

文章编号:1006-1355(2009)05-0058-04

基于动力学响应失效模式的悬臂转子可靠性分析

张鹏飞¹, 荆建平¹, 孟光¹, 王玉花², 张丽新²

(1. 上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240; 2. 上海卫星工程研究所, 上海 200241)

摘要: 基于悬臂转子的动力学响应失效模式, 通过对影响悬臂转子安全性的外载荷、几何特征、材料特性等敏感参数的分析, 分别建立了悬臂转子静态响应和动态响应的极限状态方程。对每个极限状态方程, 使用泰勒级数对非线性极限状态方程在设计点处进行线性化, 运用一次二阶矩理论, 得到相应的可靠度指标。对比考虑和忽略惯性力影响下的可靠度指标和可靠度结果, 分析惯性力对可靠性分析结果的影响, 建立针对该类悬臂转子的有效可靠度分析方法。

关键词: 振动与波; 悬臂转子; 动力学响应; 可靠性; 极限状态方程

中图分类号: TH113.1 文献标识码: A

Dynamical Response Failure Mode Based Reliability Analysis of a Cantilever Rotor

ZHANG Peng-fei¹, JING Jian-ping¹, MENG Guang¹, WANG Yu-hua², ZHANG Li-xin²

(1. The State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration,
Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200240, China;
2. Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 200241, China)

Abstract: Based on the failure mode of dynamic response of the cantilever rotor, the sensitivity factors which affect structure reliability, such as load, size of structure, properties of materials, are analyzed. The utmost equations of the cantilever rotor in both static and dynamic states are built. Each equation is linearized at the average point by Taylor Expansion scheme. The reliability of structure is calculated by employing the theory of the primary second moment. The reliability results of considering and ignoring the inertial force respectively are compared mutually and analyzed. Then, an effective reliability analysis method for cantilever rotor is established.

Key words: vibration and wave; cantilever rotor; dynamics response; reliability; utmost equation

可靠性是指产品在给定的使用时间内, 在规定条件下完成要求功能的能力。经过半个多世纪的发展, 已经形成了很多成熟的可靠性分析方法。如失效概率的计算方法可分为数值方法和近似解析方法两大类。数值方法又包括数字模拟和数值积分法, 而近似解析法则包括一次可靠性方法和二次可靠性方法等。概括起来, 结构随机可靠性可以分

为两部分: 其一是失效模式的确定(即建立结构各个可能失效模式的极限状态方程), 其二是计算结构发生失效的概率^[1,9]。

悬臂转子是众多机械装备的关键部件, 如增压涡轮转子、卫星消旋机构等, 往往需要满足较高的运动精度, 而该类部件的工作环境一般较为复杂, 要承受离心惯性力、激振力、外力冲击等循环交变载荷和冲击载荷的作用^[2]。由此会导致转子的振动超出规定允许的范围, 而使转子设备不能正常运行或不能完成规定的功能而导致失效。因此, 振动响应超标, 是高精密旋转机械失效的一种主要形式。

悬臂转子的工作状态、工作环境和结构响应复

收稿日期: 2009-02-03

基金项目: 国家自然科学基金(10572087, 10772114)资助

作者简介: 张鹏飞(1982-)男, 河南洛阳人, 在读硕士研究生, 研究领域: 转子动力学、结构可靠性、信号处理。

E-mail: pengfeizhang@sjtu.edu.cn

杂,而且构件加工过程工艺误差和环境参数变化往往会影响到转子的运行精度,导致悬臂转子的响应存在不确定性,从而影响结构的可靠性。本文将针对悬臂转子振动响应失效模式,考虑外载荷、几何形状、尺寸、材料性能等存在随机性,选取恰当的可靠性指标,建立该类转子的可靠性分析方法。

1 失效模式和随机参数分析

悬臂转子结构(如图 1 所示)为一空心转子,左端 A 处和中部 B 处均安装轴承。A 处连接动力装置,D 处连接外部构件,随转子转动。

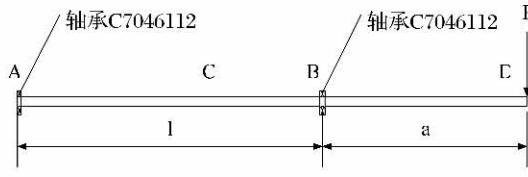


图 1 悬臂转子结构简化图

Fig. 1 Cantilever rotor structure

以往可靠性研究多局限于强度可靠性分析的范围内,即形成的是承载能力极限状态方程。由于结构各部件之间存在相互关联,结构和结构构件出现影响正常使用和外观的变形时,也会发生失效,即认为超过了正常使用极限状态。悬臂转子一般在三种状态下工作,静态、低速转动和高速转动^[3],随转速的变化悬臂转子会有不同的动力学响应,有必要分析其在不同状态下的响应量,以分析其结构可靠度。

由于外部构件的质量在 D 处外载荷的作用,在没有转动时,转子会产生静变形。转子转动过程中,由于结构构件自身质量、外载荷和偏心量的存在,悬臂转子会产生横向振动,引起悬臂转子的弯曲变形。

在影响悬臂转子的可靠性分析的诸多因素中,外载荷、材料的尺寸和性能都呈现出随机变量的特性,它们直接影响到分析结果,故将载荷、弹性模量、材料的尺寸作为基本随机变量,在此基础上分析悬臂转子的可靠性。

2 不考虑惯性力时响应可靠性分析

当悬臂转子转速较低,远低于临界转速(即 $\bar{\omega} \ll 1$)时,属于刚度控制区,可作为刚性轴考虑。因此可以忽略惯性力的影响,作为静态问题考虑,即可以只考虑转子在质量偏心引起的离心力作用下的位移(挠度)响应^[2,3]。

对于悬臂转子的刚度可靠性分析可以采用基于均值的一次二阶矩方法。此方法的基本思路是利用泰勒公式将悬臂转子刚度可靠性分析的功能函数,在基本随机变量的均值点处,展开成线性项和高次项^[9]。以线性项近似悬臂转子的功能函数,求线性项的失效概率。

以载荷 P 、弹性模量 E 、结构尺寸作为基本随机变量。上述随机变量均遵循正态分布,且相互独立。

2.1 基于动力学响应失效模式的可靠性功能函数

利用梁变形的基本方程,建立悬臂转子的挠曲轴微分方程,从而得到挠曲线方程。求得 AB 段挠度最大值点 C 处和右端 D 点处挠度^[4]

$$y = \frac{Pal^2}{6EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right) \quad (0 \leq x \leq l) \quad (1)$$

$$y = \frac{P}{6EI} [al^2x - ax^3 + (a+l)(x-l)^3] \quad (2)$$

设图 1 中 C 点为 AB 段挠度最大值点,则

$$C \text{ 点挠度 } y_c = \frac{Pal^2}{9\sqrt{3}EI}$$

$$D \text{ 点挠度 } y_d = \frac{Pa^2(a+l)}{3EI}$$

$$\text{其中 } I = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4)$$

式中, d_2 和 d_1 分别代表为悬臂空心转子外径和内径。

根据结构和结构构件之间相互影响的关系,假设悬臂转子在 C、D 两点处的允许响应量分别为 δ_c 和 δ_d ,则悬臂转子 C 点和右端 D 点响应可靠性分析的极限状态方程为^[1]

$$\delta_c = \delta_c - y_c = \delta_c - \frac{64Pal^2}{9\sqrt{3}E\pi(d_2^4 - d_1^4)} \quad (3)$$

$$\delta_d = \delta_d - y_d = \delta_d - \frac{64Pa^2(a+l)}{3E\pi(d_2^4 - d_1^4)} \quad (4)$$

其中 y_c 和 y_d 为实际响应, g_c 和 g_d 是基本随机变量的显函数。

2.2 使用均值的一次二阶矩方法进行可靠性分析

悬臂转子 C、D 两点的响应的极限状态方程非线性,须先对极限状态方程进行线性化^[1,9]。将极限状态方程在均值(设计值)进行泰勒展开,仅保留线性项

$$\hat{g}_c \approx g_c(X_i) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_c}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (5)$$

$$\hat{g}_d \approx g_d(X_i) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_d}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (6)$$

由线性化的极限状态方程容易得到均值 $\mu_{gc} = g_c$

$(\mu_{\delta[c]}, \mu_a, \mu_l, \mu_E, \mu_{d1}, \mu_{d2}, \mu_p)$ 和 $\mu_{gD} = g_D(\mu_{\delta[D]}, \mu_a, \mu_l, \mu_E, \mu_{d1}, \mu_{d2}, \mu_p)$, 标准差为 $\sigma_{gc} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_C}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}}^2 \sigma_{X_i}$ 和 $\sigma_{gD} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_D}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}}^2 \sigma_{X_i}$

根据经典的一次二阶矩可靠度指标计算方法^[6], 易知可靠度指标 $\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g}$, 由上述计算得到的 C、D 两点均值和方差, 可以得到悬臂转子 C、D 两点处响应的可靠性指标 β , 查标准正态分布表可知结构可靠度 $P_r = \Phi(\beta)$ 。

3 考虑惯性力时的动挠度可靠性分析

当悬臂转子转速较高时, 惯性力一般较大, 不能忽略, 此时要考虑惯性力对悬臂转子结构可靠性的影响。端部轴承 A 和中部轴承 B 简化为两刚性支撑。由于外部构件质量的不均匀性、加工误差或结构的不对称性, 其形心和重心不会重合。因此外接构件简化为具有偏心量的惯量盘, 随悬臂转子转动。

惯量盘质量 m 、悬臂转子尺寸(横截面内、外径, 长度)、材料弹性模量、偏心距 e 具有随机变量的特性且相互独立, 能够对结构响应可靠性产生影响, 以上述变量为基本随机变量^[6]。

3.1 建立转动中的悬臂转子动力学模型

利用转子动力学刚性支撑下的拉伐尔模型, 系统中惯量盘质量的离心力与轴弹性恢复力之间必须平衡。可得到转动过程中右端的强迫振动方程如下^[2,3]

$$m\ddot{z} + k_x z = mew^2 \cos wt \quad (7)$$

$$m\ddot{y} + k_y y = mew^2 \sin wt \quad (8)$$

其中 z, y 分别为 D 点处竖直和水平方向的挠度响应分量, 上式稳态解为^[5] $z = \frac{ew^2}{k_x - w^2} \cos wt$ 和 $y = \frac{ew^2}{k_y - w^2} \sin wt$ 。

3.2 基于动力学响应失效模式的可靠性功能函数

由刚度定义, 材料的刚度由使其产生单位变形所需的外力值来量度。前面已经分析得到悬臂转子模型 D 点静态挠度 $y_d = \frac{Pa^2(a+l)}{3EI}$, 令 $y_d = 1$, 可

以得到悬臂转子的刚度值 $k_x = k_y = P = \frac{3EI}{a^2(a+l)}$ 。从而分别得到悬臂转子 D 点处 z, y 方向的动态挠度最大值为

$$Z_{\max} = Y_{\max} = \frac{ew^2 a^2 (a+l)}{3EI - w^2 a^2 (a+l)} \quad (9)$$

假设悬臂转子 D 点处的动力学响应的允许值为 δ_D 。分别在 z 和 y 两个方向进行可靠性分析。极限状态方程分别为

$$\delta_D = \delta_D - |Z_{\max} (\text{or } Y_{\max})| = \delta_D - \left| \frac{ew^2 a^2 (a+l)}{3EI - w^2 a^2 (a+l)} \right| \quad (10)$$

其中 $I = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4)$ 。

3.3 使用均值的一次二阶矩方法对悬臂右端响应进行可靠性分析

以允许响应量 δ_D 、悬臂转子尺寸、材料弹性模量 E 、偏心量 e 为基本随机变量。上述随机变量均遵循正态分布, 且相互独立。对上式进行线性化, 在均值(设计量)处进行泰勒展开^[8,9]

$$\hat{g}_D \approx g_D(\mu_{\delta[D]}, \mu_a, \mu_l, \mu_E, \mu_e) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_D}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (11)$$

易知

$$\hat{\mu}_{gd} = g_D(\mu_{\delta[D]}, \mu_a, \mu_l, \mu_E, \mu_e)$$

$$\hat{\sigma}_{gd} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_D}{\partial X_i} \right)_{\mu_{X_i}}^2 \sigma_{X_i}}$$

根据经典的一次二阶矩可靠度指标计算方

法^[6], 易知可靠度指标 $\beta = \frac{\mu_{gd}}{\sigma_{gd}}$, 由上述计算得到的 C、D 两点均值和方差, 可以得到悬臂转子 C、D 两点处响应的可靠性指标 β , 查标准正态分布表可知其结构可靠度 $P_r = \Phi(\beta)$ 。

4 算例和数据分析

4.1 不考虑惯性力时的算例

以某种悬臂转子为例, 不考虑惯性力时, 结构以 $\delta_c, \delta_D, a, l, d1, d2, P, E$ 为基本变量, 表 1 中列出了悬臂转子的材料性能和结构参数值。代入(1)~(6)可得到可靠度为

$$\beta_c = 42.8186 \quad P_{rc} \approx 1 = 1$$

$$\beta_D = 1.8886 \quad P_{rd} = \Phi(\beta) = 97.5\%$$

在较大外载荷作用下, C 点处动力学响应可靠性近似为 1, 而此时 D 点处响应可靠度为 97.5%。

4.2 考虑惯性力影响时算例结果

表 2 中列出转子在考虑惯性力时的材料性能和结构参数值。在不同转速情况下, 悬臂转子基于动力学响应的可靠度结果在表 3 中列出。

表 1 不考虑惯性力时基本随机变量的均值和标准差

Table. 1 Mean and Standard deviation of random variables without regard to inertial force

基本变量	允许响应量	允许响应量	BD 段长度 a	AB 段长度	外径 d1	内径 d2	载荷 P	弹性模量 E
均值	0.006 m	0.006 m	0.77 m	1.06 m	0.26 m	0.30 m	156.8 N	1.1 Pa
标准差	0.0018	0.0018	0.077	0.159	0.026	0.03	78.4	1.1
变异系数	0.3	0.3	0.1	0.15	0.1	0.1	0.5	0.1

表 2 考虑惯性力时基本随机变量的均值和标准差

Table. 2 Mean and Standard deviation of random variable considering inertial force

基本变量	允许响应量	允许响应量	BD 段长度 a	AB 段长度	外径 d1	内径 d2	弹性模量 E	偏心量 e
均值	0.006 m	0.006 m	0.77 m	2 m	0.26 m	0.30 m	1.1 Pa	0.2 m
标准差	0.0018	0.0018	0.077	0.3	0.026	0.03	1.1	0.1
变异系数	0.3	0.3	0.1	0.15	0.1	0.1	0.1	0.5

表 3 悬臂转子右端 D 点处在不同转速下响应可靠度

Table. 3 Respond reliability of cantilever rotor D point for different rotational speeds

转子转速(r/min)	98	1 000	5 000	8 000
响应可靠度 Pr/(%)	99.96	99.96	98.97	77.64

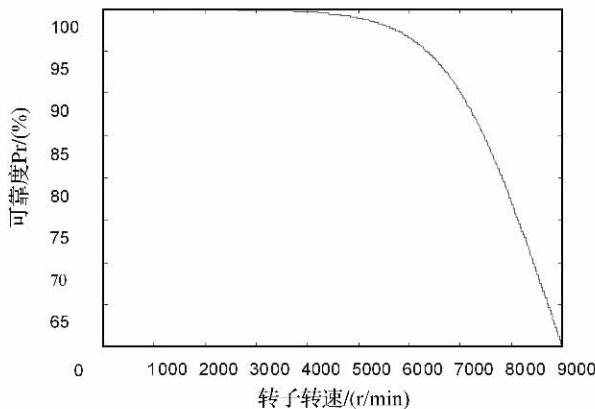


图 2 转子转速对响应可靠度的影响

Fig. 2 Effect of rotational speed for respond reliability

本算例所列转速均在一阶临界转速以下,从表 3 中可以看出,转子响应可靠度在中低转速下可靠度较高,在转速很高时,转子动力学响应可靠度受外接构件质量影响较小,受转速影响较大。图 2 为转子响应可靠度随转速变化图,可以看出,结构响应可靠度随转速的升高逐渐降低。

5 结语

本文提出了基于动力学响应失效模式的可靠性分析方法,此方法在不同工作状态下利用材料力学和转子动力学建立数学模型,使用成熟的一次二

阶矩方法进行可靠度分析,计算简单,实例表明上述方法是有效和可行的。

通过对比悬臂转子基于动力学响应失效模式在静态和动态以及低速和高速状态下的可靠度,表明:采用静态建模和动态建模得到的可靠度差别较大。在一阶临界转速以下,相同转速,静态建模得到的可靠度偏高,因此,在此类悬臂梁的响应可靠性分析中,考虑惯性力的影响,采用动力学方法建模分析是十分必要的。

参考文献:

- [1] Andrzej S. Nowak, Kevin R. Collins. Reliability Of Structures [M]. 重庆:重庆大学出版社, 2005.
- [2] 钟一谔. 转子动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [3] R.伽西著、周仁睦译. 转子动力学导论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1986.
- [4] 单祖辉. 材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [5] 赵 玖, 等. 机械振动与噪声学 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [6] 王燕萍, 等. 某型飞机翼身连接接头可靠性分析 [J]. 机械强度, 2005, 27(6).
- [7] 吕震宙. 结构可靠性问题研究的若干进展 [J]. 力学进展, 2000.
- [8] 吕震宙. 模糊随机可靠性分析的统一模型 [J]. 力学学报, 2004, 9.
- [9] 赵丽军. 转子叶片疲劳可靠性分析 [D]. 东北大学, 2006.
- [10] 钱云鹏. 结构可靠度的显式迭代算法 [J]. 机械工程学报, 2007, 43(2).
- [11] Zhenzhou Lv. Advanced Response Surface Method for Mechanical Reliability Analysis [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2007, 01.