文章编号：1006-1355(2015)04-0038-05

基于振动响应的隔振系统力传递率间接估算方法

孙伟星[1]，徐时吟[2]，黄修长[2]

（1. 中国船舶重工集团公司 第七〇四研究所，上海 200031；
2. 上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室，上海 200240）

摘 要：工程中，常用振级落差和力传递率来表征隔振系统的隔振效果。振级落差可以由实验测得的隔振器上下端的振动响应，直接计算获取；相比之下，直接测量系统力在实际应用中存在诸多难点。为此，提出一种间接估算方法，以隔振器两端的振动响应作为输入，设备激励力及隔振器传递力，并通过有限元模型对该方法的正确性做出验证。相比于使用力传感器直接进行实验测试，该方法更为简洁，且能够对力传递率做出准确的估算，具有一定的工程实用价值。

关键词：振动与波；力传递率；隔振系统；间接估算方法
中图分类号：O328；O329 **文献标识码**：A DOI编码：10.3969/j.issn.1006-1335.2015.04.009

Indirect Estimation of Force Transmissibility in a Vibration Isolation System Based on Vibration Responses

SUN Wei-xing[1], *XU Shi-yin*[2], *HUANG Xiu-chang*[2]

(1. No. 704 Research Institute of China Shipbuilding Industry Corporation, Shanghai 200031, China;
2. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract : In engineering, vibration level difference and force transmissibility are usually utilized to evaluate the performance of isolation systems. Vibration level difference can be readily derived from the responses measured at the top and the bottom of the isolator, while there are lots of obstacles in force measurement. In this paper, based on the known vibration responses at both ends of the isolator, an indirect method was proposed that can be applied to obtain the excitation force of the vibrating machines and the force transmission of the isolator. Numerical results are presented to validate the effectiveness of the proposed method. Compared with the direct measurement by means of force sensors, this method is a more concise, and can ensure the accuracy for force transmission estimation.

Key words : vibration and wave ; force transmissibility ; vibration isolation system ; indirect estimation method

工程中，对于由设备、弹性支撑以及基座所组成隔振系统[1]，通常可以用振级落差和力传递率来表示其隔振效果[2-5]。但实际上这两个评价指标之间并不等价，在通常情况下差异很大，应根据具体系统，选择合适的评价指标。在隔振器特性确定的情况下，基础的阻抗特性对振级落差产生很大的影响，可能会产生误判，不能客观的反映隔振效果。在这种情况下，通过力传递率来表征隔振效果更为合理。实际测试中，振级落差可以由测得的隔振器上下端的振动响应直接计算获取[6-8]。相比之下，对力的直接测量在实际操作中存在诸多问题。首先，为测得设备运行时的激励力和隔振器传递力，需要将力传感器串联在隔振系统内，其安装和拆卸过程都要将设备从基座上移走，极大增加了工作量[9,10]；而另一方面在系统中插入力传感器可能会改变系统特性，影响测试的准确性[11]。因此，力传递率的获取一直是工程测试中的一个难点[12-15]。

本文提出了一种系统力传递率的间接估算方法，以系统的振动响应为输入，推算出设备激励力和隔振器传递力，从而得到力传递率。相比于通过力传感器直接进行实验测试，本方法更为简洁，并且能

收稿日期：2014－12－08
作者简介：孙伟星（1977－），男，上海人，本科生，主要研究方向：振动、冲击和环境适应性研究。
E-mail: stewart342@163.com

够对系统的力传递特性做出更为准确的描述。在此基础之上，针对采用不同安装基座的隔振系统，进一步提出了隔振特性的估算方法。

1　理论模型

考虑如图1所示的多连接点隔振系统，由振动设备和基座组成，两者之间通过数个隔振器弹性连接，而基座弹性安装在地面上。针对该系统，以隔振器连接点处的响应为输入，求解设备的激励力以及隔振器传递力。

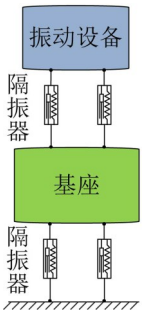


图1 常见隔振系统示意图

对于上述系统，振动方程可以写为

$$\boldsymbol{F}_S=\boldsymbol{F}_R+\boldsymbol{Y}_S^{-1}v_S,\ \ v_R=\boldsymbol{Y}_R\boldsymbol{F}_R,\ \ \boldsymbol{F}_R=\boldsymbol{Y}_I^{-1}\left(v_S-v_R\right) \tag{1}$$

式中v $\boldsymbol{F}$分别代表系统各连接点处的位移向量和力向量；$\boldsymbol{Y}$代表子结构的导纳矩阵，可以表示各子结构的动力学特性。下标S代表振动设备，R代表测试基座，I代表隔振器。当在各个连接点处考虑6向自由度时（三向平动和三向转动），v、$\boldsymbol{F}$都是6 n×1的矩阵，而$\boldsymbol{Y}$为6 n×6 n的矩阵。$\boldsymbol{F}_S$为设备的激励，设备处于运行状态时，可将其对系统振动的影响等效为在其内部施加激励的结果。由于该激励的具体作用位置以及幅值大小都难以确定，直接测量十分困难，因此文中将设备的阻挡力作为激励。阻挡力的定义为振源完全刚性安装时，安装点处测得的力向量，在工程中常用其来表征振源的振动特性。这是由于设备的振动是通过安装点传递给支撑结构的，忽略设备内部的工作情况，仅使用连接点处的振动情况就可以很好地描述其源特性。作为设备振源特性的描述参量，阻挡力由设备本身所决定的，而与外界条件无关，不会随着系统的变化发生改变。

将事先测得的隔振器和基座导纳Y_R、Y_I以及系统响应v_S、v_R作为已知量，未知量包括F_R、Y_S、F_S。通过矩阵求逆运算，可以直接得到隔振器传递力

$$F_R=Y_R^{-1}V_R \tag{2}$$

由于$F_S=F_R+Y_S^{-1}v_S$中含有Y_S、F_S两个未知数，因此需要两组振动响应数据，通过求解方程组来得到未知量。为使方程可解，必须保证所使用的两组数据是互不相关的

$$F_S=F_{R1}+Y_S^{-1}v_{S1},\ \ F_S=F_{R2}+Y_S^{-1}v_{S2} \tag{3}$$

式中，下标中的1和2分别代表两种工况。求解方程，可以得到设备的阻挡力，即激励力为

$$F_S=(F_{R1}\,v_{S1}^{-1}-F_{R2}\,v_{S2}^{-1},)(v_{s1}^{-1}-v_{S2}^{-1})^{-1} \tag{4}$$

除了阻挡力之外，设备的自由响应v_{free}也常用于评价设备的振源特性。其定义为当设备处于自由状态时，其安装点处的振动响应。自由响应可以通过下式描述

$$v_{free}=v_S-Y_S\,F_R \tag{5}$$

将其代入$F_S=F_R+Y_S^{-1}v_S$，可以得到设备的自由响应与阻挡力之间的关系

$$v_{free}=Y_S\,F_S \tag{6}$$

通过以上步骤，即可根据隔振器连接点处的振动响应求得设备激励力及隔振器传递力。此外，还考虑了以设备的振源特性作为输入时的情况。同样以图1中的系统为例，将设备的自由响应作为已知条件，求解该隔振系统。由式(1)和式(5)，可以先后得到隔振器传递力以及基座、设备隔振器安装点处响应的表达式

$$\begin{aligned}F_R&=\left(Y_I+Y_S+Y_R\right)^{-1}v_{\text{free}}\\v_R&=Y_R\left(Y_I+Y_S+Y_R\right)^{-1}v_{\text{free}}\\v_S&=v_{\text{free}}+Y_S\left(Y_I+Y_S+Y_R\right)^{-1}v_{\text{free}}\end{aligned} \tag{7}$$

根据测得的连接点响应，可以直接求得隔振器两端的振级落差；而求解系统的力传递率，则需要通过计算得到的隔振器传递力和设备激励力来获取。力传递率的定义为基座所受的传递力（系统的输出力）与激振力（系统的输入力）之比

$$L_T=\left|\sum_{i=1}^{N}F_{Ri}\Big/\sum_{i=1}^{N}F_{Si}\right| \tag{8}$$

式中L_T为系统的力传递率，N为测点数目。振级落差的定义为基座处的振级与设备机脚处振级之差

$$L_T=L_V-L_D \tag{9}$$

式中L_V为设备机脚各测点总振级的对数平均值，L_D为基座面板各测点总振级的对数平均值。

由于系统为多点连接系统，传递力和激励力都用各测点的平均值来表示。

2　数值算例

将通过两个算例验证上面提出的间接估算方法。算例1以下图中的多点连接隔振系统为例，建立其有限元模型，对提出的辨识方法在实际振动系统中的应用进行具体的描述。考虑到在实际实验验证中，由于测试条件所限，很难测得连接点处的横向以及转动自由度信息，因此仅考虑系统的垂向自由

度。另一方面，为得到计算所需的两组互不相关的响应数据，需要分别设计两个隔振系统，可以通过采用不同的测试基座或者采用不同的安装形式来实现这一目的。出于简化实验设计的考虑，将采用后一种实施方案，令系统1中的设备采用弹性安装，系统2中采用刚性安装，分别针对这两个系统进行振动测试。

如图2所示，将上部的矩形板等效为振动设备，基座采用框架梁结构，梁截面为边长为0.05 m的矩形截面。设备通过四个安装点与基座相连，系统1中的隔振器的刚度设为1×10^5 N/m，系统2中为1×10^9 N/m，将后一种工况看作设备直接刚性安装在基座上。整个测试系统通过四个空气弹簧，支撑在地面上。基座连接点处的导纳见图3，由于采用了梁式结构，基座的柔度较大，得到的模态信息比较丰富。

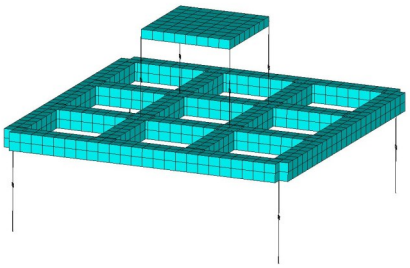


图2 测试系统示意图

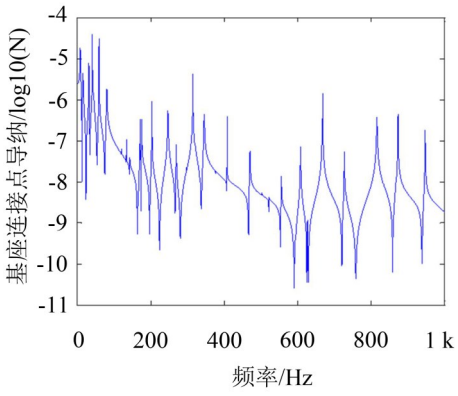


图3 基座导纳

在设备质心位置施加单位垂向激励，用以模拟设备运行时的情况，此时设备安装点的振动响应见图4。在两种安装条件下，设备安装点处的响应，尤其是100 Hz以上频段内的响应，不具有相关性，可以用于系统求解。

根据之前的理论推导可知，通过式(2)和式(4)可以估算设备激励力和隔振器传递力，需要的已知量为子结构的导纳矩阵和各隔振器连接点处的响应数据。由于计算时只考虑垂向的自由度，只需提取系统的垂向振动信息。首先，针对单独的子结构模型，通过仿真计算得到各测点之间的导纳矩阵。

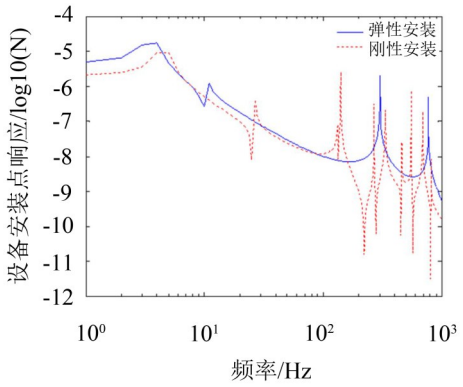


图4 设备安装点响应

随后，针对两种工况下的隔振系统模型，同样通过仿真计算得到设备激励下，各测点处的垂向响应。将已知量代入式(2)和式(4)就可以得到所需要的结果。

估算得到的隔振器传递力如图5所示，并将其与直接通过有限元仿真得到的结果进行对比。图中，估算结果用实线表示，有限元结果用虚线表示，结果吻合的很好。

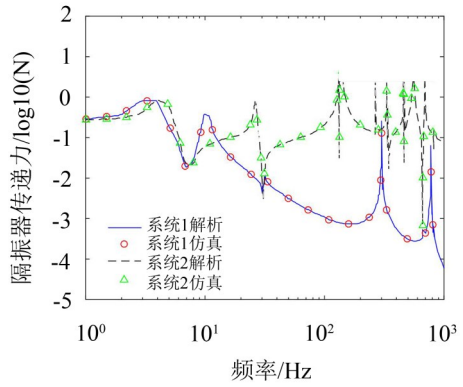


图5 隔振器传递力

进一步可以求得设备激振力如图6所示，由于两个系统中使用了相同的设备，因此设备的激振力应该是一致的，同时给出了通过有限元仿真求得的系统激振力，作为参照。图中的三条曲线重合的很好，验证了该估算方法的正确性。图7中分别用实线和虚线表示计算得到的系统1的振级落差与力传递率。

根据以上的计算流程可知，本方案对基座没有特殊的要求。只需要在设备弹性安装以及刚性安装的条件下，分别得到两组互不相关的振动数据，就能够求解系统，适用于不同类型的设备。结果显示，通过该方案可以准确地估算出设备的激振力以及输入基座的传递力，进而得到系统力传递率。

算例2以上一节中得到的设备振源特性作为输入，估算采用不同基座的情况下，系统的隔振特性。如图8所示，隔振系统采用板式基座，基座板板厚为

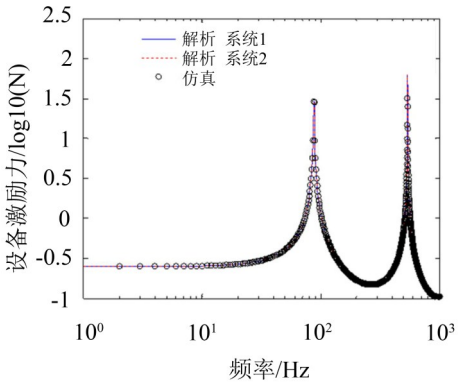


图 6 设备激振力

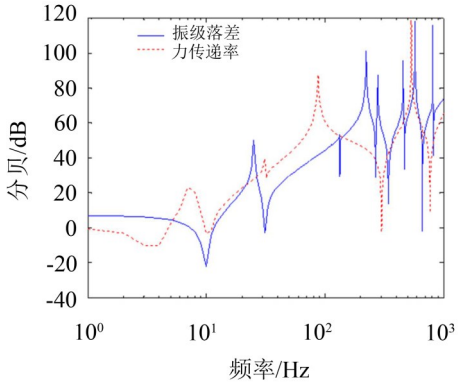


图 7 系统的振级落差与力传递率

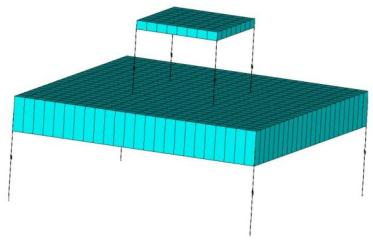


图 8 测试系统示意图

0.05 m，其余系统部件都保持不变。将设备激励力 F_S 代入式，即可得到设备的自由响应 v_{free}。将 v_{free} 代入就能够求得系统中各隔振器安装点处的响应。

计算得到设备、基座上的安装点响应以及隔振器传递力分别见图9和图10。图中，计算结果用实线表示，用来作为对比的有限元仿真结果用虚线表示，在计算频段内两者完全吻合，说明了计算方法的正确性。该系统的振级落差和力传递率如图11所示。

3 结 语

(1) 通过分别在弹性/刚性安装条件下测得的振动响应，估算出设备运行时的激励力以及经过隔振器的传递力，从而得到系统的力传递率；

(2) 以设备的振源特性为输入条件，得到系统采用不同基座时的隔振特性。

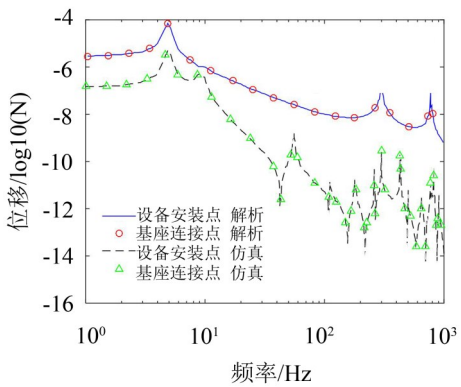


图 9 系统响应结果

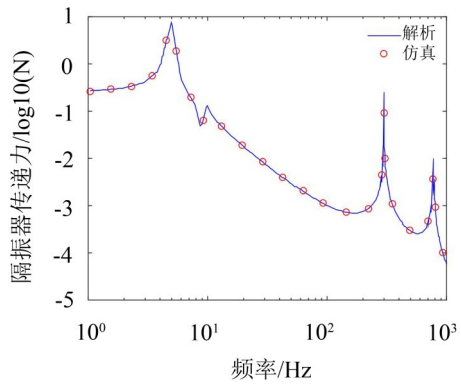


图 10 隔振器传递力

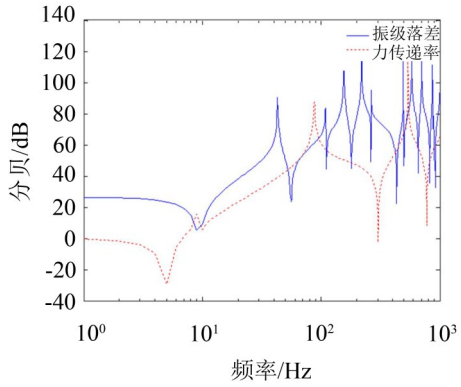


图 11 系统的振级落差与力传递率

需要特别说明的是，算例都是假设在设备质心处施加单位垂向激励，模拟设备运行时的振动情况，并且在计算时只考虑了系统的垂向自由度。但在实际工程中所面对的激励情况肯定是复杂的，会激发出系统的多维多向耦合振动。此时仅通过垂向单位激励和垂向响应很难对系统的实际振动情况做出准确的预测。所提出的间接估算方法是适用于这种多维多向耦合系统的，但是必须提供对应方向自由度的振动响应信息，这在实验测试中需要通过使用三向传感器实现。

参考文献：

[1] Harris C M, Piersol A G, Paez T L. Shock and vibration

handbook[M]. McGraw-Hill New York, 2002.

[2] Sun H L, Chen H B, Zhang K, et al. Research on performance indices of vibration isolation system[J]. **Applied acoustics**, 2008, 69 (9): 789-795.

[3] 孙红灵. 振动主动控制若干问题的研究[D]. 合肥：中国科学技术大学，2007.

[4] 严济宽，柴敏，陈小琳. 振动隔离效果的评定[J]. **噪声与振动控制**，1997，17(6)：22-30.

[5] 朱石坚，楼京俊，何其伟，等. 振动理论与隔振技术[M]. 国防工业出版社，2006.

[6] 柳瑞锋，王强，章艺，等. 浮筏隔振系统隔振效果统计能量分析估算方法[J]. **噪声与振动控制**，2010，30(2)：34-37.

[7] 杨德庆，陈静，郭万涛，等. 复合结构减振优化设计模型[J]. **噪声与振动控制**，2011，31(3)：24-28.

[8] 李海涛，贺华，丁炜，等. 一种复合机座对设备隔振效果影响试验[J]. **噪声与振动控制**，2014，34(6)：202-205.

[9] 王汉刚，帅长庚，郭伟，等. 气囊隔振器垂向阻抗及其传递特性研究[J]. **噪声与振动控制**，2010，30(6)：192-194.

[10] 胡宗成. 基于纯加速度测量的隔振器阻抗测试方法[J]. **噪声与振动控制**，2014，34(2)：216-219.

[11] 原春晖. 机械设备振动源特性测试方法研究[D]. 武汉：华中科技大学，2006.

[12] Elliott A, Moorhouse A T. Characterisation of structure borne sound sources from measurement in- situ[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 2008, 123 (5): 3176.

[13] Moorhouse A, Elliott A, Evans T. In situ measurement of the blocked force of structure- borne sound sources[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2009, 325 (4): 679-685.

[14] Pavic G, Elliott A S. Structure-borne sound characterization of coupled structures- part I: simple demonstrator model [J]. **Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of ASME**, Aug, 2010, 132 (4): (041008-1)-(041008-7).

[15] Pavic G, Elliott A S. Structure - borne sound characterization of coupled structures- part II: feasibility study[J]. **Journal of Vibration and Acoustics- Transactions of ASME**, Aug, 2010, 132 (4)：(041009-1)-(041008-7).

（上接第29页）

参考文献：

[1] Ibrahim R A. Vibro-impact dynamics: modeling, mapping and applications[M]. Springer, 2009.

[2] Moon F C, Shaw S W. Chaotic vibrations of a beam with non-linear boundary conditions[J]. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 1983, 18(6): 465-477.

[3] Shaw S W. Forced vibrations of a beam with one- sided amplitude constraint: theory and experiment[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 1985, 99(2): 199-212.

[4] Cusumano J P, Sharkady M T, Kimble B W. Experimental measurements of dimensionality and spatial coherence in the dynamics of a flexible- beam impact oscillator[J]. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences**, 1994, 347(1683): 421-438.

[5] Wiercigroch M, Sin V W T. Experimental study of a symmetrical piecewise base-excited oscillator[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1998, 65(3): 657-663.

[6] 金栋平，胡海岩. 两柔性梁碰撞振动类型的实验研究[J]. **实验力学**，1999, 14(2): 129-135.

[7] Maruyama S, Kato T, Nagai K I, et al. Experiments on chaotic vibrations of a cantilevered beam under vibro-impact[J]. **Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C Hen. Trans. JSME, Part C**, 72(7): 2073-2079.

[8] Ing J, Pavlovskaia E, Wiercigroch M, et al. Experimental study of impact oscillator with one-sided elastic constraint [J]. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 2008, 366(1866): 679-705.

[9] Piiroinen P T, Virgin L N, Champneys A R. Chaos and period-adding; experimental and numerical verification of the grazing bifurcation[J]. **Journal of Nonlinear Science**, 2004, 14(4): 383-404.

[10] Wagg D J, Karpodinis G, Bishop S R. An experimental study of the impulse response of a vibro- impacting cantilever beam[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 1999, 228(2): 243-264.

[11] Bureau E, Schilder F, Ferreira Santos I, et al. Experimental bifurcation analysis of an impact oscillator—tuning a non- invasive control scheme[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2013, 332(22): 5883-5897.

[12] 张建波，冯奇. 带限位倒摆的实验与数值研究[J]. **噪声与振动控制**，2011，31(3)：5-10.