

文章编号: 1006-1355(2014)01-0205-04

复合层合矩形板水下声辐射解析计算

胡昊灏, 商德江

(哈尔滨工程大学 水声技术国防重点实验室, 哈尔滨 150001)

摘要: 基于一阶剪切形变理论(FSDT), 建立四边简支矩形复合层合板水下声辐射解析模型, 采用一种基于定积分的方法计算板表面流载声压, 以提高辐射声阻抗的运算效率。为验证算法的正确性, 将所得结果与数值计算方法进行了对比。1阶剪切形变理论计算结果也与经典层合板理论(CLPT)的计算结果进行了比较, 指出其在计算复合层合板声辐射时的优势。最后分析了跨厚比, 铺层角度等参数对声辐射的影响, 为结构噪声控制提供参考。

关键词: 声学; 复合层合板; 1阶剪切形变理论; 声辐射; 噪声控制

中图分类号: TB535

文献标识码: A

DOI编码: 10.3969/j.issn.1006-1355.2014.01.046

Analytical Calculation of Sound Radiation for Underwater Laminated Composite Rectangular Plates

HU Hao-hao, SHANG De-jiang

(National Defense Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on the First Order Shear Deformation Theory (FSDT), the analytical model for underwater sound radiation calculation of a simply supported laminated composite plate is built. A definite integral method is adopted to estimate the surface fluid-loaded sound pressure of the plate. This method can raise the effect for sound radiation impedance estimation. The accuracy of the proposed model is validated by comparing the result of this method with that of numerical method. The result of this method is also compared with that based on the classical laminated plate theory (CLPT). It is shown that this method has the superiority in calculation of the sound radiation field of composite laminated plates. Finally, the effects of ply's orientation angle and width-to-depth ratio on the sound radiation are analyzed for structural noise control.

Key words: acoustics; laminated composite plates; first order shear deformation theory; sound radiation; noise control

复合层合材料由于具有强度高, 质量轻等优点, 在航空航天, 船舶制造等工程领域有着广泛的应用, 然而关于复合层合结构的振动与声辐射问题目前研究较少。

早期一些科研人员采用三维弹性理论分析复合结构振动与声辐射问题, Berry^[1]采用三维弹性理论计算了敷设均匀阻尼层的四边简支矩形板的结构声响应, 结果表明相比于阻尼层中的压缩波分量, 剪切波分量对声辐射的影响可以忽略。事实上因为三维弹性理论未对位移和应力做任何简化, 需要给出各层的三维弹性力学方程和应变、应力的边界条件以及连续条件, 最后联合求解。该方法计算量很大, 只

有层数很少、加载方式、边界条件都非常简单时, 才可能求解。

求解复合层合板动力学问题最为常用的是二维弹性理论, 其中最简单的方法是基于 Kirchhoff 假设的经典层合板理论(CLPT)^[2], 该方法仅考虑结构弯曲形变而不考虑剪切形变, 包含的未知数少, 计算速度快。Daneshjou 采用 CLPT 理论分析了无限长层合圆柱壳的隔声量问题^[3], Yin^[4]应用经典层合理论研究了双周期平行加肋无限大复合层合薄板的声辐射。很显然 CLPT 仅适合于较薄结构。

1阶剪切形变理论(FSDT)被用来分析有一定厚度的复合结构的动力学问题, Ghinet 和 Atalla^[5]利用 FSDT 分析了无限长复合层合圆柱壳的频散关系, 进一步求出了复合层合圆柱壳吻合频率、环频率、隔声量等参量的表达式。Cao^[6]在 Yin^[4]的基础上采用 FSDT 无限大加肋复合层合薄板的声辐射研究, 将声压值与 Yin^[4]的方法进行比较, 发现在低频时两者计算结果一致, 但在中、高频时两者声压值差别较大。

收稿日期: 2013-04-03

项目基金: 国家自然科学基金资助项目
(基金编号: 11274080)

作者简介: 胡昊灏(1983-), 男, 湖南省湘潭县人, 博士, 目前从事水下结构声辐射、噪声被动控制研究。

E-mail: huhao049@sohu.com

然而,之前的文献主要集中分析了无限大复合层合结构的声学问题^[7],对有限大复合层合结构的声辐射问题鲜有触及。

本文以一流载四边简支复合层合矩形板为例,用解析法建立了其动力学模型以及声辐射模型。对于重流体载荷下板的动力学问题,声压载荷作用不能忽略,然而关于板结构辐射声阻抗积分,在运算过程麻烦且较费时^[8],本文通过积分变换以及三角函数积化和差公式将原来积分化为一系列一重定积分的形式,整个过程没有用任何近似,从而提高了计算效率和准确性。

1 模型描述

由纤维增强的矩形复合层合板,假设其四边均简支于无限大刚性障板上,如图1板上侧为无限大流体域,板下侧为真空,其位移场由1阶剪切形变理论来描述,该理论认为变形前垂直于中性面的直线,在形变后仍为直线但不再垂直于中性面,也就是说考虑了横向剪切应变的影响。

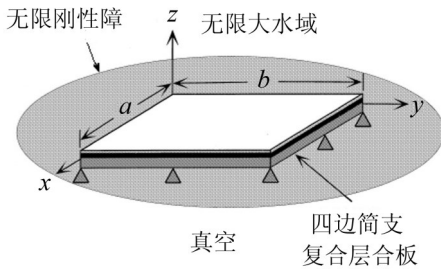


图1 复合层合板声辐射模型示意图

对于层合板上任意一点 M ,由图2可知此时的位移场表达式为

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 u_0, v_0, w_0 分别为中性面上沿 x, y, z 方向的位移,而 φ_x, φ_y 则分别为绕 y 轴和绕 x 轴的剪切转动位移。

1.1 运动方程

假设应变与位移满足线性关系

$$\begin{aligned} \varepsilon &= [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}] = \varepsilon_0 + zk \\ \tau &= [\partial w / \partial y + \varphi_y, \partial w / \partial x + \varphi_x] \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\varepsilon_0 = [\partial u / \partial x, \partial v / \partial y, \partial u / \partial y + \partial v / \partial x]$

$k = [\partial \varphi_x / \partial x, \partial \varphi_y / \partial y, \partial \varphi_x / \partial y + \partial \varphi_y / \partial x]$ 分别表示中性面的薄膜应变向量和曲率向量, τ 表示中性面剪切应变向量。

对于复合板上的任意一点,其合成应力以及合成力矩表达式为

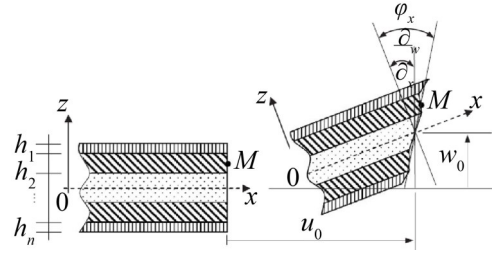


图2 复合层合板位移场

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ k \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} &= K_c \begin{bmatrix} A_{55} & A_{45} \\ A_{45} & A_{44} \end{bmatrix} \tau \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $N=[N_x, N_y, N_{xy}]^T$ 表示层合板横截面上的合成应力, $M=[M_x, M_y, M_{xy}]^T$ 表示层合板横截面上的合成力矩。 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 分别为拉伸刚度,拉伸-弯曲耦合刚度,弯曲刚度。 Q_x, Q_y 分别表示横向剪切力。 K_c 表示剪切修正因子,因为1阶剪切形变理论假设横向剪切应力沿厚度方向按常数规律分布,而事实上横向剪切应变沿厚度方向至少是按二次规律变化,所以要对剪切刚度系数加以修正。

由虚功原理可推导出系统动力学平衡方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} &= I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} &= I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4)$$

上式中 I_0, I_1, I_2 表示质量惯性矩。

将关系式(3)代入(4)中便得到关于位移的系统运动方程

$$L_{ij}U + M_{ij}\ddot{U} = q \quad (5)$$

$U=[u_0, v_0, w_0, \varphi_x, \varphi_y]^T$ 表示待求位移向量, $q=[0, 0, F-p, 0, 0]^T$ 为外力载荷,其中 F 为横向谐和点激励, p 表示流体在板表面声压载荷, L_{ij} 表示刚度系数, M_{ij} 表示质量系数。

板表面流体声压载荷 p ,可由Rayleigh积分公式得到

$$p = \frac{i\rho_0\omega}{2\pi} \int_S \dot{w}(x', y') \frac{e^{-ik_0R}}{R} dx' dy' \quad (6)$$

其中 ρ_0 为流体密度, k_0 为声波波数, $\dot{w}(x', y')$ 为板表面法向振速, $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ 为板表面上的点与场点的距离。

1.2 方程求解

以反对称角铺设纤维材料的复合层合板为例, 因为满足四边简支边界条件, 所以位移形式解可设为

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_{mn} \sin(k_m x) \cos(k_n y) \\ v_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} v_{mn} \cos(k_m x) \sin(k_n y) \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin(k_m x) \sin(k_n y) \\ \varphi_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{xmn} \cos(k_m x) \sin(k_n y) \\ \varphi_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{ymn} \sin(k_m x) \cos(k_n y) \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $k_m = m\pi/a$; $k_n = n\pi/b$

将(7)式代入系统运动方程(5), 然后在方程两边同乘以模态型函数, 利用三角函数的正交性得到

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & S_{14} & S_{15} \\ S_{12} & S_{22} & 0 & S_{24} & S_{25} \\ 0 & 0 & S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{mn} \\ v_{mn} \\ w_{mn} \\ \varphi_{xmn} \\ \varphi_{ymn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{mn} \\ \ddot{v}_{mn} \\ \ddot{w}_{mn} \\ \ddot{\varphi}_{xmn} \\ \ddot{\varphi}_{ymn} \end{bmatrix} = \frac{4}{ab} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{mn} - p_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

求解方程组(8)得到模态展开系数 a_{mn} , 进而可求得复合层合板的辐射声功率为

$$W = \frac{\omega^2}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} a_{mn} \operatorname{Re}(Z_{mnpq}) a_{mn}^* \quad (9)$$

“*”表示共轭转置, Z_{mnpq} 为辐射声阻抗。

1.3 辐射声阻抗

将(7)式中的横向位移 w 代入 Rayleigh 积分公式(6), 可得到声压模态展开系数为

$$p_{mn} = i\omega \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} Z_{mnpq} a_{mn} \quad (10)$$

辐射声阻抗 Z_{mnpq} 的表达式为

$$\begin{aligned} Z_{mnpq} &= R_{mnpq} + iX_{mnpq} = \\ i\rho_0 \omega \int_0^a \int_0^a \int_0^b \int_0^b \frac{\sin(k_m x) \sin(k_n y) e^{-ik_0 R}}{2\pi R} \times \\ &\quad \sin(k_p x) \sin(k_q y) dx dy dx dy \end{aligned} \quad (11)$$

这是一个复杂的四重积分, 直接求解很困难, 其中 R_{mnpq} 为声辐射阻, X_{mnpq} 为声辐射抗, 以自辐射阻 R_{mmmm} 为例利用文献^[8]的方法通过坐标变化将原来的四重积分化为二重积分

$$\begin{aligned} R_{mmmm} &= \frac{2k_0}{\pi ab} \left\{ \frac{1}{k_m k_n} J_1^{mn} + J_2^{mn} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{k_m} J_3^{mn} + \frac{1}{k_n} J_4^{mn} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} J_1^{mn} \\ J_2^{mn} \\ J_3^{mn} \\ J_4^{mn} \end{Bmatrix} &= \int_0^a \int_0^b \begin{Bmatrix} 1 \\ (a-\kappa)(b-\tau) \\ (b-\tau) \\ (a-\kappa) \end{Bmatrix} \times \\ &\quad \begin{Bmatrix} \sin k_m \kappa \sin k_n \tau \\ \cos k_m \kappa \cos k_n \tau \\ \sin k_m \kappa \cos k_n \tau \\ \cos k_m \kappa \sin k_n \tau \end{Bmatrix} \frac{\sin k_0 \sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}} d\kappa d\tau \end{aligned} \quad (13)$$

传统方法是利用高斯二重积分公式数值求解(13)式, 但随着计算频率增加, 模态阶数增加, 计算速度显著降低。

将(13)式中的积分进一步化简。首先利用极坐标变换 $\kappa = a\rho \cos \theta$, $\tau = a\rho \sin \theta$, 使积分表达式 J_1^{mn} 变为

$$\begin{aligned} J_1^{mn} &= G_1^{mn} = J_1^{(1)}(k_m, k_n, a, b) + \\ &\quad J_1^{(2)}(k_m, k_n, a, b) = \\ &\quad \int_0^{\arctan(b/a)} \int_0^{\sec \theta} \sin(ak_m \rho \cos \theta) \times \\ &\quad \sin(ak_n \rho \sin \theta) \sin(k_0 a \rho) a \rho d\rho d\theta + \\ &\quad \int_{\arctan(b/a)}^{\pi/2} \int_0^{(b/a) \csc \theta} \sin(ak_m \rho \cos \theta) \cdot \\ &\quad \sin(ak_n \rho \sin \theta) \sin(k_0 a \rho) a \rho d\rho d\theta \end{aligned} \quad (14)$$

(14)中的被积函数进行积化和差公式运算后, 可将关于 ρ 的积分直接求出来, 原来的二重积分变为一重积分

$$\begin{aligned} J_1^{(1)}(k_m, k_n, a, b) &= \\ \frac{1}{4} \int_0^{\arctan(b/a)} \{ &S(k_m, k_n, k_0, \theta) + S(k_m, -k_n, -k_0, \theta) - \\ &S(k_m, -k_n, k_0, \theta) - S(k_m, k_n, -k_0, \theta) \} d\theta \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} S(k_m, k_n, k_0, \theta) &= \\ \frac{\cos[(ak_m \cos \theta + ak_n \sin \theta + ak_0)\rho]}{k_m \cos \theta + k_n \sin \theta + k_0} \Big|_{\rho=\sec \theta} - \\ \frac{\cos[(ak_m \cos \theta + ak_n \sin \theta + ak_0)\rho]}{k_m \cos \theta + k_n \sin \theta + k_0} \Big|_{\rho=0} \end{aligned} \quad (16)$$

同理 $J_1^{(2)}(k_m, k_n, a, b) = J_1^{(1)}(k_n, k_m, b, a)$

通过类似的方法可得到 J_2^{mn} , J_3^{mn} , J_4^{mn}

虽然以上过程较为繁琐, 但是该方法将四重积分最终化为一组一重定积分, 较以往的二重积分算法, 在一定程度上提高了程序运算速度。

2 数值计算

2.1 算法验证

以往文献关于有限大复合层合板水下声辐射的算例较少, 为了验证算法的正确性, 这里取一单层各向同性板作为参考对象, 事实上单层各向同性板可以看作一个特殊的复合层合板(各层均为相同各向同性材料, 且无加强纤维), 只要对式(3)中的刚度系

数进行特殊设置,进而求解运动方程(8),即可得到声辐射解。

待验证板的长度 $a=0.6\text{ m}$, 宽 $b=0.6\text{ m}$, 厚度为 $h=0.005\text{ m}$, 材料为钢, 参考声功率级为 $0.67\times 10^{-18}\text{ W}$, 图3是把基于1阶剪切形变理论(FSDT)计算得到的结果,与有限元法(FEM)结合边界元法(BEM)所计算的结果进行比较。从图中可看到两者计算结果基本一致,所以上述基于1阶剪切形变理论算法所建立的复合层合板声辐射模型是正确的。

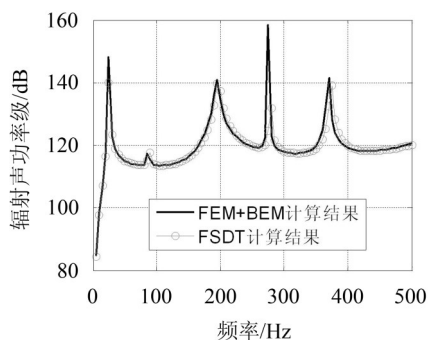


图3 两种不同方法计算各向同性单层板声辐射

2.2 与经典层合板理论(CLPT)比较

假设所分析模型为由六层单层板构成的复合层合板,且各层厚度相等均为 $h=0.0025\text{ m}$, 板长度 $a=0.6\text{ m}$, 宽 $b=0.6\text{ m}$, 为了计算方便假设各层材料相等,纤维铺设角度分别为 $(45^\circ/-45^\circ/90^\circ/-90^\circ/45^\circ/-45^\circ)$ 。杨氏模量 $E_1=1.2\times 10^{11}\text{ Pa}$, $E_2=1\times 10^{10}\text{ Pa}$;泊松比 $\nu_{12}=0.4$, $\nu_{21}=0.4$;剪切模量 $G_{12}=G_{23}=5.9\times 10^9\text{ Pa}$, $G_{13}=3\times 10^9\text{ Pa}$;各层材料密度均为 1600 kg/m^3 。激励点位置为 0.3 m , 0.2 m ,激励力幅值为 1 N 。

图4给出了基于1阶剪切形变理论(FSDT)与基于经典层合板理论CLPT时复合层合板辐射声功率的频率响应曲线,在 650 Hz 以下的频率两者计算结果完全一致,但随着分析频率增高,两者计算结果差别较大,不仅峰值大小不同,而且存在明显的频率偏移。很显然基于Kirchhoff假设的经典层合板理论认为变形前垂直于中性面的直线变形后仍垂直于中性面,也就是说忽略了剪切形变的影响,在低频段由于波长远大于结构厚度,剪切形变尚可忽略,在中、高频段波长比较接近于结构厚度,此时剪切形变对振动和声辐射的影响不能忽略。这也说明了对于厚板的声辐射问题FSDT比CLPT更准确。

2.3 复合层合板参数分析

所选模型参数与图4所用的参数一致,铺设角为 $(45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ)$ 。从图5中看出跨厚比对复合层合板辐射声功率影响较大。

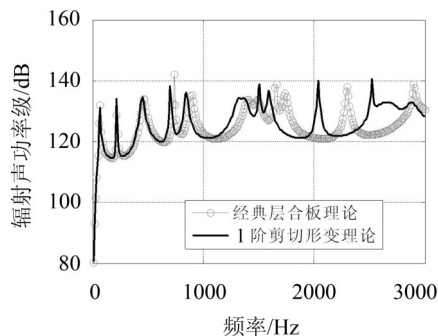


图4 FSDT理论与CLPT理论计算复合层合板声辐射对比

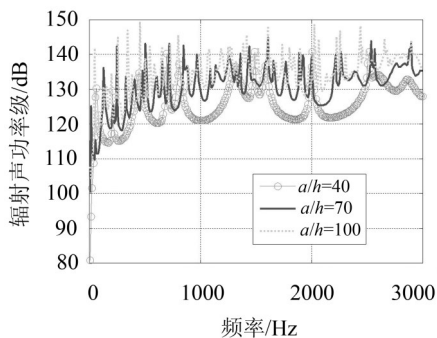


图5 不同跨厚比对声辐射的影响

从整体来看跨厚比越小,辐射声功率越小,因为跨厚比减小,相当于结构的相对厚度增加,对于低频段相当于惯性增加,对于高频段则意味着更多剪切形变能的耗损,这两种机理都会使辐射声功率下降。

由图6可知纤维铺设角度对复合层合板辐射声功率的影响规律较为复杂,这是因为铺设角对拉伸刚度,弯曲刚度以及耦合刚度的影响不是简单的线性关系。从图6看到 45° 铺设角时辐射声功率整体水平较低,在较低频段辐射声功率则是随着铺设角度的增加而有所增加。

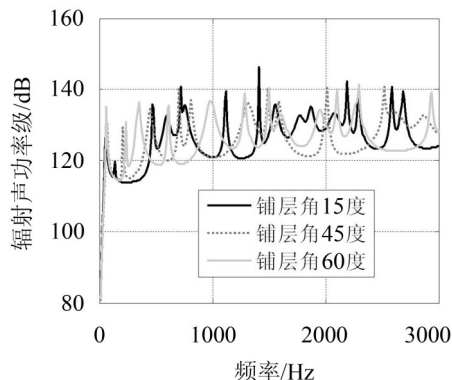


图6 不同纤维铺设角对声辐射的影响

3 结语

在1阶剪切形变理论的基础上建立了纤维增强的辐射层合板声辐射模型,通过数值计算得到如下结论:

(1) 基于1阶剪切形变理论的复合层合板动力学问题虽然远比经典层合板理论复杂,但它更适合

(下转第217页)