联调谐质量阻尼器的通用模型^[4],但是都未考虑地基弹性连接对主系

收稿日期:2015-09-21

作者简介:贺小龙(1989-),男,四川省苍溪县人,博士生,主要研究方向为高速列车车体振动控制。

E-mail: hexiaolong_vip@163.com

统振动的影响;姚斌辉考虑了基础弹性情况下单调谐质量阻尼器(Tuned Mass Dampers, TMD)设计^[5],左秋阳分析了MTMD对弹性基础隔振系统性能的影响^[6],但是都未研究弹性地基下多级并联调谐质量阻尼器系统的优化设计规律。

本文给出弹性地基下多级并联调谐质量阻尼器的建模与计算方法,联合弹性梁的阻抗特性,推导主系统振幅放大系数无量纲表达式。研究发现地基弹性振动对主系统的影响不可忽略,结合多级并联调谐质量阻尼器对振动衰减的优势,提出对考虑弹性地基的多级并联系统进行优化设计的必要性,利用数值优化法对多级并联系统进行了优化设计;对比了考虑弹性地基和不考虑弹性地基条件下多级并联系统的优化设计结果对主系统的影响,结果表明对考虑弹性地基下的多级并联系统进行整体优化设计可以较好地控制梁的弹性振动对主系统的影响。分析弹性梁的不同连接位置对主系统的影响:连接位置越靠近梁的两端,梁的弹性振动对主系统影响就越小,连接在梁中间位置可使主系统振动幅度放大4倍。最后分析连接点动刚度对系统的影响:当 $K \geq 40 k_d$ 时,梁的第1阶固有频率对主系统的三个固有频率没影响;当 $K \geq 70 k_d$ 时,此时可忽略弹性梁对调谐质量阻尼器设计的影响。数值优化法在多级并联系统优化设计中具有一定工程实用性。

1 弹性地基下 n 级并联调谐质量阻尼器系统建模

1.1 系统建模

图1为弹性地基下 n 级并联调谐质量阻尼器系统,以简支梁作为模型的弹性基础。 m_s 、 k_s 、 c_s 和 x_s 为主系统质量、刚度、阻尼以及位移。 x_d 为简支梁的位移, m_i 、 k_i 、 c_i 和 x_i 分别为第 i 级调谐质量阻尼器的质量、与主系统连接的刚度和阻尼以及位移,激励力 $F=F_0 \sin \omega t$ 。

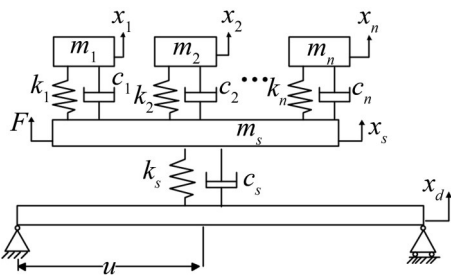


图1 弹性地基下 n 级并联调谐质量阻尼器系统

该力学模型的运动方程式为

$$m_s \ddot{x}_s + c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_d) + k_s (x_s - x_d) - \sum_{i=1}^n k_i (x_i - x_s) - \sum_{i=1}^n c_i (\dot{x}_i - \dot{x}_s) = F \quad (1)$$

第 i 级调谐质量阻尼器微分方程为

$$m_i \ddot{x}_i + c_i (\dot{x}_i - \dot{x}_s) + k_i (x_i - x_s) = 0 \quad (2)$$

弹性地基受力微分方程为

$$c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_d) + k_s (x_s - x_d) = k_d x_d + c_d \dot{x}_d + m_d \ddot{x}_d \quad (3)$$

式中 k_d 、 c_d 、 m_d 分别表示弹性地基在连接点上等效刚度系数、阻尼系数和质量参数。

将以上式写成矩阵的形式

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [K]X = \{F\} \quad (4)$$

其中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 和 $\{F\}$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和力向量。

将式(4)由时域转换到频域,可得

$$|X(\omega)| = \{-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K]\}^{-1}\{F\} \quad (5)$$

其中 $\{F\} = [F_0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$

由式(5)得到系统振幅放大矩阵,即

$$G(\omega) = k_s \times \{-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K]\}^{-1} \quad (6)$$

先作如下定义:被减振物体固有频率为 $\omega_s = \sqrt{k_s/m_s}$; 阻尼比为 $\zeta_s = c_s/2\sqrt{k_s m_s}$; 第 i 级吸振器的固有频率为 $\omega_i = \sqrt{k_i/m_i}$; 第 i 级吸振器的阻尼比为 $\zeta_i = c_i/2\sqrt{k_i m_i}$; 第 i 级调谐质量阻尼器与主系统的质量比 $a_i = m_i/m_s$; 第 i 级调谐质量阻尼器与主系统的频率比 $\lambda_i = \omega_i/\omega_s$; 激励频率与主系统的频率比 $\lambda = \omega/\omega_s$ 。

将上述定义变量带入式(6)可得

$$G(\omega) = \{-\lambda^2[M] + j\lambda[C] + [K]\}^{-1} \quad (7)$$

其中无量纲的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵分别为

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & a_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & a_n & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 + \sum_{i=1}^n a_i \lambda_i^2 & -a_1 \lambda_1^2 & \cdots & -a_n \lambda_n^2 & -1 \\ -a_1 \lambda_1^2 & a_1 \lambda_1^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_n \lambda_n^2 & 0 & \cdots & a_n \lambda_n^2 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 1 + K_d/k_s \end{bmatrix}$$

$$[C] = 2 \begin{bmatrix} \zeta_s + \sum_{i=1}^n \zeta_i a_i \lambda_i & -\zeta_1 a_1 \lambda & \cdots & -\zeta_n a_n \lambda & -\zeta_s \\ -\zeta_1 a_1 \lambda & \zeta_1 a_1 \lambda & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\zeta_n a_n \lambda & 0 & \cdots & \zeta_n a_n \lambda & 0 \\ -\zeta_s & 0 & \cdots & 0 & \zeta_s \end{bmatrix}$$

其中刚度矩阵 $[K]$ 中变量 K_d 为主系统与梁连接点的阻抗。

主系统的振幅放大系数为

$$\beta_s = G(\omega)_{(1,1)} \quad (8)$$

1.2 弹性梁连接点阻抗计算

由简支梁理论可知,梁中部的位移阻抗(动刚度)计算公式为^[6]

$$k_d = \left(\frac{2}{ml} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\left(\sin \frac{i\pi u}{l} \right)^2}{\omega_i^2 - \omega^2} \right)^{-1} \quad (9)$$

其中 m 为梁的质量, l 为梁的长度, u 为梁连接点距梁左端的距离, ω_i 为梁的第 i 阶固有频率, ω 为激励频率。梁的第 i 阶固有频率为

$$\omega_i = \frac{(i\pi)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (10)$$

其中 E 为梁的弹性模量, I 为截面惯矩, ρ 为材料密度, A 为梁截面面积, l 为梁长度。

1.3 多级调谐质量阻尼器参数优化

当调谐质量阻尼器数量为1个,无阻尼主系统位移幅值曲线上存在与吸振器阻尼系数大小无关的点,因此可以通过定点理论来求解。但是对于 n 级并联调谐质量阻尼器的设计,这里采用数值优化方法进行优化^[7]。优化目标函数描述为

$$\min_{\lambda_i, \zeta_i} (\|\beta_s\|_{\infty}) \quad (11)$$

其中优化参数为频率比 λ_i 和阻尼比 ζ_i , $\|\beta_s\|_{\infty}$ 为主系统振幅放大系数无穷范数。通过粒子群数值优化算法可以得到其最优解^[8]。

2 弹性地基连接多级并联系统振动特性分析

图2为刚性地基下不同数量调谐质量阻尼器主系统振幅放大系数图。

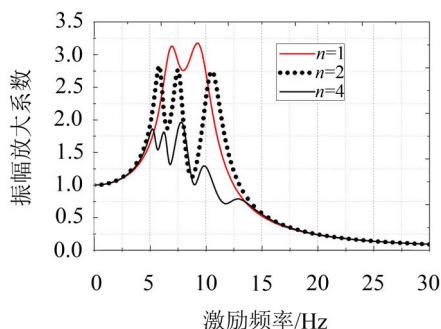


图2 不同数量吸振器主系统振幅放大系数

由图2可知,与单级调谐质量阻尼器相比,2级并联系统振动幅值有很大衰减;4级并联系统比2级并联系统有更好的振动控制效果。增加吸振器数量能有效控制主系统振动。图3为考虑基地弹性连接时2级并联主系统振幅放大系数图。

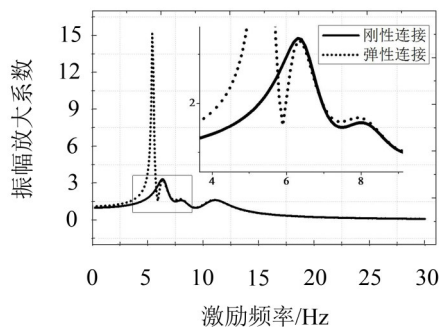


图3 考虑弹性地基2级并联系统振幅放大系数

由图3可知,考虑地基弹性时,主系统第1阶固有频率幅值较地基刚性连接时第1阶固有频率放大了5倍,前两阶固有频率略有减小。地基的弹性振动对主系统振动影响较大,在调谐质量阻尼器参数设计中地基弹性振动对主系统振动的影响不可忽略。因此考虑对弹性地基连接条件下多级并联调谐质量阻尼器进行参数设计。

3 弹性地基连接多级并联系统设计

设计的多级并联调谐质量阻尼器系统中主系统质量 $m_s=100$ kg,刚度 $k_s=3 \times 10^5$ N/m,阻尼比 $\zeta_s=0.05$ 。弹性梁的基本参数为:长 $l=4$ m,宽 $b=0.3$ m,高 $h=0.4$ m,弹性模量 $E=2.1 \times 10^9$ Pa,密度 $\rho=7800$ kg/m³。主系统受外界激励频率为0~30 Hz。由式(10)计算得梁的前5阶固有频率如表1所示。由表可知,梁的第1、2阶固有频率在激励频率范围内。

表1 梁前5阶固有频率

阶次	1	2	3	4	5
频率/Hz	5.89	23.55	52.97	94.16	147.13

图4为梁在0~30 Hz激励频率范围内的阻抗特性。

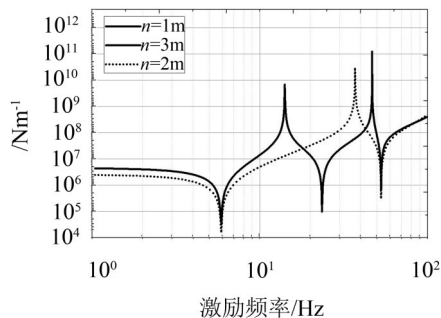


图4 梁连接点阻抗分布规律

图4中峰谷对应弹性梁的固有频率, u 为系统与梁连接位置距梁端部的距离。因梁的阻抗关于中间位置具有对称性,图中 $u=1$ m和 $u=3$ m阻抗曲线重合。在梁的固有频率处,其阻抗出现极小值,且 $u=2$ m时在梁的第1阶固有频率处阻抗最小,由此可能带来梁的弹性振动较大。因此,将连接位置 $u=2$ m作为参数优化的极限工况进行考虑。

图5描述了不同连接位置下梁弹性振动对主系统的影响规律。

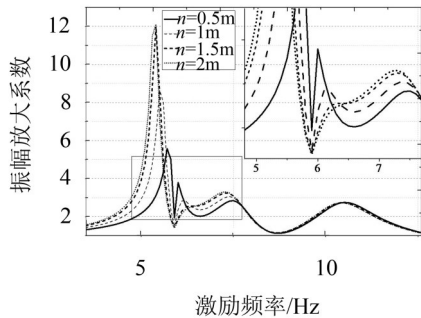


图5 不同连接位置对振幅放大系数的影响

由图5可知,当连接位置从中部移动到端部,梁与被减振物体构成的耦合系统的第1阶频率逐渐增大,第1阶频率对应幅度逐渐降低,梁的弹性振动对耦合系统的振动影响程度逐渐降低。当 $u \leq 1$ m时,耦合系统振动特性与不考虑弹性地基情况一致。当连接在梁中间位置时,耦合系统在第1阶固有频率处振幅最大,即中间位置处弹性梁对耦合系统振动影响最明显。因此,下文将考虑对梁中部连接($u=2$ m)情况下的多级并联系统进行优化设计。

结合以上分析内容对2级和4级并联系统进行参数优化设计。优化设计过程中以主系统的振幅放大系数的无穷范数 $\|\beta_s\|_\infty$ 为目标函数。多级并联系统的优化问题可表述为如下数学模型

$$\min : f(x) = \|\beta_s\|_\infty$$

$$\text{s.t.} : \lambda_l \leq \lambda_i \leq \lambda_u, \zeta_l \leq \zeta_i \leq \zeta_u$$

其中 $i=1,2,\dots,n$ 为调谐质量阻尼器数量, λ_l 、 λ_u 为第 i 个调谐质量阻尼器与主系统频率比的下上限, ζ_l 、 ζ_u 为第 i 个调谐质量阻尼器阻尼比的下上限。优化方法采用粒子群优化法。表2为刚性地基连接时多级并联调谐质量阻尼器系统优化结果,表3为考虑地基弹性连接时多级并联调谐质量阻尼器系统优化设计结果。

2级并联系统中质量比 $u_1=u_2=0.12$,4级并联系统中质量比 $u_1=u_2=u_3=u_4=0.06$,多级并联系统中调谐质量阻尼器总质量相等。将优化结果分别代入弹性地基多级并联系统中,图6、图7为2级并联和4级并

表2 地基刚性连接优化结果

		1	2	3	4
u	$n=2$	0.12	0.12	/	/
	$n=4$	0.06	0.06	0.06	0.06
λ	$n=2$	0.68	0.99	/	/
	$n=4$	0.77	0.64	1.02	1.34
ζ	$n=2$	0.10	0.08	/	/
	$n=4$	0.06	0.06	0.06	0.09

表3 地基弹性连接优化结果

		1	2	3	4
u	$n=2$	0.12	0.12	/	/
	$n=4$	0.06	0.06	0.06	0.06
λ	$n=2$	0.64	1.03	/	/
	$n=4$	0.67	0.60	1.56	1.75
ζ	$n=2$	0.09	0.21	/	/
	$n=4$	0.09	0.11	0.21	0.25

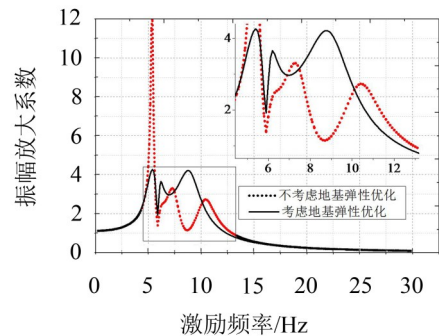


图6 二级并联系统振幅放大系数

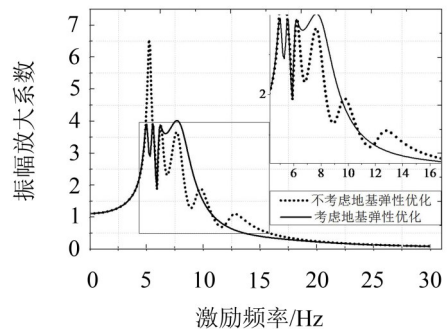


图7 四级并联系统振幅放大系数

联系统振幅放大系数曲线,其中虚线表示不考虑弹性地基情况下耦合系统振幅放大系数曲线,实线表示考虑弹性地基时耦合系统振幅放大系数曲线。

由图6可知,主系统振动幅值在第1阶固有频率处放大了12倍,考虑为梁的第1阶固有频率(5.89 Hz)与主系统第1阶固有频率(5.93 Hz)发生耦合振动所引起的。结果表明:在不考虑弹性地基情况下多级并联系统的优化结果参数对于弹性地基多级并联已不再适用,弹性梁与被减振物体构成的耦合系

统产生的耦合振动并未得到有效控制。对此,在对主系统进行参数优化时,应该把弹性梁的振动纳入考虑范围。图6中实线为考虑弹性地基时对主系统进行优化后主系统振动特性曲线。在主系统第1阶固有频率处,其振幅由原来的12倍降低为4倍,系统振幅得到了很好控制,梁的弹性振动对主系统的影响程度得到了削弱。图7为对4级并联系统进行重新优化后主系统振动特性曲线,其影响规律与2级并联系统类似,这里不再赘述。

图8为弹性地基连接动刚度 K 对主系统振动的影响。其中 K 为连接点的动刚度, k_d 为初始条件下连接点的动刚度。由图可知,随着连接点动刚度增大,梁第1阶固有频率逐渐增大,梁弹性振动对主系统影响逐渐减小,当动刚度增加到50倍时,梁第1阶固有频率对主系统振动影响消失,梁第1阶频率会在主系统频率范围外产生小峰值;当动刚度增加到70倍时,弹性梁对主系统的影响可忽略不计。实际计算发现当 $K \geq 40k_d$ 时,梁的第1阶固有频率对主系统前3阶固有频率没影响,当 $K \geq 70k_d$ 时,弹性梁和刚性梁的振幅放大系数基本重合,此时可忽略弹性梁对调谐质量阻尼器设计的影响。

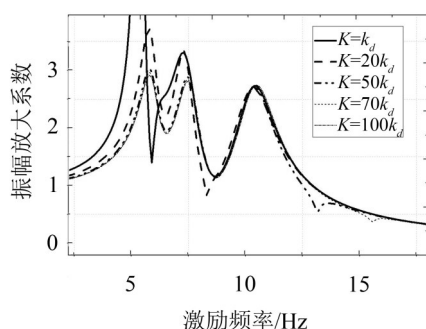


图8 不同连接动刚度对振幅放大系数的影响

4 结 语

通过研究,得到以下结论:

(1) 梁的弹性振动对于多级并联调谐质量阻尼器系统振动影响较大,不可忽略。在吸振器总质量相等情况下,多级并联系统比单级调谐质量阻尼器系统有更宽的减振频带,具有更好的减振效果。因此很有必要对弹性地基连接下多级并联系统进行优化设计。

(2) 梁第1阶弹性振动频率易与主系统第1阶固有频率发生耦合振动,导致梁和被减振物体构成的耦合系统振动放大。梁的不同连接位置 u 对主系统影响不同,结果表明:连接位置越靠近梁端部,梁的振动对主系统影响程度就越小。在连接中间位置时梁的振动对主系统影响最大。

(3) 分别对多级并联系统在刚性连接和弹性连接情况下进行数值优化设计,并将结果代入弹性地基多级并联系统,结果表明刚性连接优化结果参数对于弹性连接系统已不再适用,有必要对弹性地基条件下系统进行重新优化设计。优化结果表明重新优化后梁的弹性振动对主系统的影响得到了削弱。

(4) 研究梁的弹性模量对主系统振动影响,结果表明:当连接点动刚度增大到初始动刚度40倍时,梁第1阶固有频率对主系统没有影响,增加到70倍时,此时可忽略弹性梁对调谐质量阻尼器设计的影响。数值优化方法在多级并联调谐质量阻尼器优化设计中具有实用性。

参考文献:

- [1] 张洪田,刘志刚,张志华,等. 动力吸振技术的现状与发展[J]. **噪声与振动控制**, 1996, 16(3): 22-25.
- [2] Li J B, Peng T. Improved EMD and its application in rolling bearing fault diagnosis [J]. **Journal of Hunan University of Technology**, 2009, 23(6): 29-32.
- [3] 背户一登,任明章译. 动力吸振器及其应用[M]. 北京:机械工业出版社, 2013: 36-44.
- [4] 代林,上官文斌,张少飞. n 级动力吸振器的建模及参数优化[J]. **噪声与振动控制**, 2012, 32(3): 45-48.
- [5] 姚斌辉,上官文斌. 被减振物体连接于弹性地基时调谐质量阻尼器的设计[J]. **振动与冲击**, 2012, (7): 58-62.
- [6] 左秋阳. 调谐质量阻尼器对隔振系统的性能影响研究[D]. 沈阳:沈阳工业大学, 2014.
- [7] Dong Du, Xiao Jun Gu, De Ying Chu. Performance and parametric study of infinite-multiple TMDs for structures underground acceleration by H infinity optimization[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2007, 305 (S4-5): 843-853.
- [8] 张仲海,王多,王太勇,等. 采用粒子群算法的自适应变步长随机共振研究[J]. **振动与冲击**, 2013, (19): 125-130+152.