

文章编号: 1006-1355(2013)04-0059-05

# 可倾瓦轴承的油膜力模型及其特性分析

刘兴星, 孟再强, 李明, 李鸿光, 孟光

(上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

**摘要:** 提出一种可倾瓦径向滑动轴承的油膜力模型以及可倾瓦瓦块的摆动方程, 并使用该模型分析可倾瓦轴承的预载荷, 包角, 瓦块摆角等对油膜力的影响; 分析可倾瓦轴承油膜力和普通轴承油膜力的区别。运用 Runge-Kutta 等方法将可倾瓦轴承油膜力模型应用于 Jeffcott 转子, 分析轴承瓦块摆角的特性。分析结果表明模型的高效性和可倾瓦轴承的特性。

**关键词:** TB53; 振动与波; 可倾瓦轴承; 油膜力; Reynolds 方程

**中图分类号:** TB53; TK263.6

**文献标识码:** A

**DOI 编码:** 10.3969/j.issn.1006-1355.2013.04.013

## Oil Film Force Model of Tilting Pad Bearing and Its Characteristic Analysis

LIU Xing-xing, MENG Zai-qiang, LI Ming,  
LI Hong-guang, MENG Guang

(State Key Lab. of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong Univ.,  
Shanghai 200240, China)

**Abstract:** A method to model the oil film force of tilting pad bearing and the torque of the pads was proposed. Influence of the pre-load, the covering angle and the swinging angle of the pad on the oil film force was analyzed with this model. The difference between the oil film forces of the ordinary sliding bearing and the tilting pad bearing was analyzed. Finally, the vibration characteristic of the tilting pad was studied by applying the model to the Jeffcott rotor with the use of the Runge - Kutta method. The result shows that this model is effective for analyzing the characteristic of the tilting pad bearing.

**Key words:** vibration and wave ; tilting pad bearing ; oil film force ; Reynolds equation.

随着技术发展及工业生产需要的提升, 可倾瓦轴承-转子系统的非线性动力学研究日益引起广泛关注。可倾瓦轴承的非线性油膜力是转子系统非线性行为的主要来源, 其求解精度决定了对转子系统非线性行为分析的准确程度。传统的油膜力求解方法大致分为两种: 一是有限元(FEM)或有限差分法(FDM), 只要单元划分足够细密, 就可达到理想精度, 但细密的单元导致计算效率低, 计算量过大, 不

适于非线性分析, 而多数用于线性系统的 8 个动力特性系数求解; 二是近似模型分析法, 常用短轴承和长轴承近似理论<sup>[1, 2]</sup>, 虽有解析表达式但适用范围有限且结果过于近似, 与实际轴承还有很大的差距。近年来, 针对滑动轴承的非线性油膜力分析, 众多科研人员提出了许多其它可行的方法, 如王文和张直明<sup>[3]</sup>提出的非线性油膜力数据库方法。该方法针对某些特定轴承建立三参数油膜力数据库, 通过插值求解非线性油膜力。但需要指出的是, 就 Jacobi 矩阵而言, 该方法需要对插值得到的油膜力进行偏导运算, 其精度往往难以得到保证。文献<sup>[3-5]</sup>在求解滑动轴承的压力分布时, 对轴瓦沿轴向的油膜压力分布采用了抛物线假设或采用近似变分方法, 改进了长短轴承近似理论, 推导得到了油膜力半解析表达式, 但其中有几个参数需要用数值方法求解, 特别是

收稿日期: 2012-12-13; 修改日期: 2012-12-30

项目基金: 国家重点基础研究发展 973 计划项目  
(2011CB706502)

作者简介: 刘兴星(1987-), 男, 江苏大丰人, 硕士研究生, 主要研究方向为转子动力学, 可倾瓦轴承, 非线性振动。

E-mail: lxxjsdf@126.com

油膜破裂边界需要迭代求解。虽然该方法已经达到了较高精度,但尚不能从根本上排除个别参数扰动情况下产生的较大误差。其它如充零算法、互补算法等近似方法也得到较为广泛的应用,但效果均不理想。

本文基于短轴承理论的雷诺方程且参考了 Capone's 的方法,详细推导了可倾瓦轴承中油膜力的分布,其有效性和实用性已经在文献<sup>[6,7]</sup>中得到证实;分析了可倾瓦轴承的预载荷、包角、摆角等对轴承油膜力的影响,并进一步探讨了 Jeffcott 转子假设下的瓦块的摆动特性。

## 1 可倾瓦轴承油膜力解析模型

如图1所示,本例中采用4瓦可倾瓦滑动轴承,每块瓦都由处于支点圆上的支点支承,瓦块可以绕支点做一定角度的摆动。坐标系  $XOY$  固结在可倾瓦滑动轴承的轴承中心,  $O$ 、 $O_A$ 、 $O_i$  分别是轴承中心、转轴中心和第  $i$  块瓦块的圆心。  $\varphi$  为瓦块坐标系下每个瓦块的弧坐标,  $\vartheta$  为每个瓦块的支点位置角,  $\alpha$  为每个瓦块产生扰动的瞬间摆角。  $R$  为转轴半径,  $R_b$  为轴承半径,  $R_o$  为瓦块中心到瓦块支点的长度,  $R_p$  为瓦块内表面半径,  $R_s$  为轴承中心到瓦块支点的长度,  $\omega$  为转子的转速。要求得可倾瓦轴承的油膜力须先求得每个瓦块油膜力,则整个轴承的油膜力为所有瓦块上油膜力的矢量和。

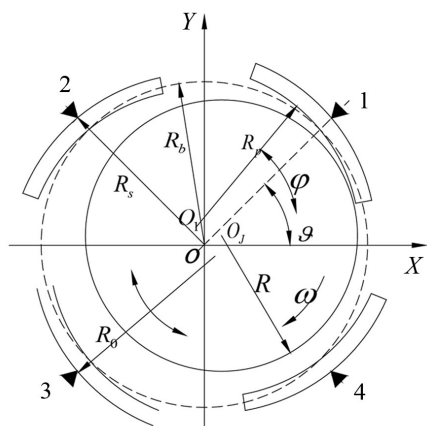


图1 可倾瓦滑动轴承几何模型

Fig. 1 Sketch of tilting pad journal bearing

### 1.1 瓦块的几何关系

第一步首先求解油膜厚度  $h$  的表达式,其与轴颈的位移量,瓦块的预载荷以及支点位置相关。由图1可倾瓦轴承的几何关系,得到可倾瓦轴承的油膜厚度表达式为<sup>[8]</sup>

$$h = c - x_j \cdot \cos \varphi - y_j \cdot \sin \varphi - \alpha \cdot R_o \cdot \sin(\varphi - \vartheta) - m \cdot c \cdot \cos(\varphi - \vartheta) \quad (1)$$

式中  $c$  为半径间隙,  $x_j, y_j$  分别为轴颈中心  $O_j$  在水平和垂直方向的位移,  $\vartheta$  为瓦块支点的位置角,  $m$  为预载荷系数。

定义新的变量  $x_p, y_p$ , 令

$$\begin{cases} x_p = x_j - \alpha \cdot R_o \cdot \sin \vartheta + m \cdot c \cdot \cos \vartheta \\ y_p = y_j + \alpha \cdot R_o \cdot \cos \vartheta + m \cdot c \cdot \sin \vartheta \end{cases} \quad (2)$$

式(2)无量纲化形式为

$$\begin{cases} X_p = X_j - \alpha \cdot \bar{R}_0 \cdot \sin \vartheta + m \cdot \cos \vartheta \\ Y_p = Y_j + \alpha \cdot \bar{R}_0 \cdot \cos \vartheta + m \cdot \sin \vartheta \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{其中 } X_p = \frac{x_p}{c}, Y_p = \frac{y_p}{c}, X_j = \frac{x_j}{c}, Y_j = \frac{y_j}{c}, \bar{R}_0 = \frac{R_o}{c}$$

则式(1)的无量纲化结果可以表示为

$$H = \frac{h}{c} = 1 - X_p \cos \varphi - Y_p \sin \varphi. \quad (4)$$

并且可以得到

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial \varphi} = x_p \cdot \sin \varphi - y_p \cdot \cos \varphi \\ \frac{\partial h}{\partial t} = -\dot{x}_p \cdot \cos \varphi - \dot{y}_p \cdot \sin \varphi \end{cases} \quad (5)$$

### 1.2 油膜力的推导

满足可倾瓦径向轴承任意瓦块上的 Reynolds 方程为

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \vartheta} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

其中  $\mu$  为润滑油粘度,  $t$  为时间变量。忽略周向的压力分布,式(6)可以简化为

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \vartheta} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7)$$

将式(5)代入上式并积分并无量纲化可得

$$p(\varphi, z) = \frac{3\mu}{h^3} \left( z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \left[ \left( \omega x_p - 2\dot{y}_p \right) \sin \varphi - \left( \omega y_p + 2\dot{x}_p \right) \cos \varphi \right] = \frac{3L^2 \mu \omega}{c^2} \left( Z^2 - \frac{1}{4} \right) \frac{\left[ \left( X_p - 2\dot{Y}_p \right) \sin \varphi - \left( Y_p + 2\dot{X}_p \right) \cos \varphi \right]}{H^3} \quad (8)$$

$$\text{其中 } Z = \frac{z}{L}, \tau = \omega t$$

令其中

$$\bar{p}(\varphi) = \frac{\left[ \left( X_p - 2\dot{Y}_p \right) \sin \varphi - \left( Y_p + 2\dot{X}_p \right) \cos \varphi \right]}{H^3} \quad (9)$$

则式(8)可以写成

$$p(\varphi, z) = \frac{3L^2 \mu \omega}{c^2} \left( Z^2 - \frac{1}{4} \right) \cdot \bar{p}(\varphi) \quad (10)$$

考虑油膜在其边界处破裂,压力为0,为满足这一条件,引入一油膜压力修正函数

$$p'(\varphi, z) = \frac{3L^2 \mu \omega}{c^2} \left( Z^2 - \frac{1}{4} \right) \left[ \frac{\bar{p}(\xi_2) - \bar{p}(\xi_1)}{\xi_2 - \xi_1} (\varphi - \xi_2) + \bar{p}(\xi_2) \right] \quad (11)$$

则瓦块油膜力  $p_u$  可以写作

$$p_u(\varphi, z) = p(\varphi, z) - p'(\varphi, z) \quad (12)$$

对油膜压力积分  $p_u(\varphi, z)$  可以得到瓦的油膜力分量为

$$\begin{cases} f_{ux}(\xi_1, \xi_2) \\ f_{uy}(\xi_1, \xi_2) \end{cases} = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} (-p_u) \begin{cases} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{cases} dz \cdot R_p d\varphi = \frac{\mu L^3 \omega R_p}{4c^2} \left[ \begin{aligned} & 2(X_p - 2\dot{Y}_p)I_3(X_p, Y_p, \xi_1, \xi_2) \\ & -2(Y_p + 2\dot{X}_p)I_1(X_p, Y_p, \xi_1, \xi_2) \\ & 2(X_p - 2\dot{Y}_p)I_2(X_p, Y_p, \xi_1, \xi_2) \\ & -2(Y_p + 2\dot{X}_p)I_3(X_p, Y_p, \xi_1, \xi_2) \end{aligned} \right] + \begin{cases} f_{x0}(\xi_1, \xi_2) \\ f_{y0}(\xi_1, \xi_2) \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} f_{x0}(\xi_1, \xi_2) \\ f_{y0}(\xi_1, \xi_2) \end{cases} = -2 \left\{ \begin{aligned} & \frac{\bar{p}(\xi_2) \sin \xi_2 - \bar{p}(\xi_1) \sin \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} (\cos \xi_2 - \cos \xi_1) \\ & \frac{\bar{p}(\xi_2) \cos \xi_2 - \bar{p}(\xi_1) \cos \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} (\sin \xi_2 - \sin \xi_1) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$G(x, y, \vartheta_1, \vartheta_2) = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{d\vartheta}{1 - x \cos \vartheta - y \sin \vartheta} = g(x, y, \vartheta) \Big|_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}$$

$$g(x, y, \vartheta) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2-y^2}} \arctan \frac{(1+x) \tan \frac{\vartheta}{2} - y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}, \quad \vartheta \in (-\pi, \pi)$$

$$I_1(x, y, \vartheta_1, \vartheta_2) = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\cos^2 \vartheta}{(1 - x \cos \vartheta - y \sin \vartheta)^3} d\vartheta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$$

$$I_2(x, y, \vartheta_1, \vartheta_2) = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\sin^2 \vartheta}{(1 - x \cos \vartheta - y \sin \vartheta)^3} d\vartheta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}$$

$$I_3(x, y, \vartheta_1, \vartheta_2) = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{(1 - x \cos \vartheta - y \sin \vartheta)^3} d\vartheta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} \quad (14)$$

沿瓦块圆弧正方向的油膜力起始边界角即最小油膜厚度角可由下式求得

$$\gamma = \text{sign}(Y_p + 2\dot{X}_p) \arccos \left( \frac{X_p - 2\dot{Y}_p}{\sqrt{(Y_p + 2\dot{X}_p)^2 + (X_p - 2\dot{Y}_p)^2}} \right) \quad (15)$$

忽略油膜力为负值的区域, 则可倾瓦轴承正向油膜力分布区域  $[\xi_1, \xi_2]$  为

$$[\xi_1, \xi_2] = [\varphi_1, \varphi_2] \cap [\gamma, \gamma + \pi] \quad (16)$$

### 1.3 瓦块扭矩的推导

由图2可知作用于瓦块的油膜力使瓦块发生摆

动, 摆动的大小由作用在瓦块上的扭转力矩决定。瓦块的摆动方程为

$$I_p \ddot{\alpha} = M \quad (17)$$

其中  $I_p$  为瓦块转动惯量, 扭矩可由下式求得

$$M = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} -p_u dz \right) \cdot R_0 \sin(\theta - \varphi) \cdot R_p d\varphi = R_0 \sin \theta f_{ux}(\xi_1, \xi_2) - R_0 \cos \theta f_{uy}(\xi_1, \xi_2) \quad (18)$$

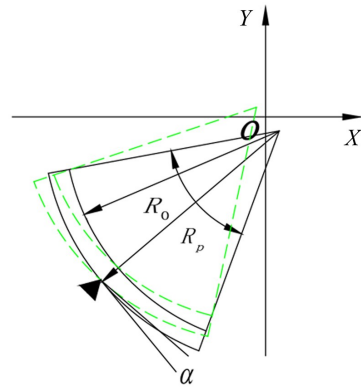


图2 瓦块的几何关系

Fig. 2 Geometric relationship of the pad

## 2 算例分析

### 2.1 油膜力对比

为了形象地观察油膜力的变化以及可倾瓦轴承每块瓦的油膜力, 假设转子在轴承中沿圆形轨迹逆时针匀速运动。轴心轨迹的半径为 0.01 mm。即

$$\begin{cases} x = 0.000\ 01 \times \cos(t) \\ y = 0.000\ 01 \times \sin(t) \\ \dot{x} = -0.000\ 01 \times \sin(t) \\ \dot{y} = 0.000\ 01 \times \cos(t) \end{cases} \quad (19)$$

在相同的几何参数条件下比较普通滑动圆轴承与可倾瓦轴承的所受油膜力的区别, 如图3、4所示。由图3可见在相同的几何参数条件下, 可倾瓦轴承的油膜力明显大于普通轴承的油膜力, 这是由于普通轴承的油膜分布为  $\pi$  分布, 即只有正压力区存在油膜力, 而从图4中可以看出, 通常情况下可倾瓦轴承的每个瓦块上都存在油膜力, 而普通轴承的不同区域存在油膜力为零的区间, 这直接表明可倾瓦轴承的稳定性优于普通滑动轴承。

### 2.2 预载荷对可倾瓦轴承油膜力影响

图5中列出了预载荷  $m=0.3$  和  $0.5$  时可倾瓦轴承总体和各瓦块油膜力的变化情况。其中细虚线和细实线表示  $m=0.3$  时  $x$  和  $y$  方向的油膜力, 粗虚线和粗实线表示  $m=0.5$  时  $x$  和  $y$  方向的油膜力。由图可

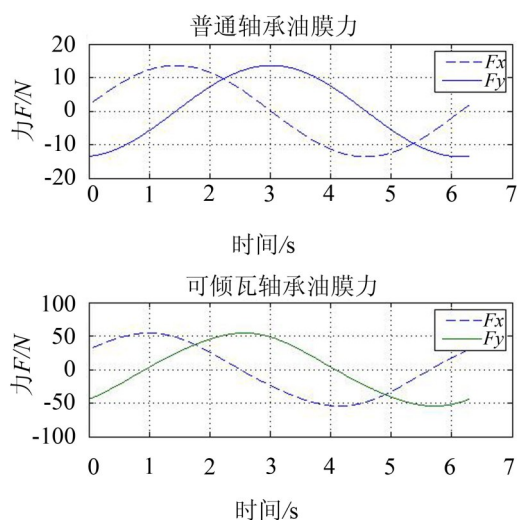


图3 同参数下普通轴承和可倾瓦轴承油膜力对比  
Fig. 3 Oil film force comparison of plain bearing and tilting pad bearing with same parameters

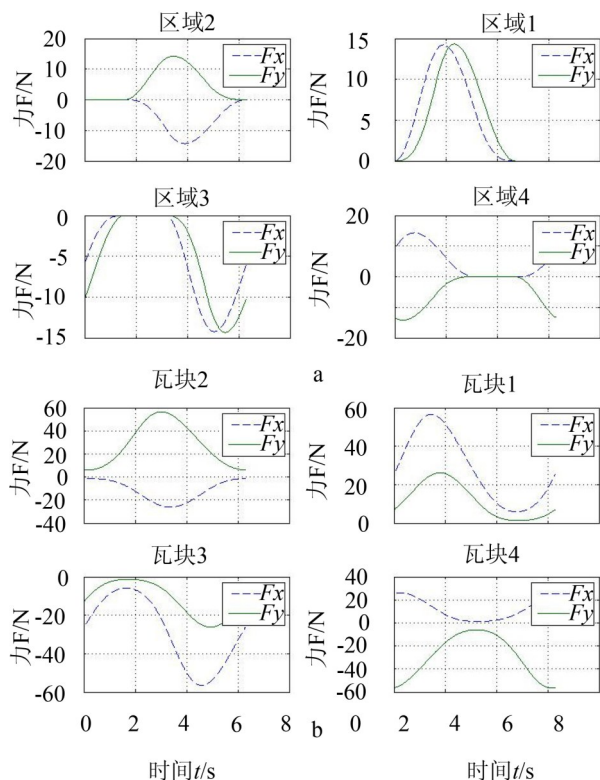


图4 普通轴承4个区域的油膜力a和  
可倾瓦轴承每个瓦块的油膜力b

Fig. 4 Oil film force in 4 conjoint parts of plain bearing (a) and oil film force of different pad of tilting pad bearing (b)

知,预载荷越大,瓦块产生的收敛楔形越明显,油膜刚度变化越明显,故产生的油膜力越大。但预载荷并不是越大越好,应用中根据不同需要往往取0.5左右。

### 2.3 瓦块包角对油膜力的影响

图6分别列出了每个瓦块包角为 $80^\circ$ 和 $60^\circ$ 时整

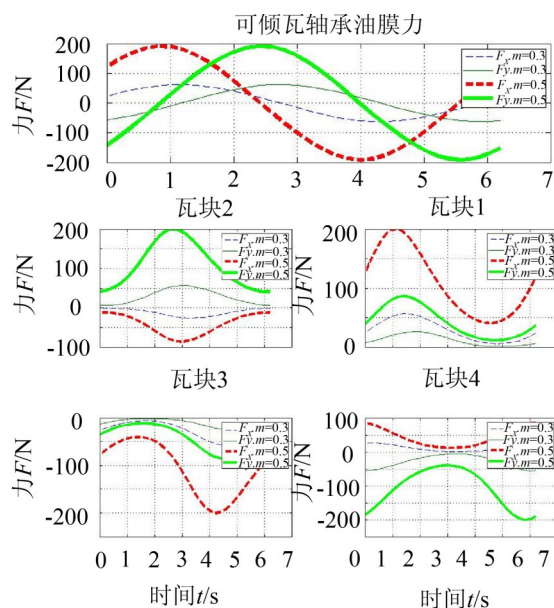


图5 预载荷变化时可倾瓦轴承的整体和各个瓦块的油膜力  
Fig. 5 Pad preload effect on the oil film force of tilting pad bearing

个轴承和瓦块1中的油膜力。细实线和细虚线为包角为 $80^\circ$ 的x方向和y方向的油膜力,粗实线和粗虚线为包角为 $60^\circ$ 的x方向和y方向的油膜力,可以看出相同情况下包角越大产生的油膜力越大。

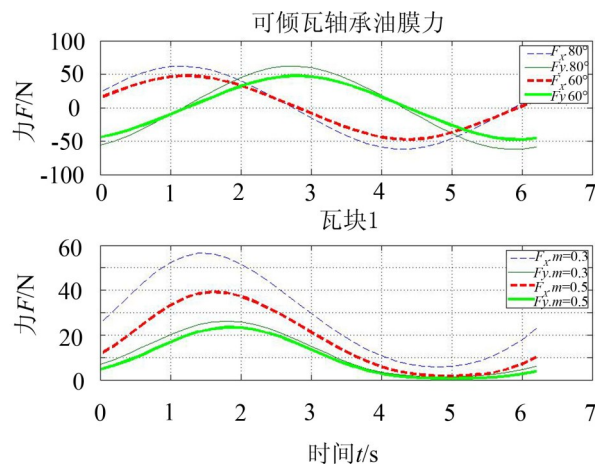


图6 包角变化对可倾瓦油膜力的影响

Fig. 6 Pad arc effect on the oil film force of tilting pad bearing

### 2.4 瓦块摆角对油膜压力的影响

图7所示为不同摆角时油膜压力的分布规律。图中外层浅颜色为摆角 $\alpha = 0.005$ 弧度时瓦块1上的油膜压力分布,里层深颜色为 $\alpha = 0.003$ 弧度时瓦块1上的油膜压力分布,为方便观察 $\alpha = 0.003$ 弧度图形,对 $\alpha = 0.005$ 弧度图形进行了剖切。从图中可以看出摆角直接影响了油膜压力分布,同时也可以看出,摆角也影响了润滑油膜边界。



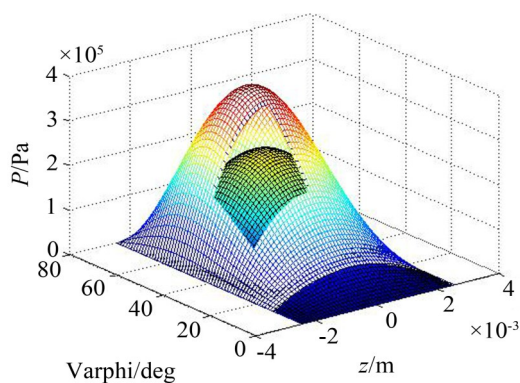


图7 不同摆角时油膜压力分布规律

Fig. 7 Pressure distribution on the pad based on two different pad angles

## 2.5 瓦块的摆动特性

结合 Jeffcott 转子运动方程运用 Runge-Kutta 方法, 计算可倾瓦轴承其中一瓦块的摆动规律, 如图8所示。从图中可以发现, 瓦块在转子运行中持续摆动, 在频谱图中可以看到其存在亚谐波振动, 振动频率约为0.4倍基频, 类似于转子的油膜涡动, 这一点与文献<sup>[9]</sup>吻合, 且这一过程计算效率优于传统有限元法求解油膜力的效率。

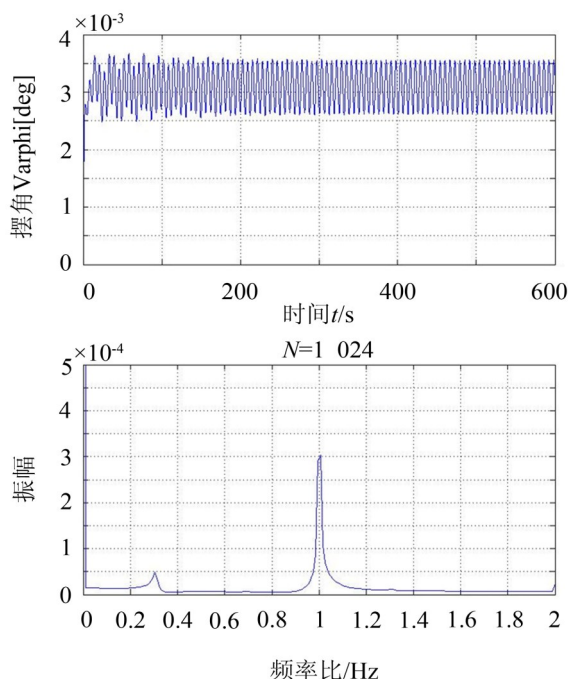


图8 瓦块摆动的时域图和频域图

Fig. 8 Wave diagram and FFT spectrum of tilting pad

## 3 结语

以上以4w可倾瓦轴承为例, 对比了可倾瓦轴承与普通轴承的油膜力, 以及可倾瓦轴承预载荷、包

角和摆角对油膜力和油膜压力的变化规律, 瓦块的摆动特性。对于不同数目瓦块, 不同直径的可倾瓦轴承其具体油膜力数值不尽相同, 但变化规律基本一致。

(1) 基于短轴承理论, 建立了一种可倾瓦轴承油膜压力与油膜力的模型, 以及瓦块力矩的计算方法。此模型为解析模型, 物理概念清晰, 不仅可用于转子-轴承系统的定性分析, 而且在进行数值计算时可节省计算时间;

(2) 结合模型, 分析对比了可倾瓦轴承油膜力和普通轴承油膜力的区别。分析了可倾瓦轴承预载荷, 包角和摆角对油膜力以及油膜压力分布的影响。得出预载荷和包角越大, 得到的油膜力越大; 瓦块的摆角不仅对油膜压力分布有影响, 同时影响了润滑油膜边界的结论;

(3) 瓦块的摆动普遍存在亚谐波振动, 振动频率类似于传统油膜涡动, 在0.4倍转速频率左右。

### 参考文献:

- [1] Dubois, G. and F. Ocvirk. The short bearing approximation for plain journal bearings[J]. **Trans. ASME**, 1955, 77: 1173-1178.
- [2] Brancati, R., E. Rocca, et al. Journal orbits and their stability for rigid unbalanced rotors[J]. **Journal of Tribology**, 1995, 117: 709.
- [3] 王 文, 张直明. 油叶型轴承非线性油膜力数据库 [J]. **上海工业大学学报**, 1993, 14(004): 299-305.
- [4] Abu-Mahfouz, I. and M. L. Adams. Numerical study of some nonlinear dynamics of a rotor supported on a three-pad tilting pad journal bearing (TPJB) [J]. **Journal of Vibration and Acoustics**, 2005, 127: 262.
- [5] Brancati, R., E. Rocca, et al. Non-linear stability analysis of a rigid rotor on tilting pad journal bearings[J]. **Tribology International**, 1996, 29(7): 8.
- [6] Wang, J., D. Cao and W. Huang. A new fluid film force model of elliptical bearing: modelling and case studies [J]. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, 2010, 224(7): 595.
- [7] 宫晓春. 可倾瓦轴承—转子系统的非线性动力学分析与主动控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- [8] Okabe, E. P. and K. L. Cavalca. Rotordynamic analysis of systems with a non-linear model of tilting pad bearings including turbulence effects[J]. **Nonlinear Dynamics**, 2009, 57(4): 481-495.
- [9] Adams, M. L. and S. Payandeh. Self-excited vibration of statically unloaded pads in tilting-pad journal bearings[J]. **Journal of Lubrication Technology**, 1983, 105(3): 377-383.