

文章编号:1006-1355(2009)05-0077-03

分数倒谱及其在机械故障诊断中应用研究

刘立州¹, 王穗平², 李志农¹, 刘治华¹

(1. 郑州大学 机械工程学院, 郑州 450001; 2. 河南交通职业技术学院, 郑州 450005)

摘要: 论述了分数倒谱的定义和算法, 提出了一种基于分数倒谱的机械故障诊断方法。并与倒谱分析方法进行对比分析。实验研究表明, 分数倒谱优于传统的倒频谱分析方法, 分数倒谱能有效抑制干扰, 提高图谱质量。

关键词: 振动与波; 分数阶 Fourier 变换; 分数倒谱; 故障诊断

中图分类号: TH165⁺.3 文献标识码: A

Fractional Cepstrum and Its Application in Machine Fault Diagnosis

LIU Li-zhou¹, WANG Sui-ping², LI Zhi-nong¹, LIU Zhi-hua¹

(1. School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;
2. Henan Vocational & Technical College of Communications, Zhengzhou 450005, China)

Abstract: The definition and algorithm of fractional cepstrum are introduced. A new machine fault diagnosis method based on fractional cepstrum is proposed. The experimental result shows that fractional cepstrum is superior to the traditional cepstrum. It can suppress the interference and enhance the quality of the diagram spectrum.

Key words: vibration and wave; fractional Fourier transform; fractional cepstrum; fault diagnosis

倒频谱分析是在一般频谱分析的基础上发展起来的分析技术, 又称为二次频谱分析技术。倒频谱分析具有谱线定位准确、幅值突出, 易于区分源信号和系统传递函数, 可以较好的识别频域调制信号的边频成份的特点。因而在故障诊断、语音分析、地震分析等方面得到了十分广泛的应用。在旋转机械故障诊断中, 倒频谱的应用之一是分离边带信号和谐波。当齿轮和滚动轴承发生故障, 信号中出现调制现象时, 倒频谱分析技术对于检测故障和分析信号是十分有效的。

分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier transform, FRFT)^[1]作为傅里叶变换的一种广义形式, 具有傅里叶变换所不具备的某些特点, 能够对时变信号和非平稳信号进行有效的分析处理。FRFT 可以理解为信号在时

频平面内坐标轴绕原点逆时针旋转任意角度

后构成的分数阶傅里叶域上的表示。从本质上讲, 信号在分数阶傅里叶变换域上的表示, 同时融合了信号在时域和频域的信息, 是一种新的有效的时频分析方法。

本文将倒频谱理论和分数阶傅里叶变换理论相结合, 提出了一种基于分数阶傅里叶变换域的倒频谱理论(简称分数倒谱), 给出了分数倒谱定义和算法, 并将分数倒谱应用到机械故障诊断领域中, 同时与传统的倒频谱分析方法进行对比分析。实验结果验证了该方法的有效性。

1 分数倒谱

倒谱分析也称为二次频谱分析, 它包括复倒谱分析和实倒谱分析两重主要形式。复倒谱分析保留了信号的全部信息, 实倒谱分析则在变换过程中保留了信号的频谱幅度信息, 摆弃了相位信息, 所以不能够对信号进行重建。工程中通常使用信号序列的实倒谱进行分析, 有时也简称为倒谱。倒谱对于分析具有同族谐波和异族谐波、多成分边频等复杂信号, 找出功率谱上不易发现的问题, 非常有效。

收稿日期: 2009-04-01

作者简介: 刘立州, 男, 1985 年生, 江苏宿迁人, 郑州大学硕士研究生, 研究方向为智能检测与信号处理。

E-mail: liulizhou_llz@126.com

设 $X(e^{j\omega})$ 为信号 $x(n)$ 傅里叶变换, 则信号 $x(n)$ 的实倒谱可以定义为

$$C_x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln |X(e^{j\omega})| e^{j\omega n} d\omega \quad (1)$$

仿照上述实倒谱的定义, 可以类似给出分数倒谱的定义^[2]。设信号 $x(t)$ 的分数阶傅里叶变换为 $X_\alpha(u)$, 其表达式如下^[3-5]

$$X_\alpha(u) = F_p[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_\alpha(t, u) dt \quad (2)$$

其中, $\alpha = p\pi/2$, p 为分数阶傅里叶变换的阶数, F_p 为分数阶傅里叶算子符号, $K_\alpha(t, u)$ 为分数阶傅里叶变换的核函数。

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \exp\left(j \frac{1}{2}(t^2 + u^2) \cot \alpha - ut \operatorname{sc} \alpha\right) & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u) & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u) & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (3)$$

基于分数阶傅里叶变换的倒谱(简称分数倒谱)为 $\hat{x}(t)$, 相应的分数阶傅里叶变换为 $\hat{X}_\alpha(u)$, 则 $X_\alpha(u)$ 与 $\hat{X}_\alpha(u)$ 之间的关系为

$$\hat{X}_\alpha(u) = \log X_\alpha(u) \quad (4)$$

虽然上式中对数的底数选取可以有一定的灵活性, 但取以 e 为底的自然对数在理论推导上有许多方便, 因此, 一般来说最好使用自然对数。若 $X_\alpha(u)$ 的模与辐角分别为 $|X_\alpha(u)|$, $\arg[X_\alpha(u)]$, 上式还可以进一步写为

$$\hat{X}_\alpha(u) = \ln |X_\alpha(u)| + j \arg[X_\alpha(u)] \quad (5)$$

其中, j 为虚数单位。相应地 $\hat{x}(t)$ 为

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{X}_\alpha(u) K_{-\alpha}(t, u) du \quad (6)$$

分数倒谱继承了倒频谱和分数阶傅里叶变换的各自优点, 它能够有效识别频域调制信号的边频成分和处理复杂频谱图上的周期结构, 同时能够有效抑制噪声干扰, 提高图谱准确性。

分数倒谱的计算步骤: 1) 求取信号 $x(t)$ 的分数阶傅里叶变换 $X_\alpha(u)$ 。2) 求得 $X_\alpha(u)$ 的自然对数 $\hat{X}_\alpha(u)$ 。3) 对 $\hat{X}_\alpha(u)$ 再进行分数阶傅里叶变换并最终求得分数倒谱 $\hat{x}(t)$ 。

当阶数 p 取不同值时, 故障信号的 FRFT 谱的能量集中性有优有劣。当选择恰当的阶数 p 时, 就可得到能量集中性较好的分析图谱。从而能够更好的分析信号性质。因此, 就某一具体信号数据而

言存在一最优的阶数选择。本文采用步进选择的方法^[6]来实现最优阶数 p 的选择。具体做法是将阶数 p 在一定范围($0 \leq p \leq 2$)按某个步长(比如 0.1)进行步进尝试以选取最优的 p 值。如果阶数 p 要求有较高的精确度的话, 可以采用多次步进选择的方法来达到相应的精度要求。本文实验研究部分就采用了三次步进选择的方法来确定最优的阶数, 这样最优阶数的精度可以达到 0.001, 即千分之一级。

2 实验研究

齿轮是机械设备中最常见的传动部件, 同时它也是一种易损件。据不完全统计, 在有齿轮装置的传动机械中, 60% 的故障与齿轮有关; 在旋转机械中, 齿轮失效约占其故障的 10% 左右; 在汽车的两大类故障(底盘和发动机故障)中, 变速箱约占 1/3。这些数据表明, 齿轮的技术状态好坏直接影响整台设备或整套机械化系统的可靠运行。在齿轮装置运转状态下, 伴随着其内部故障的发生与发展, 必然产生振动加剧和能量增大等故障迹象。随着故障严重程度不同而变化的参数, 一般均可作为齿轮故障监测参数来进行监测。实践表明, 不同监测参数的有效性并不相同。齿轮装置故障监测最有效的方法是利用齿轮的振动信号, 提取其故障信息。

不同的齿轮故障有不同的振动特性, 齿轮振动的频谱信号包含着丰富的信息, 其相应的谱线会相应发生特定的变化。例如在工作系统中, 其齿轮箱内有数对齿轮啮合, 由于特有的原因, 会导致其振动频谱在啮合频率附近产生边频谱带, 几个边频谱带交叉在一起很难分辨, 其振动频谱信号所具有的边带是等间隔(故障频率)的结构, 此时仅进行功率谱分析是不行的, 但可进一步做其倒频谱分析, 利用倒频谱特点来检测功率谱中肉眼难以辨识的周期信号。因为倒频谱的特点就是将输入信号与传递过程区分开来, 使原来功率谱上成簇的边频带谱线简化为单根谱线, 其结果将有利于监测者进一步分解和识别故障频率, 分析和诊断产生故障的原因。

本文根据某工厂一实际齿轮箱故障数据为依据对其进行倒谱和分数倒谱的实验分析。该齿轮箱的主要技术参数: 主动轴转速 $n \approx 1200 \text{ r/min}$, 则转动频率为: $f_1 = 20 \text{ Hz}$, 齿数为 $z_1 = 10$; 中间轴转动频率为: $f_2 = 10 \text{ Hz}$, 齿数为 $z_2 = 20$ 。则啮合频率为 $f = 200 \text{ Hz}$ 。图 1 为该齿轮箱故障信号的时域图形, 从图中可以看出有明显的调幅和调频现象, 可大致判断该齿轮箱有故障发生, 但故障发生位置和故障类别还无法判断。图 2 为齿轮箱故障数据的功率谱图, 从图中可以看出在 200 Hz, 400 Hz, 600 Hz 附近

有尖峰出现,与啮合频率及其一阶、二阶谐波分量相吻合,同时在其左右有边频带出现。

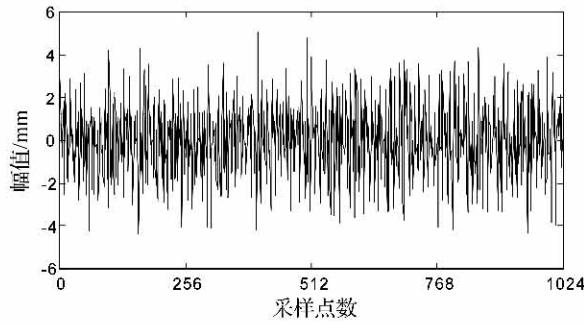


图1 齿轮箱故障信号时域波形

Figure 1 time-domain waveform of gearcase fault signal

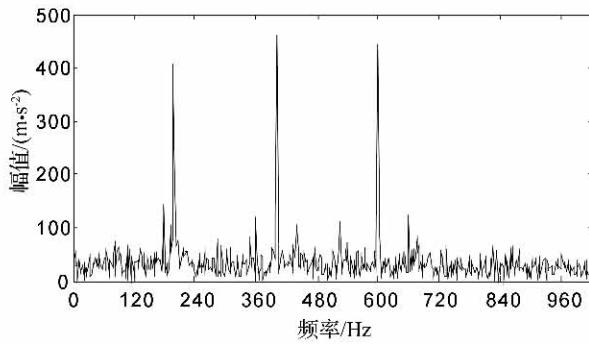


图2 齿轮箱故障信号功率谱

Figure 2 power spectrum of gearcase fault signal

为了进一步确定故障位置,对其进行倒频谱分析,图3为齿轮箱故障信号的倒频谱图。从图中可以看出在倒频率 $\tau = 50 \text{ ms}$ 处有一尖峰出现,对应频率为 $f = 1000/50 = 20 \text{ Hz}$ 。恰好为主动轴的转动频率。但是该倒频率峰值不够突出,在其低频处有大量干扰成分出现,不利于故障的准确判断。

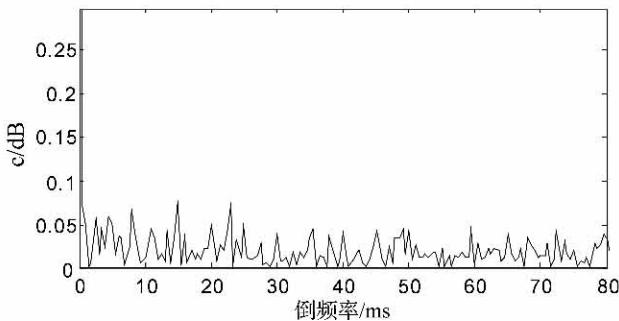


图3 齿轮箱故障信号倒频谱

Figure 3 cepstrum of gearcase fault signal

为此,进一步对其作分数倒谱分析。图4为齿轮箱故障信号的分数倒谱图。从图中可明显看出倒频率 $\tau = 50 \text{ ms}$ 的峰值很突出,刚好对应主动轴的转动频率。而其低频段的干扰分量相对于倒频谱分析已经得到有效抑制,由此可判断齿轮箱故障位

于主动轴上。从而为准确判断故障提供了可靠保障。

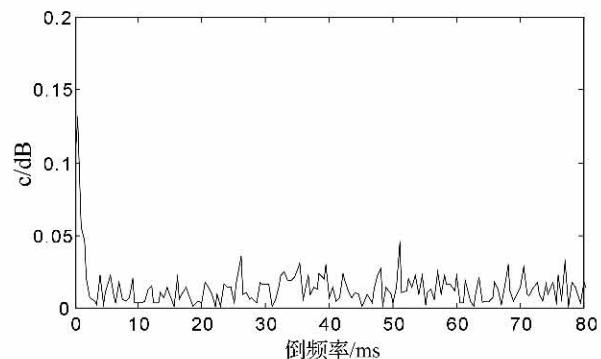


图4 齿轮箱故障信号的分数倒谱图

Figure 4 fractional cepstrum of gearcase fault signal

3 结语

本文将分数阶傅里叶变换与倒频谱相结合,提出了分数倒谱的概念,并探讨了其在齿轮箱故障诊断中的应用。分数倒谱继承了倒频谱和分数阶傅里叶变换各自的优点,它能有效处理复杂频谱图上的周期结构,能分析具有同族谐频、异族谐频,多成分边频等复杂信号,同时又能有效克服噪声干扰,提高图谱质量。从而为判别机械故障提供便利。实验结果也表明了该方法的有效性。分数阶傅里叶变换理论是一个崭新的理论,其在信号处理领域的应用才刚刚兴起,还有许多问题有待于进一步的研究。比如阶数 p 的确定等,但由于傅里叶变换在信号处理领域如此重要,因此,该理论一定有光明的发展前景。

参考文献:

- [1] Namias V. The Fractional Order Fourier Transform and its Application to Quantum Mechanics. [J]. *Inst Math Appl.*, 1980, 25: 242–265.
- [2] 陈 喆. 自适应与分数阶非平稳信号处理的研究 [D]. 大连理工大学, 2003.
- [3] Luis B. Almeida. The Fractional Fourier Transform and Time-frequency Representation. [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1994, 42: 3084–3091.
- [4] Haldum M. Ozaktas, Orhan Arikan, M. Alper Kutay. Digital Computation of the Fractional Fourier Transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(9): 2141–2150.
- [5] Ozaktas H M, Kutay M A, Zalevsky Z. The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing [J]. *New York: John Wiley & Sons*, 2000.
- [6] 屈海涛. 基于分数阶 Fourier 变换的 LFM 类信号 DOA 估计算法研究 [D]. 郑州大学, 2007.
- [7] Dr. Kenneth A. Loparo. Bearing Data Center. Case [Z]. Western Reserve University.