

文章编号:1006-1355(2014)04-0005-05

# 吊挂刚度对车体和设备模态的影响

高荣荣<sup>1</sup>, 张立民<sup>1</sup>, 邱飞力<sup>1</sup>, 班希翼<sup>1</sup>, 孙现亮<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 成都 610031;  
2. 南车青岛四方机车车辆股份有限公司, 山东 青岛 266111)

**摘要:** 模态是车辆的一项重要特性, 包括车体模态和吊挂设备模态, 各阶模态频率随着各种因素的变化而有所不同。为考虑车体弹性模态, 将车体等效为欧拉伯努利梁。在某型高速列车有限元模型基础上, 基于 ANSYS 仿真软件, 分别改变吊挂纵向, 横向, 垂向刚度, 研究车体弹性模态和吊挂设备刚体模态频率及振型 MAC 的变化, 给出模态频率和振型的变化规律, 为模态试验和工程计算提供参考依据。

**关键词:** 振动与波; 吊挂刚度; 车体模态; 吊挂模态; MAC

**中图分类号:** TB53; U271.91

**文献标识码:** A

**DOI编码:** 10.3969/j.issn.1006-1355.2014.04.002

## Influence of Hanger's Stiffness on the Modals of Vehicle's Body and Equipments

GAO Rong-rong<sup>1</sup>, ZHANG Li-ming<sup>1</sup>, QIU Fei-li<sup>1</sup>,  
BAN Xi-yi<sup>1</sup>, SUN Xian-liang<sup>2</sup>

(1. State Key Lab. of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;  
2. CSR Sifang Locomotive and Rolling Stock Co. Ltd., Qingdao 266111, Shandong China)

**Abstract:** Body modals and hanging equipment modals are important characteristics of the vehicles. Their modal frequencies vary with the change of various factors. To obtain the elastic modals, the vehicle's body is equivalent to an Euler Bernoulli beam. Based on the finite element model of a certain type of high speed train and ANSYS software, the variations of the elastic modals of the vehicle's body, and the frequency and MAC of the modals of the hangers are studied under different axial, horizontal and vertical stiffness of the hangers. This work provides the basis for modal test and engineering calculation of vehicles.

**Key words:** vibration and wave; hanging stiffness; car body modal; hang modal; MAC

模态是结构的固有特性, 其振型表示了在某一频率下结构各点的相对位移关系。模态频率是车辆研究的重要参数, 我国《200 km/h 及以上速度级铁道车辆强度设计及实验鉴定暂行规定》要求整备车体1阶弯曲自振频率应不低于 10 Hz<sup>[1]</sup>; 因此, 要对车辆进行试验的基础上进行建模和仿真计算。

## 1 理论依据

### 1.1 模态计算

车体与地面由四个刚度相等的弹簧连接, 吊挂

与车体之间用四个刚度和阻尼连接。简化模型平面图如图 1 所示。

车体是一个连续体, 可等效为欧拉伯努利梁车体。车体振动的偏微分方程为<sup>[2]</sup>

$$EI \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \mu I \frac{\partial^5 z(x,t)}{\partial t \partial x^4} + \rho A \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^2} = \sum_{j=1}^4 f_{sj} \delta(x-x_{sj}) + \sum_{i=1}^4 f_{ei} \delta(x-x_{ei}) \quad (1)$$

式中  $z(x,t)$  为车体在  $x$  坐标位移处  $t$  时刻的位移;  $\mu$  为车体内滞阻尼系数;  $f_{sj}$  为车体与地面之间连接弹簧的第  $j$  支撑点的作用力,  $x_{sj}$  为其第  $j$  支撑位置坐标;  $f_{ei}$  为车下设备的第  $i$  悬挂点的作用力;  $\delta$  为狄拉克函数;  $x_{ei}$  为车下设备第  $i$  悬挂点位置坐标。

可离散化为  $N$  个自由度, 列出车体在物理坐标系中的运动方程

收稿日期: 2013-10-18

作者简介: 高荣荣(1989-), 女, 山西绛县人, 硕士研究生, 主要研究方向: 高速列车振动研究。

通信作者: 张立民, 男, 研究员。

E-mail: zhang-lm01@163.com

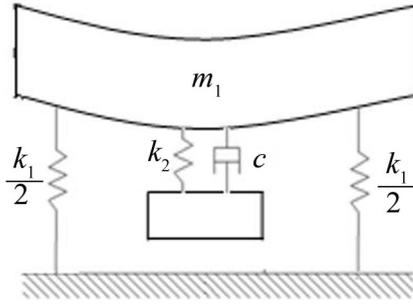


图1 简化模型图

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2)$$

其中  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$  分别是系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵； $\{x\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{\ddot{x}\}$  分别为系统各质点的位移矩阵、速度矩阵、加速度矩阵； $\{f\}$  为施加外力。

系统各阶特征向量之间是关于质量阵和刚度阵正交<sup>[2]</sup>，因此可将物理坐标转换为模态坐标。令

$$\{x\} = \sum_{r=1}^N q_r \{\phi_r\} \quad (3)$$

其中  $\phi_r$  为系统的各阶特征向量， $q_r$  为转换后的新坐标列阵。

将式(2)带入式(1)求得模态坐标下系统的运动微分方程为

$$m_r \ddot{q}_r + c_r \dot{q}_r + k_r q_r = \{\phi_r\}^T \{f(t)\} \quad (4)$$

其中  $m_r$ 、 $c_r$ 、 $k_r$  分别为模态质量、模态阻尼、模态刚度。令  $\{f\} = \{F\}e^{j\omega t}$ ， $q_r = Q_r e^{j\omega t}$ ，带入式(3)得

$$(-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r) Q_r e^{j\omega t} = \{\phi_r\}^T \{F\} e^{j\omega t} \quad (5)$$

$Q_r$  相当于一个质量、刚度和阻尼分别为  $m_r$ 、 $c_r$ 、 $k_r$  的单自由度系统在模态力  $P_r = \{\phi_r\}^T \{F\}$  作用下的响应。

令  $\{x\} = \{X\}e^{j\omega t}$ ，由式(3)、式(5)和  $q_r = Q_r e^{j\omega t}$  可得

$$\{X\} = \left( \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi_r\} \{\phi_r\}^T}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r} \right) \{F\} \quad (6)$$

$\{X\}$  为系统响应。

车下设备的运动方程为<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} m_2 \ddot{z}_c(t) = \sum_{i=1}^4 f_{ei} \\ I_c \ddot{\theta}_c(t) = \sum_{i=1}^4 f_{ei} \left( x_{ei} - \frac{x_1 + x_4}{2} \right) \end{cases} \quad (7)$$

式中  $z_c$ 、 $\theta_c$  分别为设备沉浮位移与侧滚活摇头位移； $I_c$  为设备侧滚或摇头惯量。

## 1.2 MAC计算

模态判定准则可以比较不同组的估计振型，研究其模态的正确性。两个模态振型向量  $\{\phi_r\}$  和  $\{\phi_s\}$  之间的模态判定准则定义为

$$MAC = \frac{|\{\phi_r\}^{*T} \{\phi_s\}|^2}{(\{\phi_r\}^{*T} \{\phi_r\})(\{\phi_s\}^{*T} \{\phi_s\})} \quad (8)$$

如果  $\{\phi_r\}$  和  $\{\phi_s\}$  是同一个物理模型，模态判定准则 MAC 应当接近于 1。

计算车体振型 MAC 时，将车体离散为 7 个均匀截面，每个截面上四个点，计算吊挂 MAC 时，将吊挂的框架均匀离散化为 20 个点。

## 2 模型说明及计算方法

采用某型高速列车整备车体的有限元模型，车体车下吊挂主要为变压器（模态计算时为非工作状态），车体长 24.5 m，宽 2.90 m，高 2.45 m，悬挂点的坐标分别为 (11.13, 0.18, 2.54)，(12.15, 0.18, 2.54)，(11.13, 0.18, 0.23)，(12.15, 0.18, 0.23)。假设吊挂连接原始的纵向、横向、垂向刚度和阻尼如表 1 所示：

表1 各向刚度和阻尼值

| 特性          | 纵向     | 横向   | 垂向    |
|-------------|--------|------|-------|
| 刚度/(kN/m)   | 13 000 | 400  | 1 819 |
| 阻尼/(kN·m/s) | 260    | 0.86 | 3.638 |

分别单独改变三向刚度，并用 ANSYS 软件仿真计算，研究吊挂连接刚度对车体弹性模态和吊挂刚体模态的影响。

ANSYS 中模态分析的方法有六种，本文主要采用分块兰索斯法，该方法采用适用于大型模型和包含形状较差的实体和壳单元的模型，可提取 40 阶以上模态，求解速度快，精度高，收敛性好。

## 3 计算结果分析

在不同吊挂刚度下，研究车体和吊挂设备模态。车体的弹性模态主要有 1 阶垂弯、1 阶扭转、1 阶菱形和 1 阶横弯，吊挂的刚体模态主要有 1 阶沉浮、1 阶侧滚和 1 阶摇头，故为研究对象。

### 3.1 吊挂刚度对模态频率的影响

#### 3.1.1 吊挂纵向刚度对模态频率的影响

吊挂不同纵向刚度下车体弹性模态和吊挂刚体模态频率及变化规律如图 2 所示

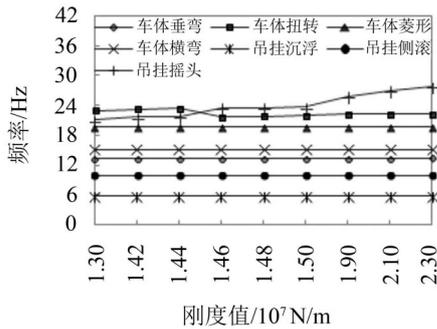


图2 车体和吊挂模态频率随纵向刚度的变化趋势

纵向刚度在一定范围内增加,1阶的车体垂弯、菱形、横弯频率和吊挂的沉浮、侧滚频率几乎不变,变化程度均小于0.1 Hz;车体的1阶扭转频率随着吊挂纵向刚度的增加先增大,后突然减小(由23.41 Hz减为21.79 Hz),吊挂的1阶摇头频率随着吊挂纵向刚度的增加而增大。

3.1.2 吊挂横向刚度对模态频率的影响

吊挂不同横向刚度下车体弹性模态和吊挂刚体模态频率及变化规律如图3所示

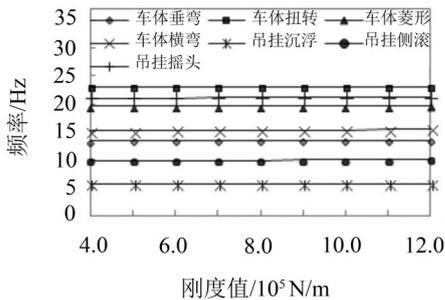


图3 车体和吊挂模态频率随横向刚度变化趋势

吊挂横向刚度一定范围内增加,车体1阶的垂弯、扭转、菱形和吊挂的沉浮、侧滚、摇头频率几乎不变,变化程度均小于0.1 Hz。车体的1阶横弯频率发生微小变化,变化程度小于1 Hz。

3.1.3 吊挂垂向刚度对模态频率的影响

吊挂不同垂向刚度下车体弹性模态和吊挂刚体模态频率如图4所示

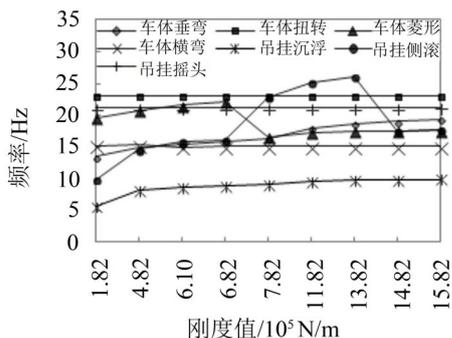


图4 车体和吊挂模态频率随垂向刚度变化趋势

吊挂垂向刚度一定范围内的加大后增加车体1阶的垂弯与吊挂的沉浮频率也随之明显增大;车体的一阶扭转、横弯频率和吊挂的摇头频率几乎不变,变化程度均小于0.1 Hz;车体的1阶菱形频率先增大,后突然减小(由22.05 Hz减为16.58 Hz),吊挂的1阶侧滚频率先增大,又突然减小(由25.95 Hz减为17.57 Hz)。

3.2 吊挂刚度对振型的影响

吊挂纵向刚度一定范围内变化时,车体扭转和吊挂摇头频率变化较大;吊挂垂向刚度一定范围内变化时,车体菱形和吊挂侧滚频率变化较大。故其振型为主要研究对象。

3.2.1 吊挂纵向刚度对车体和吊挂振型影响

车体1阶扭转频率趋势和吊挂1阶摇头频率趋势出现交叉,即在纵向刚度增大到某一值后,二者频率发生了交换。假设二者频率趋势未交叉,称此变化趋势为原始趋势,原始趋势下的1阶扭转和1阶摇头振型为原始扭转和原始摇头,以原始刚度下车体扭转振型为参考对象,对原始扭转和原始摇头频率下的车体振型做MAC计算,得到结果如图5所示

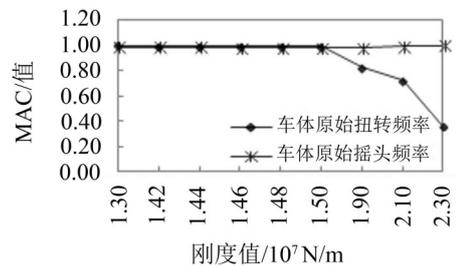


图5 原始频率下车体振型MAC随纵向刚度变化趋势

原始摇头频率下车体振型的MAC几乎都等于1;原始扭转频率下车体振型MAC值在纵向刚度大于15 000 kN/m时变小,明显小于1,即此时车体1阶扭转频率为原始摇头频率。在MAC值相同时,考虑振型的最大位移。纵向刚度小于15 000 kN/m时,计算二者频率下车体位移的最大值,结果如图6所示。

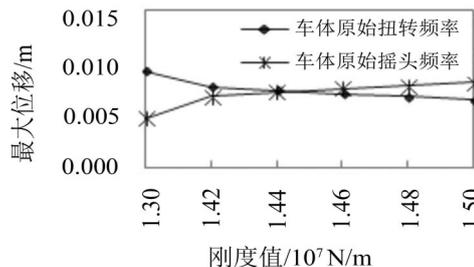


图6 原始频率下车体振型最大位移随纵向刚度变化趋势

随着纵向刚度增大,原始扭转频率下车体振型的最大位移减小,原始摇头频率下车体振型最大位

移增大,二者在刚度值介于 14 400 kN/m~14 600 kN/m时交叉。综合考虑车体振型 MAC 值和最大位移,纵向刚度值小于等于 14 400 kN/m时,车体 1 阶扭转频率为原始扭转频率,纵向刚度值大于 14 400 kN/m时,车体 1 阶扭转频率为原始摇头频率。

同理,以原始刚度下吊挂的 1 阶摇头振型为参考,将吊挂离散化后计算其振型 MAC 和最大位移,结果如图 7 和图 8 所示。

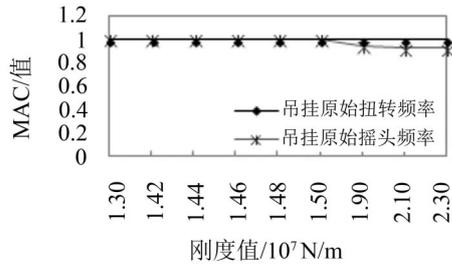


图 7 原始频率下吊挂振型 MAC 值随纵向刚度变化趋势

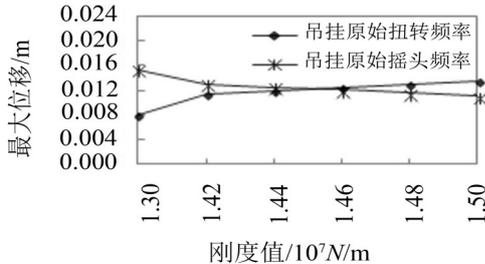


图 8 原始频率下吊挂振型最大位移值随纵向刚度变化趋势

综合考虑吊挂振型的 MAC 值和最大位移,纵向刚度值小于等于 14 400 kN/m时,吊挂 1 阶摇头频率为原始摇头频率,纵向刚度值大于 14 400 kN/m时,吊挂 1 阶摇头频率为原始扭转频率。

综上所述,在纵向刚度介于 14 400 kN/m~14 600 kN/m时,车体的 1 阶扭转频率和吊挂的 1 阶摇头频率发生了交换,变化趋势发生了交叉,即证明了图 2 模态频率变化趋势的正确性。

### 3.2.2 吊挂垂向刚度对车体和吊挂设备振型影响

由车体 1 阶菱形和吊挂 1 阶侧滚的频率变化趋势可知,二者频率在某一刚度值时发生了交换。假设二者频率趋势未交叉,称此变化趋势为原始趋势,原始趋势下的 1 阶菱形和 1 阶侧滚振型为原始菱形和原始侧滚,以原始刚度下车体菱形振型为参考对象,对原始菱形和原始侧滚频率下的车体振型做 MAC 计算,结果如图 9 所示。

可明显得到,随着垂向刚度的增加,原始菱形频率下车体振型 MAC 值逐渐减小,原始侧滚频率下车体振型 MAC 值逐渐增加,垂向刚度介于 6 819 kN/m~7 819 kN/m时二者交叉,即垂向刚度小于等于 6 819 kN/m时,车体 1 阶菱形频率为原始菱形频率,

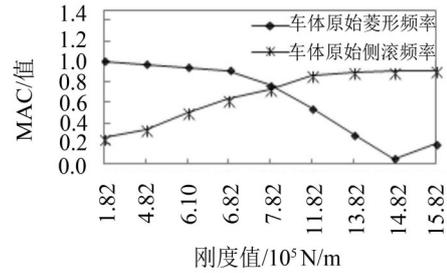


图 9 原始频率下车体振型 MAC 值随垂向刚度变化趋势

垂向刚度大于 6 819 kN/m时,车体 1 阶菱形频率为原始侧滚频率。

同理,以原始刚度下吊挂侧滚振型为参考对象,对原始菱形和原始侧滚频率下吊挂振型做 MAC 计算,结果如图 10 所示。

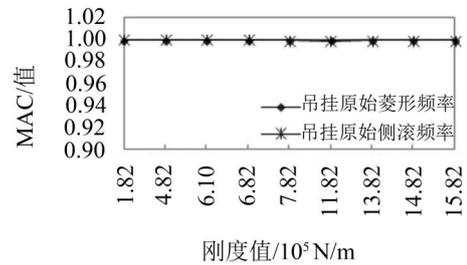


图 10 原始频率下吊挂振型 MAC 值随垂向刚度变化趋势

随着垂向刚度的变化,原始频率下吊挂振型的 MAC 值几乎没有变化,都约等于 1,无法区分振型,因此考虑吊挂振型的最大位移,如图 11 所示。

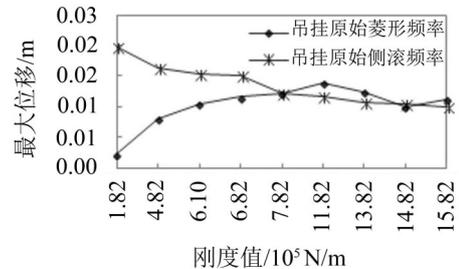


图 11 原始频率下吊挂振型最大位移随垂向刚度变化趋势

随着垂向刚度的增大,原始侧滚频率下吊挂振型最大位移逐渐减小,原始菱形频率下吊挂振型最大位移先增大后减小。刚度介于 6 819 kN/m~7 819 kN/m时二者出现交叉,并且当垂向刚度大于等于 14 819 kN/m时,二者差别很小。因此,垂向刚度小于等于 6 819 kN/m时,吊挂 1 阶侧滚频率为原始侧滚频率,大于 6 819 kN/m 而小于 14 819 kN/m 时,吊挂 1 阶侧滚频率为原始菱形频率,大于等于 14 819 kN/m 时为原始侧滚频率。

由此可得,垂向刚度介于 6 819 kN/m~7 819 kN/m时,车体 1 阶菱形频率和吊挂一阶侧滚频率发生交换,变化趋势出现交叉,并且当垂向刚度大于等于 14 819 kN/m时,吊挂侧滚频率又回归于原始侧滚

